

# *Geometria-tailerra*

Matematika. DBHko 3. maila  
2009-2010 ikasturtea, 1. txanda

Maria Luisa Berdasco Bengoa



# Geometria-tailerraren aurkibidea

- 0. Sarrera 5**
- 1. Ikaslearentzako materiala 7**
  - 1.1 Oinarrizko eraikuntzak 9**
    - 1.1.1 Zuzenki baten erdibitzailea 9
    - 1.1.2 Zuzenki baten erdigunea 14
    - 1.1.3 Angelu baten erdikaria 15
    - 1.1.4 Zuzenki bat zati berdinetan zatitzea 21
  - 1.2 Angeluak poligonoetan 23**
    - 1.2.1 Triangeluak 23
    - 1.2.2 Laukiak 25
    - 1.2.3 Pentagonoak eta n aldeko poligonoak 27
    - 1.2.4 Poligono erregularrak 29
    - 1.2.5 Zirkunferentziak 30
  - 1.3 Triangeluak 35**
    - 1.3.1 Eraikuntza (edozein triangelu eta triangelu zuzenak) 35
    - 1.3.2 Triangeluaren puntu nabarmenak (Fermaten puntua, barizentroa, ortozenetroa, zirkunzentroa eta inzentroa) eta Eulerren zuzena 39
  - 1.4 Laukiak 50**
    - 1.4.1 Laukizuzenak eta karratuak 50
    - 1.4.2 Varignoneren teorema 53
    - 1.4.3 Karratu baten eraikuntza 54
  - 1.5 Poligonoen azalera 57**
    - 1.5.1 Laukizuzenak eta karratuak 57
    - 1.5.2 Erronboideak 59
    - 1.5.3 Erronboak 61
    - 1.5.4 Triangeluak 64
    - 1.5.5 Trapezioak 65
    - 1.5.6 Poligono erregularrak 67
  - 1.6 Izar erako poligonoak eta izarrak 68**
  - 1.7 Zirkunferentziaren luzera eta  $\pi$  zenbakia 71**
  - 1.8 Urrezko zenbakia 72**
    - 1.8.1 Zuzenki baten urrezko sekzioa 73
    - 1.8.2 Urrezko laukizuzena 76
    - 1.8.3 Dürerren kiribila 79
    - 1.8.4 Pentagrama 81
  - 1.9 Pitagorasen teorema 82**
    - 1.9.1 Azalerak I 82
    - 1.9.2 Azalerak II 83

- 1.9.3 Azalerak III 84
- 1.9.4 Biderkadura nabarmenak I 85
- 1.9.5 Biderkadura nabarmenak II 87
- 1.9.6 Perigalen froga 88
- 1.9.7 Beste puzzle bat 90

## **1.10 Higidurak planoan 92**

- 1.10.1 Translazioak 92
- 1.10.2 Biraketak 95
- 1.10.3 Ardatz-simetriak 102
- 1.10.4 Simetria zentralak 106
- 1.10.5 Frisoak 108
- 1.10.6 Mosaikoak 114

## **1.11 Puzzle geometrikoak 126**

- 1.11.1 Kolonen arrautza 126
- 1.11.2 Tangrama 129
- 1.11.3 Oktogonoaren koadratura 130

## **1.12 Problemen ebazpena 131**

- 1.12.1 Triangeluak 131
- 1.12.2 Karratuak 131
- 1.12.3 Ardiaren problema 132
- 1.12.4 Lauki misteriosua 132
- 1.12.5 Euskal Y-a 133
- 1.12.6 Txakurraren bizitza 133
- 1.12.7 Bi txori eta arrain bat 134
- 1.12.8 Altxorraren bila 134

## **2. Irakaslearentzako materiala 137**

## **3. Sareko baliabideak 141**

### **3.1 Gune interesgarri batzuk 143**

### **3.2 Softwarea 143**

## **4. Bibliografia 145**

# Sarrera

# 0

Behin batean, Claudi Alsina matematikariak, artikulu batean<sup>1</sup>, idatzi zuen Mathematics Express trenean norbait hil zutela: Geometria, hain zuzen. Tren horretan, Hercules Poirot inspektorea eta matematikarekin zerikusia zuten hainbat pertsona zeuden: matematikari famatuak, Matematika-ikasliburuen argialetxeetako arduradunak, Hezkuntza Saileko buruetako bat, ikasleak eta, nola ez, Matematika-irakasleak; horiek guztiak “Geometriaren ustezko etsaiak” ziren, Hercules Poirotek zioenez. Oso azkar argitu zuen misterio hori inspektore famatuak; bi soluzio eman zituen:

- Bata: Geometriak bere buruaz beste egin zuen, inork kasurik egiten ez ziolako, eta
- Bestea: trenean zeuden guztiek hil zuten Geometria; nork bere arrazoiak izango zituen horretarako.

Bigarren soluzio hori sinesgarria izan arren, lehenengoak izan zuen arrakasta jendartean, eta hura zabaldu zen. Claudi Alsina ez zegoen ados azalpen horrekin, ordea: berak uste zuen guztiak zirela errudun. Egindako kaltea emendatzeko, hau agindu zien irakasle guztiei:

- Geometria ulertezina eginez gero, irakasteko jakintzagaia ikasturtean hilabete batez, arbela erabili barik.
- Geometria irakasteko, ikasliburuak baino erabiltzen ez bazituzten, uzteko haiek alde batera, eta egiteko bisitak, txangoak eta jokoak.
- Geometria ez bazekiten, ikasteko ondo jakintzagai hori, eta, ondoren, irakasteko ipuin eta eskuz egindako materialen bidez.

<sup>1</sup> ALSINA, Claudi: «La geometría y el asesinato en el “Mathematics Express”», in *Sigma*, 31 (2007), 117-123.

Pentsa dezakezuenez, ez zuten inor hil: Geometriak bizirik zirauen (edonon: naturan, etxeetan, kaleetan, gorputzetan... begiratu baino ez zegoen); hori bai, desagertua zen, birziklatzeko-edo.

Gaur egun ere, Geometriak bizirik dirau: inguratuta gauzka. Alabaina, Matematika-irakasleok, salbuespenak salbuespen, tren hartako irakasleek bezala, Geometria hiltzen dugu, era batean edo bestean.

Halakorik gerta ez dadin, kasu egin beharko diegu Claudi Alsinaren aginduei. Bestelakorik ere esaten zuen Claudi Alsinak: hartu eta eman  $G$  bitamina (geometria). Nik neuk ere halaxe uste dut.

$G$  bitamina hori sortzeko asmoz, lan hau aurkezten dizuet: *Geometria-tailerra*. Lan honetan bi atal bereiz daitezke: bata ikaslearentzako materiala da, eta bestea, irakaslearentzako. Bietan, Geometria jakintzagaia geometria eginez ikastea da helburua. Baina, formari dagokionez, erabat ezberdinak dira: ikaslearentzako materiala lan-koaderno da, Informatikako gelan Geogebra programarekin garatzeko. Irakaslearentzako materiala, berriz, gelan erabiltzeko Google Docs aplikazioan egindako aurkezpena da. Aurkezpen horretan, Geogebra programaz aparte, beste baliabide hauek erabiltzea proposatzen dut: geoplanoak, ispiluak, puzzle geometrikoak, Clic appleta, mosaikoak, mekanoak, papiroflexia, argazkiak eta bideoak.

On deizuela!

***Ikaslearentzako  
materiala***

**1**






## 1.1 Oinarrizko eraikuntzak

### 1.1.1 Zuzenki baten erdibitzailea

a) Erdibitzaileko puntuen propietateak aztertuz, zuzenki baten erdibitzailea zer den ikasiko duzu. Erreparatu atal nagusiei eta horietan zehazten diren prozedurei:


- $\overline{AB}$  zuzenkia marraztea:



- Aukeratu  ikonoa tresna-barrako 3. botoian (hedatu menua gezitxoaren gainean klik eginez, gezitxo hori gorri ipinitakoan).
- Egin klik gune grafikoko bi puntutan saguaren ezkerreko botoiarekin.


- $\overline{AB}$  zuzenkiaren erdibitzailea marraztea:




- Aukeratu  ikonoa tresna-barrako 4. botoian.
- Kokatu zuzenkiaren gainean, eta egin klik saguaren ezkerreko botoiarekin; berehala agertuko da erdibitzailea.
- Izendatu zuzen hori  $r$  letrarekin: aukeratu “Izendatu berria” modua, testuinguru-menuan, zuzenaren gainean saguaren eskuineko botoiarekin klik eginda.

- Erdibitzailean  $P$  puntua marraztea:




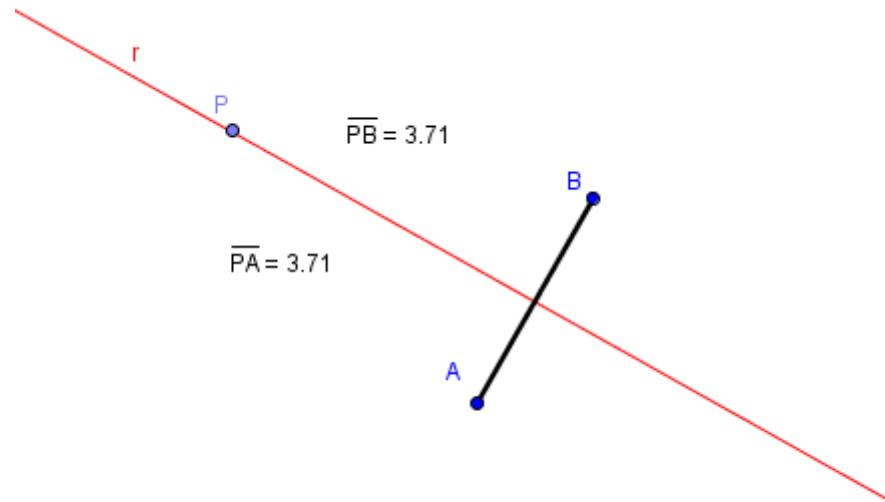
- Aukeratu  ikonoa tresna-barrako 2. botoian.
  - Kokatu erdibitzailearen gainean, eta egin klik saguaren ezkerreko botoiarekin edozein puntutan.
  - Izendatu  $P$  letrarekin puntu hori (programak  $C$  letrarekin izendatzen du).
- $P$  puntutik  $A$ -rako eta  $P$  puntutik  $B$ -rako distantziak neurtzea:



- Aukeratu  ikonoa tresna-barrako 8. botoian.
  - Lehenengo, kokatu erakuslea  $P$  puntuan, eta egin klik; gero, eraman erakuslea  $A$  puntura, eta egin klik berriro,  $d(P,A)$  distantzia neurtzeko. Egin gauza bera  $P$  eta  $B$  puntuekin,  $d(P,B)$  distantzia neurtzeko. Nolakoak dira distantzia horiek?
- Erdibitzaileko puntuen propietateak egiaztatzea:




- Mugitu  $P$  puntua; horretarako, aukeratu  ikonoa tresna-barrako 1. botoian.
  - Kokatu  $P$  puntuan, eta egin klik saguaren ezkerreko botoiarekin; eraman herrestan.
  - $P$  puntua mugitu ahala, aztertu memento bakoitzean  $d(P,A)$  eta  $d(P,B)$  distantziak. Zer pasatzen da?
- Aurreko guztia kontuan izanda, zuzenki baten erdibitzailea definitzea:



b) Zuzenki baten erdibitzailea haren erdigunetik pasatzen den perpendikularrari esaten zaio. Definizio hori kontuan hartuta, berriro eraikiko duzu zuzenki baten erdibitzailea. Erreparatu atal nagusiei eta horietan zehazten diren prozedurei:

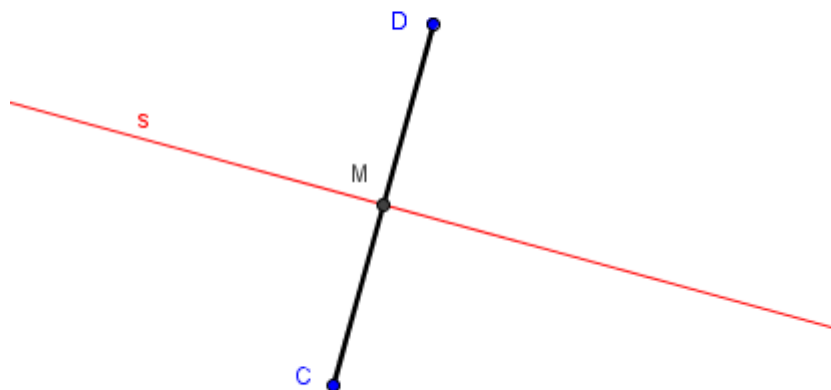
- $\overline{CD}$  zuzenkia marraztea.
- $\overline{CD}$  zuzenkiaren erdigunea marraztea:



- Aukeratu  ikonoa tresna barrako 2. botoian.
  - Izendatu puntu hori  $M$  letrarekin.
- $M$  puntutik pasatzen den zuzen perpendikularra marraztea:



- Aukeratu ikonoa tresna-barrako 4. botoian.
- Izendatu zuzen hori  $s$  letrarekin.



c) a) atalean ikasi duzun definizioa baliatuz, berriro eraikiko duzu zuzenki baten erdibitzailea. Erreparatu atal nagusiei eta horietan zehazten diren prozedurei:


- $\overline{EF}$  zuzenkia marraztea.
- $\overline{EF}$  zuzenkiaren erdibitzaileko bi puntu aurkitzea:



- Aukeratu ikonoa tresna-barrako 6. botoian.
- Marraztu  $E$  zentroa duen eta  $F$  puntutik pasatzen den zirkunferentzia.


- Marraztu  $F$  zentroa duen eta  $E$  puntutik pasatzen den zirkunferentzia.



- Aukeratu  ikonoa tresna-barrako 2. botoian, aurreko bi zirkunferentzien arteko ebaki-puntuak marrazteko.
- Izendatu puntu horiek  $G$  eta  $H$  letrarekin.


- $\overline{EF}$  zuzenkiaren erdibitzailea marraztea:



- Aukeratu  ikonoa, tresna-barrako 3. botoian,  $G$  eta  $H$  puntuak zuzen batez lotzeko.
- Izendatu zuzen hori  $t$  letrarekin.
- Zuzen horixe da, hain zuzen,  $\overline{EF}$  zuzenkiaren erdibitzailea. Zergatik? Nolakoak dira  $d(G,E)$  eta  $d(G,F)$  distantziak?  $G$  puntua  $\overline{EF}$  zuzenkiaren erdibitzailean dago kokatuta? Eta beste horrenbeste galdera  $H$  puntuari dagokionez. Ondoren, bi puntutatik zuzen bat baino ez dela pasatzen jakinik, antzemango duzu  $t$  zuzena zergatik den  $\overline{EF}$  zuzenkiaren erdibitzailea.

- Irudiaren itxura zaintzea:



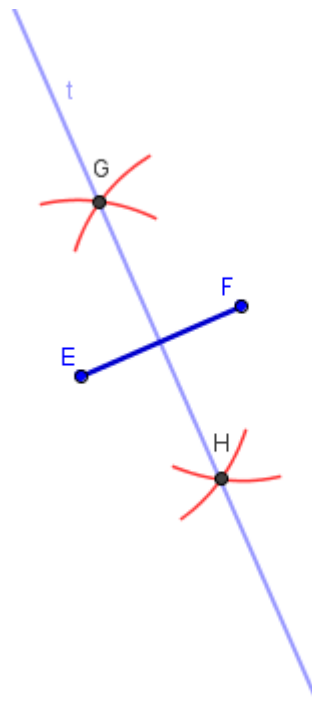
- Aukeratu  ikonoa tresna-barrako 6. botoian, arkuak marrazteko.



- Aukeratu ikonoa, tresna-barrako 11. botoian, zirkunferentziak eta puntu batzuk ez agertzeko.
- Kokatu ezkutatzekoak diren objektuen gainean, eta egin klik saguaren ezkerreko botoiarekin.



- Aukeratu ikonoa, emaitza ikusteko.
- Nahi baduzu, badaukazu objektuen itxura (kolorea, lodiera, estiloa,...) aldatzerik. Horretarako, aldatu nahi duzun objektuaren gainean eskuineko botoarekin klik eginda, aukeratu “Propietateak” modua testuinguru-menuan.




### 1.1.2 Zuzenki baten erdigunea

Zuzenki baten erdibitzailea haren erdigunetik pasatzen dela kontuan izanda, zuzenkiaren erdigunea marrazten ikasiko duzu. Erreparatu atal nagusiei eta horietan zehazten diren prozedurei:


- $\overline{AB}$  zuzenkia marraztea.
- $\overline{AB}$  zuzenkiaren erdigunea marraztea:



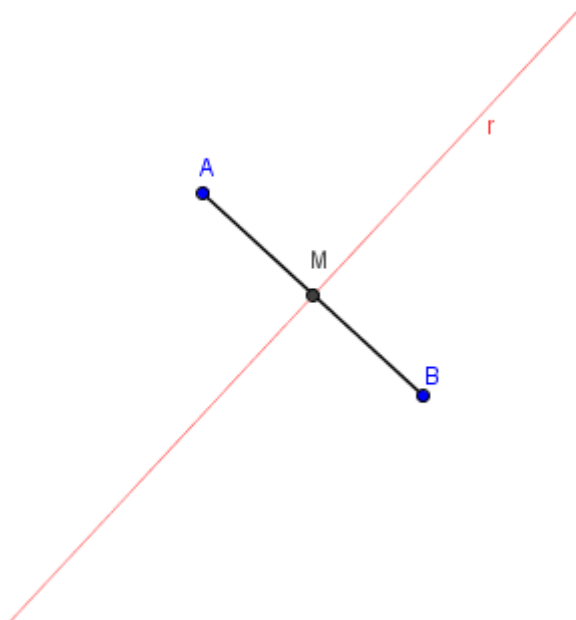
- Aukeratu  ikonoa,  $\overline{AB}$  zuzenkiaren erdibitzailea marrazteko.

- Izendatu zuzen hori  $r$  letrarekin.



- Aukeratu  ikonoa, zuzenkiaren eta erdibitzailearen arteko ebaki-puntua marrazteko. Horixe da  $\overline{AB}$  zuzenkiaren erdigunea.

- Izendatu puntu hori  $M$  letrarekin.




### 1.1.3 Angelu baten erdikaria


a) Erdikariko puntuen propietateak aztertuz, angelu baten erdikaria zer den ikasiko duzu. Erreparatu atal nagusiei eta horietan zehazten diren prozedurei:

- $\overline{AB}$  eta  $\overline{AC}$  zuzenkiak marraztea.
- $BAC$  angelua neurtzea:




- Aukeratu  ikonoa tresna-barrako 8. botoian.
- Egin klik  $\overline{AB}$  zuzenkian, eta gero  $\overline{AC}$  zuzenkian (ordena garrantzitsua da); berehala agertuko da  $BAC$  angeluaren marka eta neurria.



- Aukeratu  ikonoa tresna-barrako 10. botoian.
- Egin klik gune grafikoko edozein lekutan, eta, agertutako leihoan idatzi “BAC=”. Angeluaren neurria sartzeko, egin klik neurriaren gainean, eta itxi leihoa, “Ados” botoian klik eginez.



- Aukeratu  ikonoa, testua nahi duzun lekura eramateko.

- $BAC$  angeluaren erdikaria marraztea:



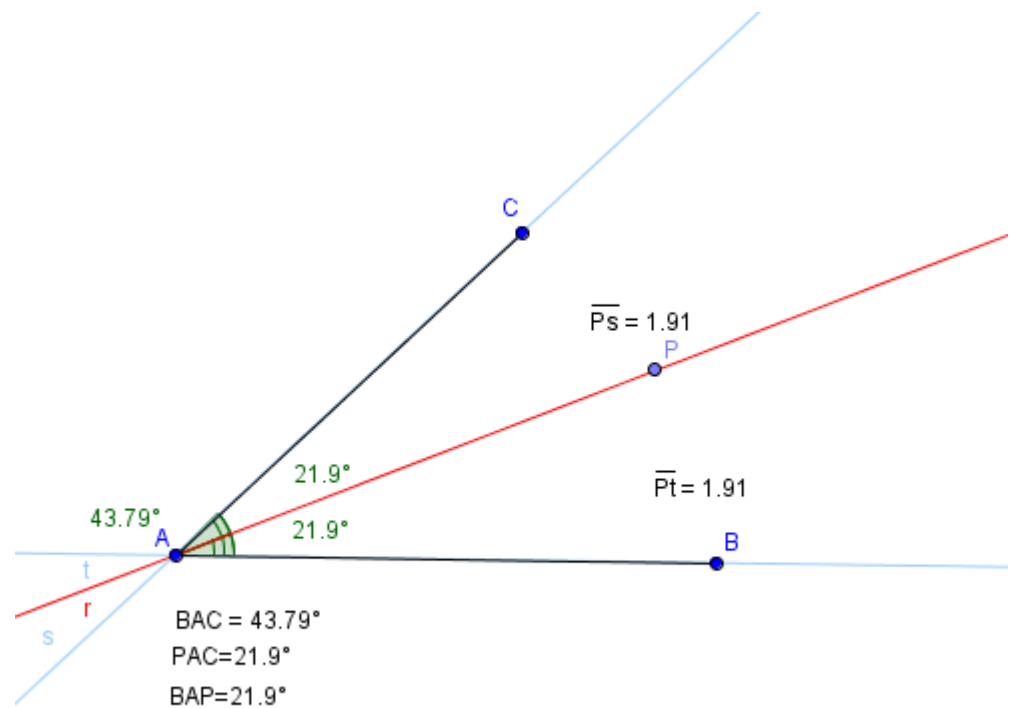
- Aukeratu  ikonoa tresna-barrako 4. botoian.



- Egin klik  $\overline{AB}$  eta  $\overline{AC}$  zuzenkien gainean saguaren ezkerreko botoiarekin; berehala agertuko da  $BAC$  angeluaren erdikaria.
  
- Izendatu zuzen hori  $r$  letrarekin.
  
- Marraztu puntu bat  $r$  zuzenean. Izendatu puntu hori  $P$  letrarekin.
  
- $BAP$  eta  $PAC$  angeluak aztertzea:
  - Neurtu  $BAP$  eta  $PAC$  angeluak. Nolakoak dira? Zer erlazio dute  $BAC$  angeluarekin?
  
  - Mugitu  $P$  puntua, eta aztertu berriro  $BAP$  et  $PAC$  angeluak. Zer ondorio atera dezakezu?
  
- $P$  puntuaren propietateak aztertzea:
  - Marraztu  $A$  eta  $B$  puntuetatik pasatzen den  $s$  zuzena.
  
  - Marraztu  $A$  eta  $C$  puntuetatik pasatzen den  $t$  zuzena.
  
  - Neurtu  $P$  puntutik  $s$  zuzenerako eta  $t$  zuzenerako distantziak. Nolakoak dira?


- Mugitu  $P$  puntua, eta azertu berriro  $d(P,s)$  eta  $d(P,t)$  distantziak. Zer ondorio atera dezakezu?

- Angelu baten erdikaria definitzea:



- b) Angelu baten erdikariak bi zati berdinetan zatitzen du angelua. Hori kontuan hartuta, angelu baten erdikaria eraikiko duzu. Erreparatu atal nagusiei eta horietan zehazten diren prozedurei:

- $BVA$  angelua marraztea:

- Marraztu puntu bat. Izendatu puntu hori.  $V$  letrarekin.
  - Marraztu  $V$  zentroa duen zirkunferentzia bat.
  - Marraztu bi puntu zirkunferentzian. Izendatu puntu horiek  $A$  eta  $B$  letrekin.
  - Marraztu bi zuzen: bata  $V$  eta  $A$  puntuetatik pasatuko da, eta, bestea,  $V$  eta  $B$  puntuetatik.
- $BVA$  angeluaren erdikarian puntu bat aurkitzea:
    - Marraztu zuzenki bat.
    - Aukeratu  ikonoa tresna-barrako 6. botoian.
    - Marraztu zirkunferentzia bat,  $A$  puntua zentrotzat eta aurreko zuzenkia erradiotzat hartuz.
    - Marraztu beste zirkunferentzia bat,  $B$  puntua zentrotzat eta lehengo zuzenki bera erradiotzat hartuz.
    - Marraztu aurreko bi zirkunferentzien arteko ebaki-puntuak. Bi puntu horiek ( $V$  puntua ere bai)  $BVA$  angeluaren erdikarikoak dira.

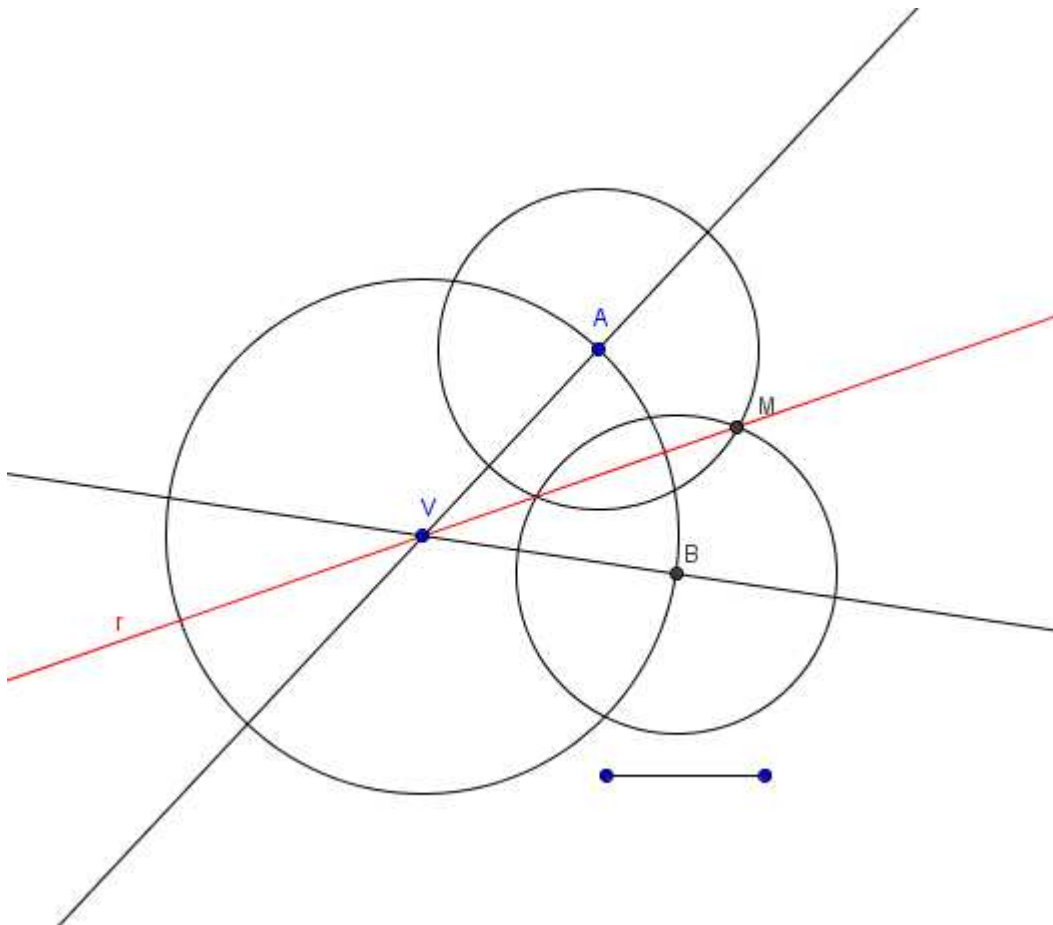
- Izendatu ebaki-puntu bat  $M$  letrarekin.

•  $BVA$  angeluaren erdikaria marraztea:




- Aukeratu ikonoa tresna-barrako 3. botoian,  $V$  eta  $M$  puntuetatik pasatzen den zuzena marrazteko; horixe da  $BVA$  angeluaren erdikaria.

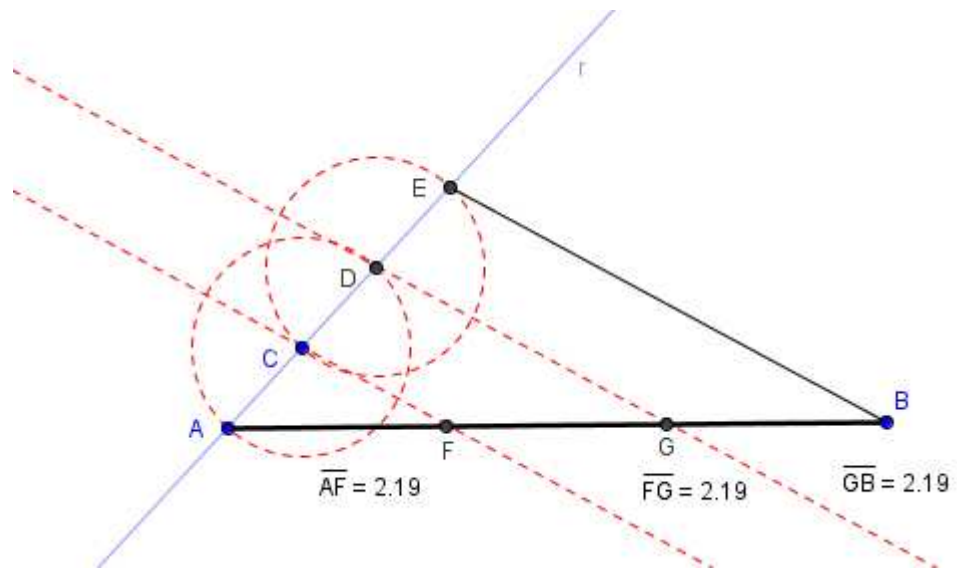
- Izendatu zuzen hori  $r$  letrarekin.





- $C$  puntua zentroa duen eta  $A$  puntutik pasatzen den zirkunferentzia marraztea.
- Aurreko zirkunferentziaren eta  $r$  zuzenaren arteko  $D$  ebaki-puntua marraztea.
- $D$  puntua zentroa duen eta  $C$  puntutik pasatzen den zirkunferentzia marraztea.
- Zirkunferentzia horren eta  $r$  zuzenaren arteko  $E$  ebaki-puntua marraztea.
- $\overline{EB}$  zuzenkia marraztea.
- Tresna-barrako 4. botoian,  ikonoa aukeratzea.
- $C$  puntutik eta  $D$  puntutik pasatzen diren  $\overline{EB}$  zuzenkiaren paraleloak marraztea.
- Aurreko zuzenen eta  $\overline{AB}$  zuzenkiaren arteko ebaki-puntuak marraztea.

- $\overline{AB}$  zuzenkian egin diren hiru zatiak berdinak direla egiaztatzea.



## 1.2 Angeluak poligonoetan

### 1.2.1 Triangeluak

Segidan, edozein triangeluren angeluen batura kalkulatzeko ikasiko duzu. Erreparatu atal nagusiei eta horietan zehazten diren prozedurei:

- $ABC$  triangelua marraztea:




- Aukeratu ikonoa tresna-barrako 5. botoian.
- Egin klik saguaren ezkerreko botoiarekin gune grafikoko hiru puntutan, eta itxi triangelua, lehenengo puntuan klik eginez.
- Erakutsi erpinen letrak (programak  $A$ ,  $B$  eta  $C$  letrak erabiltzen ditu); horretarako, egin klik erpin bakoitzean saguaren

eskuineko botoiarekin, eta aukeratu “Erakutsi etiketa” modua testuinguru-menuan.


- Triangeluaren angeluak neurtzea:



- Aukeratu  ikonoa tresna-barrako 8. botoian.
- Egin klik  $\overline{AC}$  eta  $\overline{AB}$  zuzenkien gainean,  $\hat{A}$  angelua neurtzeko.
- Egin klik  $\overline{AB}$  eta  $\overline{BC}$  zuzenkien gainean,  $\hat{B}$  angelua neurtzeko.
- Egin klik  $\overline{BC}$  eta  $\overline{AC}$  zuzenkien gainean,  $\hat{C}$  angelua neurtzeko.

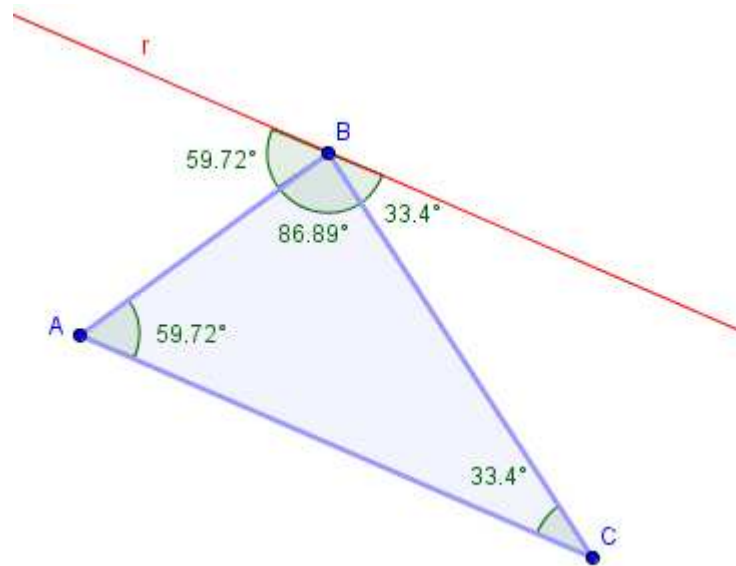
- Triangeluaren angeluen batura eta angelu laua baliokideak direla egiaztatzea:



- Aukeratu  ikonoa tresna-barrako 4. botoian.
- Marraztu  $B$  puntutik  $AC$  aldearen zuzen paraleloa. Izendatu zuzen hori  $r$  letrarekin.



- Neurtu eraiki diren angeluak, eta konparatu  $\hat{A}$  eta  $\hat{C}$  angeluekin. Nolakoak dira? Zenbat da angelu lauaren balioa? Zenbat da triangeluaren angeluen baturaren balioa?
- Mugitu triangeluaren edozein erpin, eta egiaztatu bete egiten dela aurreko puntuan ondorioztatu duzun propietatea.



## 1.2.2 Laukiak

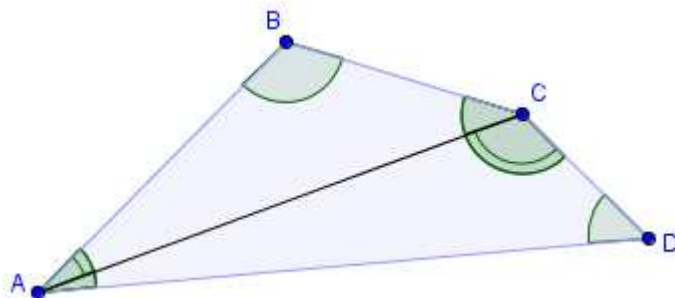
Segidan, edozein laukiren angeluen batura kalkulatzeko ikasiko duzu. Erreparatu atal nagusiei eta horietan zehazten diren prozedurei:

- $ABCD$  laukia marraztea:



- Aukeratu ikonoa tresna-barrako 5. botoian.

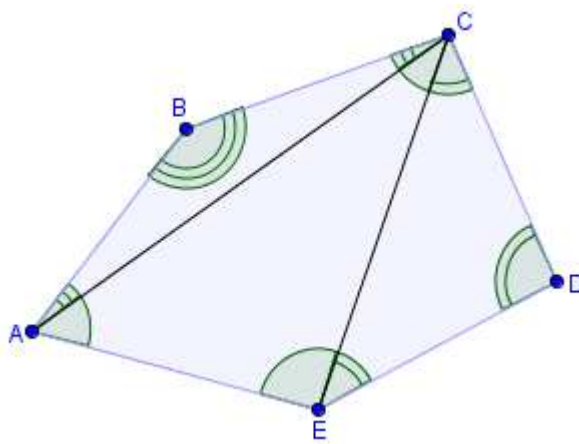
- Egin klik saguaren ezkerreko botoiarekin gune grafikoko lau puntutan, eta itxi laukia, lehenengo puntuan klik eginez. Izendatu erpinak  $A$ ,  $B$ ,  $C$  eta  $D$  letrekin.
- $ABCD$  laukia triangelutan deskonposatzea:
  - Marraztu  $\overline{AC}$  zuzenkia. Zenbat triangelu daude?
- Edozein laukiren angeluen batura kalkulatzeko:
  - Zenbat da angeluen baturaren balioa triangelu bakoitzean? Beraz, zenbat da laukiaren angeluen baturaren balioa?
  - Mugitu  $ABCD$  laukiaren edozein erpin, eta egiaztatu bete egiten dela aurreko puntuan ondorioztatu duzun propietatea.



### 1.2.3 Pentagonoak eta $n$ aldeko poligonoak

Segidan, pentagonoen angeluen batura kalkulatzeko ikasiko duzu, eta, oro har,  $n$  aldeko poligonoen angeluen batura ere bai. Erreparatu atal nagusiei eta horietan zehazten diren prozedurei:

- $ABCDE$  pentagonoa marraztea.
- $ABCDE$  pentagonoa triangelutan deskonposatzea:
  - Marraztu  $\overline{AC}$  eta  $\overline{CE}$  zuzenkiak. Zenbat triangelu daude?
- Edozein pentagonoren angeluen batura kalkulatzeko:
  - Triangelu bakoitzean zenbat da angeluen baturaren balioa? Beraz, zenbat da  $ABCDE$  pentagonoaren angeluen baturaren balioa?
  - Mugitu  $ABCDE$  pentagonoaren edozein erpin, eta egiaztatu bete egiten dela aurreko puntuan ondorioztatu duzun propietatea.



- $n$  aldeko poligonoen angeluen batura kalkulatzeko:

- Osatu taula hau:

Alde kopurua	Triangelu kopurua	Angeluen batura
3	1	$180^\circ$
4	2	$2 \times 180^\circ = 360^\circ$
5	?	?
$n$	?	?


- Zenbat da  $n$  aldeko poligonoen angeluen baturaren balioa?

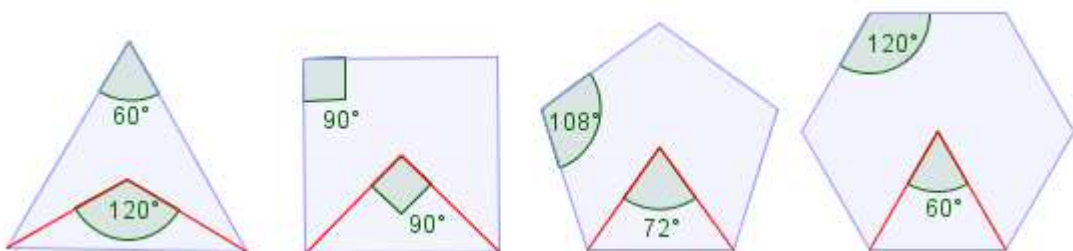
### 1.2.4 Poligono erregularrak

Segidan, poligono erregularretan angelu zentralaren eta barne-angeluaren artean zer erlazio dagoen ikasiko duzu. Erreparatu atal nagusiei eta horietan zehazten diren prozedurei:

- Poligono erregularrak marraztea:

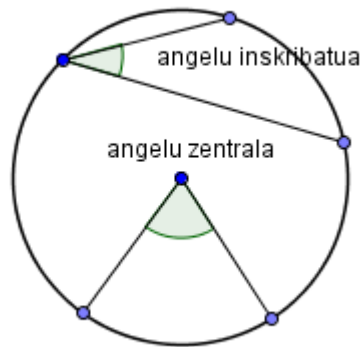


- Aukeratu  ikonoa tresna-barrako 5. botoian.
  - Egin klik saguaren ezkerreko botoiarekin gune grafikoko bi puntutan, eta idatzi “3”, agertuko zaizun leihoan. Sakatu “Ados”, eta triangelu ekilateroa ikusiko duzu.
  - Marraztu karratua, pentagono erregularra eta hexagono erregularra.
- Poligono erregularren angelu zentrala eta barne-angelua marraztea.
  - Poligono erregularren angelu zentralaren eta barne-angeluaren arteko erlazioa aurkitzea.



### 1.2.5 Zirkunferentziak


Erpina zirkunferentziaren zentroan duen angeluari *angelu zentrala* deritzogu; angeluak erpina zirkunferentzian badu eta haren aldeek zirkunferentzia hori ebakitzen badute, angelu horri *angelu inskribatua* deritzogu. Segidan, angelu horiek zer propietate betetzen duten ikasiko duzu.



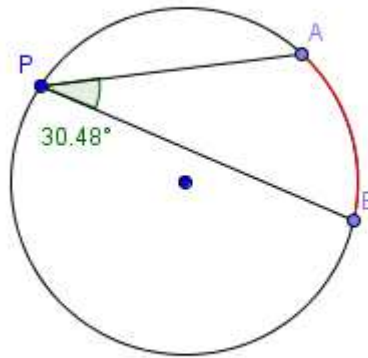
- a) Angelu inskribatuaren eta dagokion arkuaren artean zer erlazio dagoen ikasiko duzu. Erreparatu atal nagusiei eta horietan zehazten diren prozedurei:

- Angelu inskribatua marraztea:



- Aukeratu  ikonoa tresna-barrako 6. botoian, zirkunferentzia bat marrazteko.

- Marraztu hiru puntu zirkunferentzian. Izendatu puntu horiek  $A$ ,  $B$  eta  $P$  letrekin.
- Marraztu  $AB$  arkua duen eta  $P$  erpina duen  $I$  angelu inskribatua, hau da,  $\overline{PA}$  eta  $\overline{PB}$  zuzenkiak.
- Neurtu  $I$  angelua.
- Mugitu  $P$  puntua. Zer ondorio atera dezakezu?

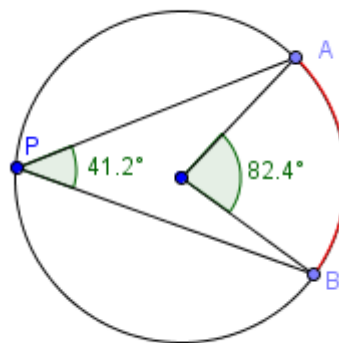


b) Arku bera duten angelu inskribatuaren eta angelu zentralaren artean zer erlazio dagoen ikasiko duzu. Erreparatu atal nagusiei eta horietan zehazten diren prozedurei:

- Angelu zentrala eta angelu inskribatua marraztea:

- Marraztu zirkunferentzia bat.

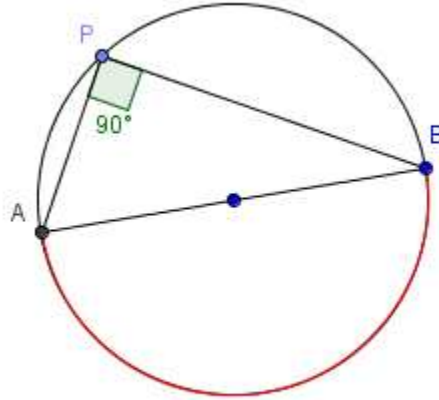
- Marraztu hiru puntu zirkunferentzian. Izendatu puntu horiek  $A$ ,  $B$  eta  $P$  letrekin.
- Marraztu  $AB$  arkua duen eta  $P$  erpina duen  $I$  angelu inskribatua.
- Marraztu  $AB$  arkua duen  $Z$  angelua zentrala.
- $I$  angeluaren eta  $Z$  angeluaren artean zer erlazio dagoen ikastea:
  - Neurtu aurreko angeluak. Badago erlazioarik bi angelu horien artean?
  - Mugitu  $A$  edo  $B$  puntuak, eta aztertu berriro angeluen balioak. Zer erlazio dago arku bera hartzen duten angelu inskribatuaren eta angelu zentralaren artean?






c) Zirkunferentzierdian inskribatutako angeluaren neurria kalkulatzeko ikasiko duzu. Erreparatu atal nagusiei eta horietan zehazten diren prozedurei:

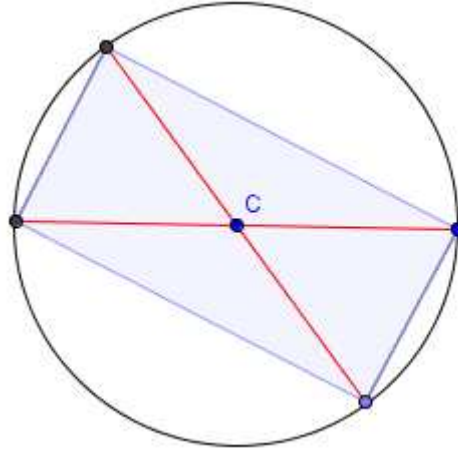
- Zirkunferentzierdian angelu inskribatua marraztea:
  - Marraztu zirkunferentzia bat.
  - Marraztu zirkunferentziaren diametroa ( $AB$ ).
  - Marraztu puntu bat zirkunferentzian. Izendatu puntu hori  $P$  letrarekin.
  - Marraztu  $AB$  arkua hartzen duen eta  $P$  erpina duen angelu inskribatua.
  
- Angelu inskribatua neurtzea:
  - Neurtu angelua. Zenbat da horren balioa?
  - Mugitu  $P$  puntua, eta aztertu aurreko angelua. Zer ondorio atera dezakezu?



d) Laukizuzen inskribatuaren diagonalak nondik pasatzen diren ikasiko duzu. Erreparatu atal nagusiei eta horietan zehazten diren prozedurei:

- Laukizuzen inskribatua marraztea:
  - Marraztu zirkunferentzia bat.
  - Inskribatu laukizuzen bat zirkunferentzian.
  
- Laukizuzen inskribatuaren diagonalak nondik pasatzen diren ikastea:
  - Marraztu laukizuzenaren diagonaletako bat. Zirkunferentziaren zentrotik pasatzen al da? Hori jakiteko, aukeratu  ikonoa tresna-barrako 10. botoian. Ba al da diagonalak zirkunferentziaren diametroetako bat? Zer propietate du?

- Marraztu laukizuzenaren beste diagonalala, eta egiaztatu aipatutako propietatea.



## 1.3 Triangeluak

### 1.3.1 Eraikuntza (edozein triangelu eta triangelu zuzenak)

a) Triangeluaren hiru aldeak ezaguturik, triangelua eraikiko duzu. Erreparatu atal nagusiei eta horietan zehazten diren prozedurei:

- Aldeak marraztea:

- Marraztu hiru zuzenki.

- Izendatu hiru zuzenki horiek  $a$ ,  $b$  eta  $c$  letrekin.

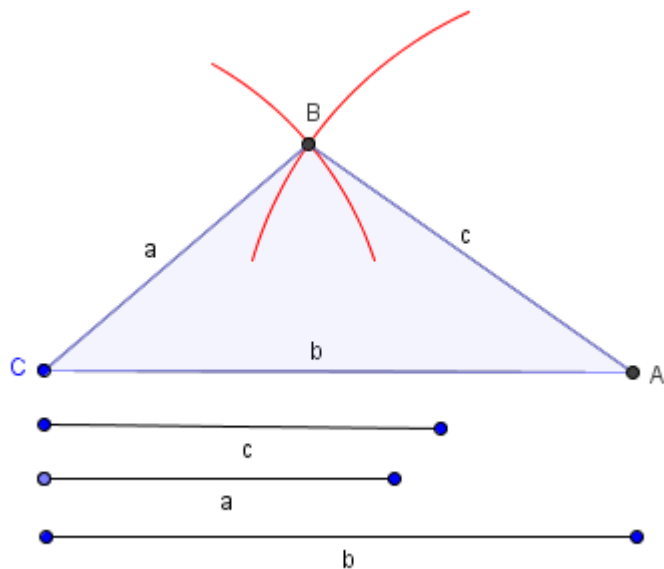
- Triangelua eraikitzea:

- Marraztu zuzen bat.



- Aukeratu ikonoa tresna-barrako 6. botoian.
- Marraztu zirkunferentzia bat, aurreko zuzeneko edozein puntu zentrotzat eta  $c$  zuzenkia erradiotzat hartuz.
- Marraztu zirkunferentziaren eta zuzenaren arteko ebaki-puntu bat; lotu puntu hori eta zirkunferentziaren zentroa, zuzenki batez; horixe da triangeluaren  $c$  aldea.
- Ezkutatu aurreko guztia,  $c$  aldea izan ezik;  $c$  aldearen muturrak dira triangeluaren erpinetako bi.
- Marraztu zirkunferentzia bat,  $c$  aldeko mutur bat zentrotzat eta  $a$  zuzenkia erradiotzat hartuz.
- Marraztu beste zirkunferentzia bat,  $c$  aldeko beste muturra zentrotzat eta  $b$  zuzenkia erradiotzat hartuz.
- Marraztu aurreko bi zirkunferentzien arteko ebaki-puntu bat; horixe da triangeluaren hirugarren erpina.
- Marraztu arkuak, eta ezkutatu zirkunferentziak eta puntu batzuk.

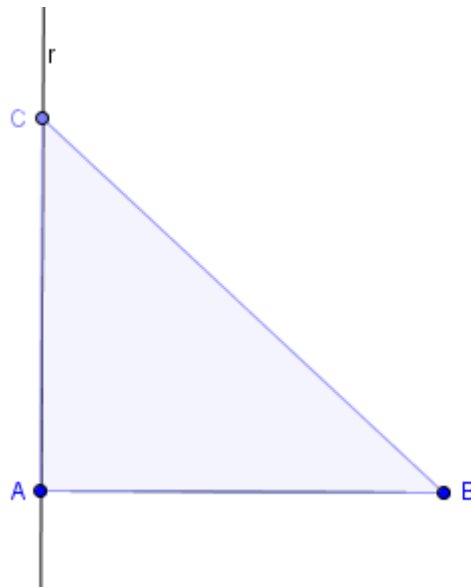
- Lotu erpinak, triangelua lortzeko.
- Izendatu ondo triangeluaren aldeak eta erpinak.
- Aukeratu zuzenki bat. Mugitu zuzenki horren muturretako bat. Desagertzen al da inoiz triangelua? Zergatik? Triangelu bat osatzeko, zer baldintza bete behar dute zuzenki horiek?



b) Bi triangelu zuzen eraikiko dituzu: lehenengoa, kateto batetik abiatuta, eta bigarrena, hipotenusatik. Erreparatu atal nagusiei eta horietan zehazten diren prozedurei:

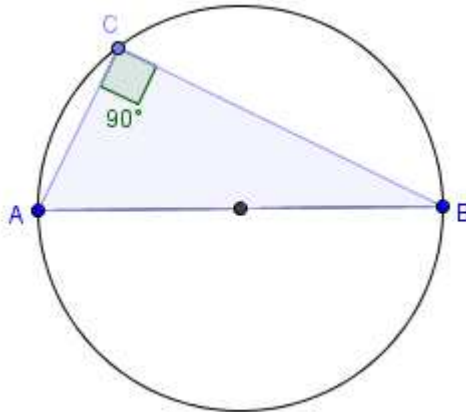
- Kateto batetik abiatuta, triangelu zuzena eraikitzea:

- Marraztu  $\overline{AB}$  zuzenkia.
- Marraztu  $A$  puntutik pasatzen den  $\overline{AB}$  zuzenkiaren zuzen perpendikularra. Izendatu zuzen hori  $r$  letrarekin.
- Marraztu puntu bat  $r$  zuzenean. Izendatu puntu hori  $C$  letrarekin.
- Marraztu  $ABC$  triangelua. Nolakoa da? Zergatik?



- Hipotenusatik abiatuta, triangelu zuzena marraztea:
  - Marraztu  $\overline{AB}$  zuzenkia.

- Marraztu zirkunferentzia bat,  $\overline{AB}$  zuzenkia zirkunferentziaren diametrozat hartuz.
- Marraztu puntu bat zirkunferentzian. Izendatu puntu hori  $C$  letrarekin.
- Marraztu  $ABC$  triangelua, eta egiaztatu triangelu zuzena dela. Zein da angelu zuzena?




### 1.3.2 Triangeluaren puntu nabarmenak (Fermaten puntua, barizentroa, ortozenetroa, zirkunzentroa eta inzentroa) eta Eulerren zuzena

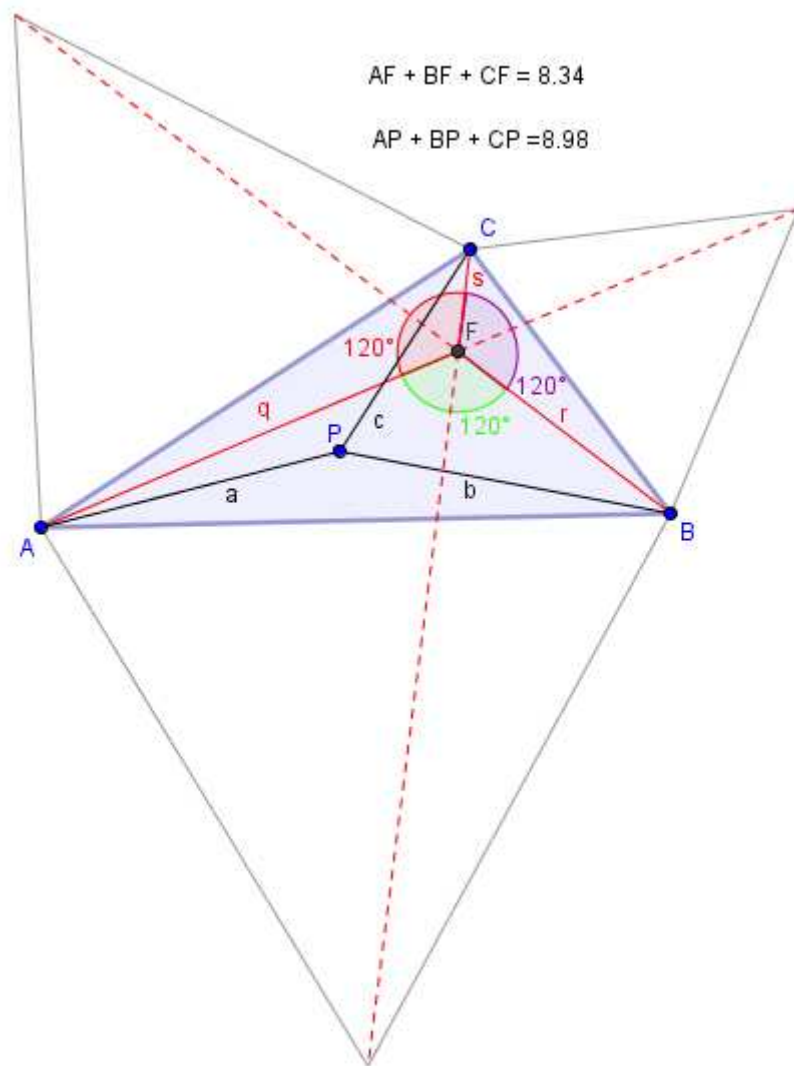
- a) Segidan, triangelu baten Fermaten puntua nola marraztu eta puntu horrek zer propietate betetzen duen ikasiko duzu. Erreparatu atal nagusiei eta horietan zehazten diren prozedurei:
  - $ABC$  triangelua marraztea.

- $ABC$  triangeluaren Fermaten puntua marraztea:
  - Marraztu triangelu ekilatero bat triangeluaren alde bakoitzean.
  - Lotu, zuzenkien bidez,  $ABC$  triangeluaren erpin bakoitza aurkako triangelu ekilateroaren erpinarekin.
  - Marraztu aurreko zuzenkien arteko ebaki-puntua.
  - Izendatu puntu hori  $F$  letrarekin.  $F$  puntua da  $ABC$  triangeluaren Fermaten puntua.
  
- Fermaten puntuaren propietateak ezagutzea:
  - Marraztu  $\overline{AF}$ ,  $\overline{BF}$  eta  $\overline{CF}$  zuzenkiak, eta erakutsi horien etiketak ( $q$ ,  $r$  eta  $s$ ).
  - Neurtu  $AFC$ ,  $BFC$  eta  $AFB$  angeluak. Zenbat da angelu horien balioa?
  - Neurtu  $\overline{AF}$ ,  $\overline{BF}$  eta  $\overline{CF}$  zuzenkiak.





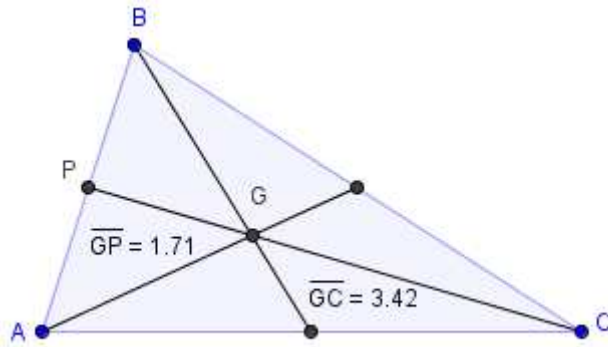
- Aukeratu  ikonoa tresna-barrako 10. botoian, eta egin klik gune grafikoko edozein puntutan saguaren ezkerreko botoiarekin.
- Idatzi «“AF + BF + CF ”=(q+r+s)» testuaren leihoan, eta itxi leihoa, “Ados” botoian klik eginez.
- Marraztu puntu bat  $ABC$  triangeluan. Izendatu puntu hori  $P$  letrarekin.
- Marraztu  $\overline{AP}$ ,  $\overline{BP}$  eta  $\overline{CP}$  zuzenkiak, eta izendatu zuzenki horiek  $a$ ,  $b$  eta  $c$  letrekin.
- Egin  $a + b + c$  eragiketa, testuaren leihoaren bidez. Zenbat da batura? Konparatu  $q + r + s$  baturarekin. Nolakoa da?
- $P$  puntua mugitu ahala, konparatu memento bakoitzean  $a + b + c$  batura  $q + r + s$  baturarekin. Nolakoa da? Zer ondorio atera dezakezu?
- Mugitu  $ABC$  triangeluaren erpinak. Geratzen al da inoiz  $F$  puntua triangelutik kanpo? Hori gertatzen denean, neurtu  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$  eta  $\hat{C}$  angeluak. Horietakoren bat  $120^\circ$  baino zabalagoa al da? Horrela bada, betetzen al da lehengo propietatea?



b) Erpinetik aurkako aldearen erdiko puntura doan zuzenkia triangeluaren erdibidekoa da. Triangeluaren hiru erdibidekoek puntu batean ebakitzen dute elkar. Puntu hori *barizentroa* deritzogu. Segidan, barizentroa nola marraztu eta puntu horrek zer propietate betetzen duen ikasiko duzu. Erreparatu atal nagusiei eta horietan zehazten diren prozedurei:

- $ABC$  triangelua marraztea.
- $ABC$  triangeluaren erdibidekoak marraztea:

- Marraztu alde bakoitzaren erdigunea.
  - Marraztu hiru erdibidekoak; horretarako, lotu zuzenki batez erpin bakoitza eta haren aurkako aldearen erdigunea.
- *ABC* triangeluaren barizentroa marraztea:
    - Marraztu hiru erdibidekoen arteko ebaki-puntua. Horixe da barizentroa.
    - Izendatu puntu hori *G* letrarekin.
- Barizentroaren propietateak ezagutzea:
    - Izendatu triangeluaren *AB* aldearen erdigunea *P* letrarekin.
    - Neurtu  $d(G,C)$  eta  $d(G,P)$  distantziak. Zer erlazio dago horien artean? Egin  $d(G,C)/d(G,P)$  eragiketa. Zenbat da zatidura? Zer propietate du?
    - Mugitu triangeluaren edozein erpin, eta egiaztatu lehengo propietatea. Non dago barizentroa? Geratzen al da inoiz triangelutik kanpo?



c) Erpinetik aurkako aldera edo horren luzapenera perpendikular doan zuzenkia triangeluaren altuera da. Triangeluaren hiru altuerak puntu batean ebakitzen dute elkar. Puntu horri *ortozentroa* deritzogu. Segidan, ortozentroa nola marraztu eta puntu horrek zer propietate betetzen duen ikasiko duzu. Erreparatu atal nagusiei eta horietan zehazten diren prozedurei:

- $ABC$  triangelua marraztea.
- $ABC$  triangeluaren hiru altuerak marraztea:
  - Marraztu  $B$  puntutik pasatzen den  $AC$  aldearen perpendikularra.
  - Marraztu  $A$  puntutik pasatzen den  $BC$  aldearen perpendikularra.
  - Marraztu  $C$  puntutik pasatzen den  $AB$  aldearen perpendikularra.
- $ABC$  triangeluaren ortozentroa marraztea:

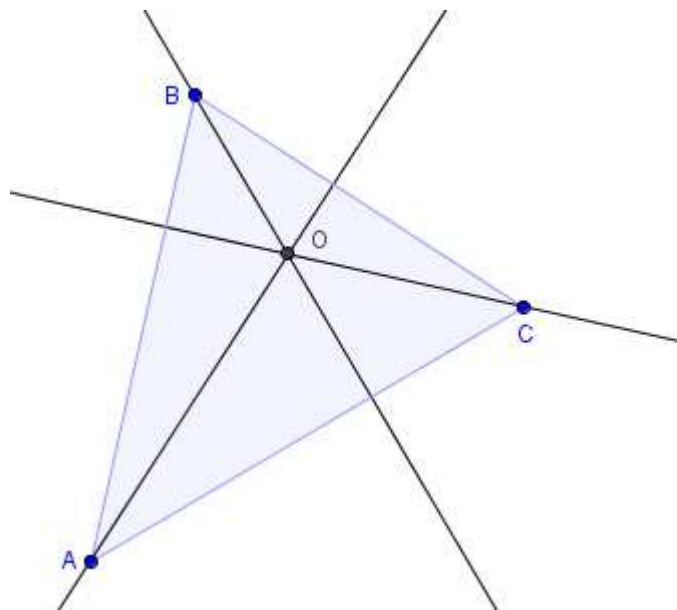
- Marraztu hiru altueren arteko ebaki-puntua. Horixe da ortozentroa.

- Izendatu puntu hori  $O$  letrarekin.

• Ortozentroaren propietateak ezagutzea:

- Mugitu  $ABC$  triangeluaren erpinetako bat, altueretako bat aldeetako batekin bat etorri arte. Nolakoa da triangelua?

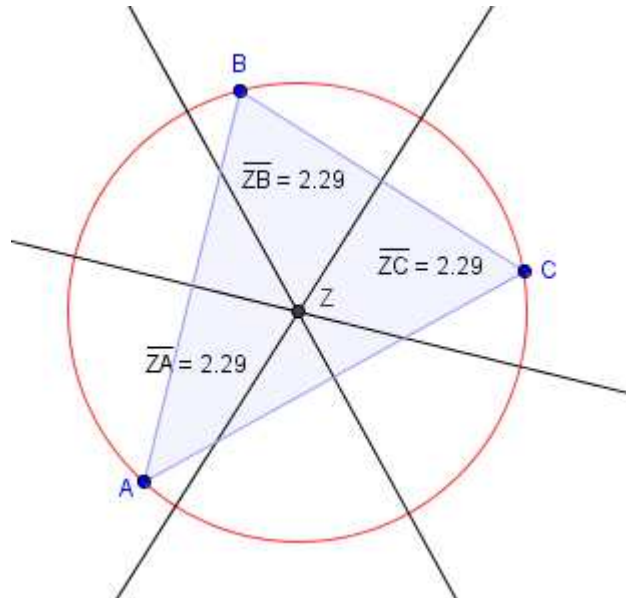
- Mugitu  $ABC$  triangeluaren erpinetako bat, ortozentroa kanpoan egon arte. Nolakoa da triangelua?



d) Triangeluaren hiru aldeak erdibitzaileek puntu batean ebakitzen dute elkar. Puntu horri *zirkunzentroa* deritzogu. Segidan, triangeluaren zirkunzentroa eta zirkunferentzia zirkunskribatua marrazten ikasiko duzu. Erreparatu atal nagusiei eta horietan zehazten diren prozedurei:

- $ABC$  triangelua marraztea.
  
- $ABC$  triangeluaren aldeen erdibitzaileak marraztea.
  
- $ABC$  triangeluaren zirkunzentroa marraztea:
  - Marraztu erdibitzaileen arteko ebaki-puntua. Horixe da zirkunzentroa.
  
  - Izendatu puntu hori  $Z$  letrarekin.
  
- Zirkunferentzia zirkunskribatua marraztea:
  - Neurtu  $Z$  puntutik  $A$ ,  $B$  eta  $C$  erpinetarako distantziak. Nolakoak dira? Zergatik? Gogoratu zuzenki baten erdibitzailearen definizioa.
  
  - Marraztu  $Z$  puntua zentroa duen eta  $A$ ,  $B$  eta  $C$  puntuetatik pasatzen den zirkunferentzia. Horixe da zirkunferentzia zirkunskribatua.
  
- Zirkunzentroaren propietateak ezagutzea:
  - Mugitu triangeluaren erpinetako bat, zirkunzentroa kanpoan geratu arte. Nolakoa da triangelua?

- Mugitu triangeluaren erpinetako bat, triangelu zuzena lortu arte. Non dago zirkunzentroa?

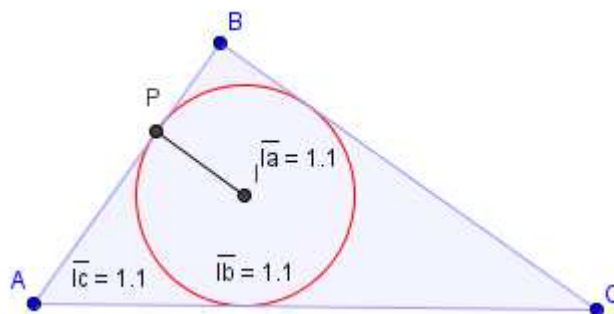


- e) Triangeluaren angeluen erdikariak puntu batean ebakitzen dute elkar. Puntu horri *inzentroa* deritzogu. Segidan, triangeluaren inzentroa eta zirkunferentzia inskribatua marrazten ikasiko duzu. Erreparatu atal nagusiei eta horietan zehazten diren prozedurei:

- $ABC$  triangelua marraztea.
- $ABC$  triangeluaren angeluen erdikariak marraztea.
- $ABC$  triangeluaren inzentroa marraztea:

- Marraztu erdikarien arteko ebaki-puntua. Horixe da inzentroa.

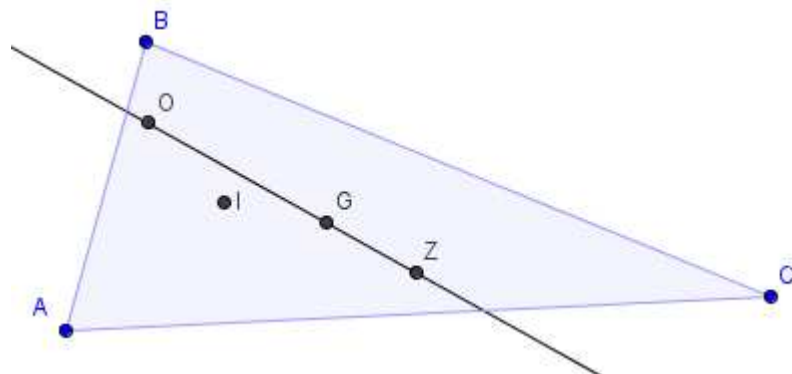
- Izendatu puntu hori  $I$  letrarekin.
- Zirkunferentzia inskribatua marraztea:
  - Ezkutatu erdikariak.
  - Neurtu  $I$  puntutik aldeetarako distantziak. Nolakoak dira?
  - Marraztu  $I$  puntutik pasatzen den  $AB$  aldearen perpendikularra.
  - Marraztu aurreko zuzenaren eta  $AB$  aldearen arteko ebakipuntua. Puntu hori zirkunferentzia inskribatuan dago kokatuta. Izendatu puntu hori  $P$  letrarekin.
  - Marraztu  $I$  puntua zentroa duen eta  $P$  puntutik pasatzen den zirkunferentzia. Horixe da zirkunferentzia inskribatua.





f) Triangeluaren barizentroa, ortozentroa eta zirkunzentroa lerrokatuta daude. Puntu horietatik pasatzen den zuzenari *Eulerren zuzena* deritzogu. Segidan, Eulerren zuzena marrazten ikasiko duzu. Erreparatu atal nagusiei eta horietan zehazten diren prozedurei:

- $ABC$  triangelua marraztea.
- Barizentroa, ortozentroa eta zirkunzentroa marraztea.
- Triangelua eta aurreko puntuak izan ezik, beste guztia ezkutatzea.
- Puntu horiek lerrokatuta daudela egiaztatzea.
- Eulerren zuzena marraztea.
- Inzentroa Eulerren zuzeneko ez dela egiaztatzea.



## 1.4 Laukiak

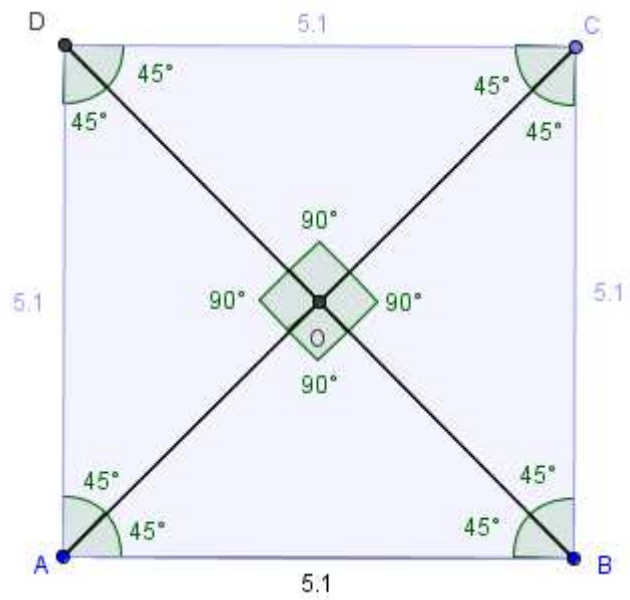
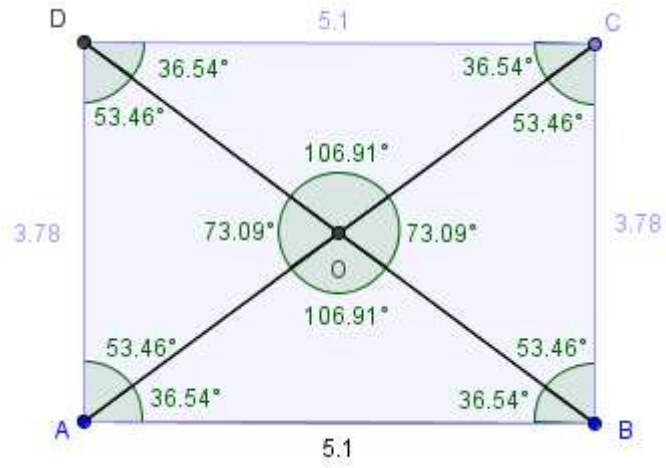
### 1.4.1 Laukizuzenak eta karratuak

Laukien eta karratuen propietateak ikasiko dituzu. Erreparatu atal nagusiei eta horietan zehazten diren prozedurei:

- $ABCD$  laukizuzena marraztea:
  - Marraztu  $\overline{AB}$  zuzenkia.
  - Marraztu  $A$  puntutik eta  $B$  puntutik pasatzen diren  $\overline{AB}$  zuzenkiaren perpendikularrak.
  - Marraztu puntu bat. Izendatu puntu hori  $C$  letrarekin.
  - Marraztu  $C$  puntutik pasatzen den  $\overline{AB}$  zuzenkiaren paraleloa.
  - Marraztu puntu bat. Izendatu puntu hori  $D$  letrarekin.
  - Marraztu  $ABCD$  laukizuzena, eta ezkutatu zuzen guztiak.
  - Marraztu  $ABCD$  laukizuzenaren diagonalak.


- Taulan, hartu laukizuzenari dagokion zatia osatzeko behar dituzun neurriak.
- Mugitu  $C$  erpina, laukizuzena karratu bihurtzeko, eta osatu taulan karratuari dagokion zatia.

	Laukizuzena	Karratua
Berdinak al dira angeluak?		
Berdinak al dira poligonoaren angeluak?		
Zuzenak al dira angeluak?		
Elkarren perpendikularrak al dira diagonalak?		
Neurri berekoak al dira diagonalak?		
Erdigunean ebakitzen al dute elkar diagonalak?		
Poligonoaren angeluen erdikariak al dira diagonalak?		

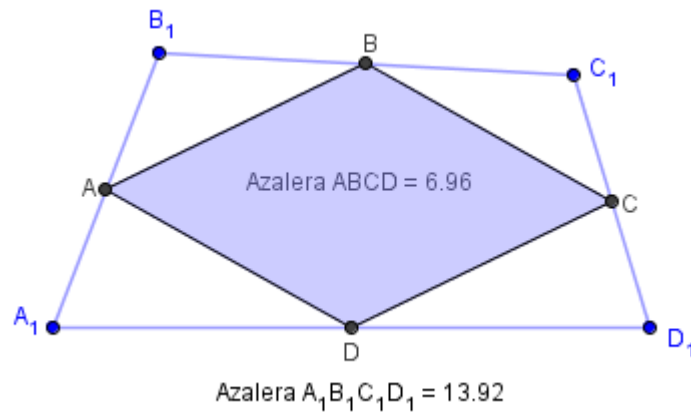


## 1.4.2 Varinogneren teorema

Lauki konbexuen propietateak zein diren ikasiko duzu. Erreparatu atal nagusiei eta horietan zehazten diren prozedurei:

- Lauki konbexu bat marraztea (barne-angelu guztiak  $< 180^\circ$ ).
- Alde bakoitzaren erdigunea marraztea:
  - Izendatu puntu horiek  $A, B, C$  eta  $D$  letrekin.
- $ABCD$  poligonoa marraztea.
- $ABCD$  poligonoa aztertzea:
  - Nolakoa da  $ABCD$  poligonoa? Paraleloak al dira  $AB$  eta  $DC$  aldeak? Paraleloak al dira  $AD$  eta  $BC$  aldeak?
- Aukeratu  ikonoa tresna-barrako 8. botoian.
- Kalkulatu eta konparatu bi poligonoen azalerak. Zer erlazio dago haien artean?
- Mugitu lehenengo poligonoaren erpinetako bat, konkaboa izateko, eta aztertu berriro  $ABCD$  poligonoa. Zer ondorio atera dezakezu?

- Lehengo propietateak enuntziatzea.



### 1.4.3 Karratu baten eraikuntza

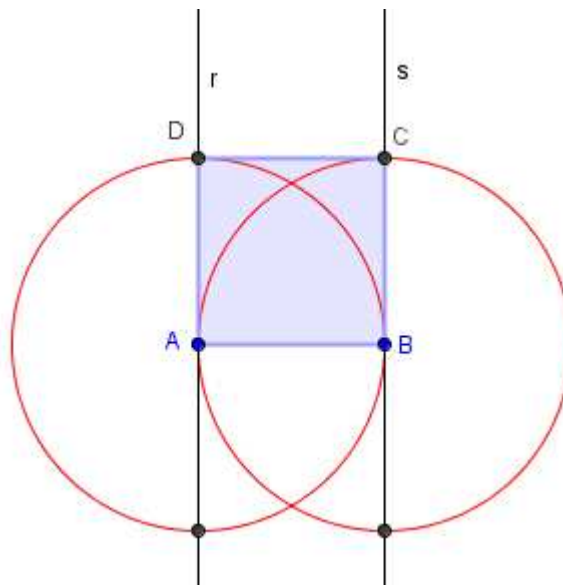
Karratua zer den kontuan hartuta, bi karratu eraikiko dituzu: lehenengoa, alde batetik abiatuta, eta bigarrena, diagonal batetik. Erreparatu atal nagusiei eta horietan zehazten diren prozedurei:

- Alde batetik abiatuta, karratua eraikitzea:
  - Marraztu  $\overline{AB}$  zuzenkia.
  - Marraztu  $A$  puntutik pasatzen den  $AB$  aldearen perpendikularra ( $r$  zuzena).
  - Marraztu  $B$  puntutik pasatzen den  $AB$  aldearen perpendikularra ( $s$  zuzena).

- Marraztu zirkunferentzia bat,  $A$  puntua zentrotzat eta  $\overline{AB}$  zuzenkia erradiotzat hartuz.
- Marraztu beste zirkunferentzia bat,  $B$  puntua zentrotzat eta  $\overline{AB}$  zuzenkia erradiotzat hartuz.
- Marraztu zuzenen eta zirkunferentzien arteko ebaki-puntuak. Izendatu puntu horiek  $C$  eta  $D$  letrekin.

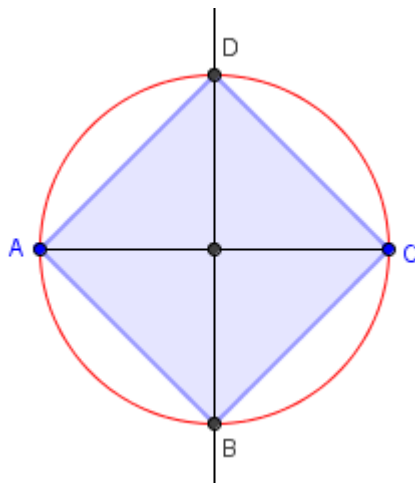


- Aukeratu ikonoa tresna-barrako 5. botoian.
- Egin klik saguaren ezkerreko botoiarekin  $A$ ,  $B$ ,  $C$  eta  $D$  puntuen gainean, eta itxi karratua,  $A$  puntuaren gainean klik eginez.



- Diagonal batetik abiatuta, karratua eraikitzea:

- Marraztu  $\overline{AC}$  zuzenkia.
- Marraztu  $\overline{AC}$  zuzenkiaren erdibitzailea.
- Marraztu  $\overline{AC}$  zuzenkiaren eta haren erdibitzailearen arteko ebaki-puntua.
- Marraztu zirkunferentzia bat, aurreko puntua zentrotzat eta  $\overline{AC}$  zuzenkia diamentrotzat hartuz.
- Marraztu zirkunferentziaren eta  $\overline{AC}$  zuzenkiaren erdibitzailearen arteko ebaki-puntuak. Izendatu puntu horiek  $B$  eta  $D$  letrekin. Bi puntu horiek dira karratuaren beste bi erpinak.






## **1.5 Poligonoen azalera**

### **1.5.1 Laukizuzenak eta karratuak**

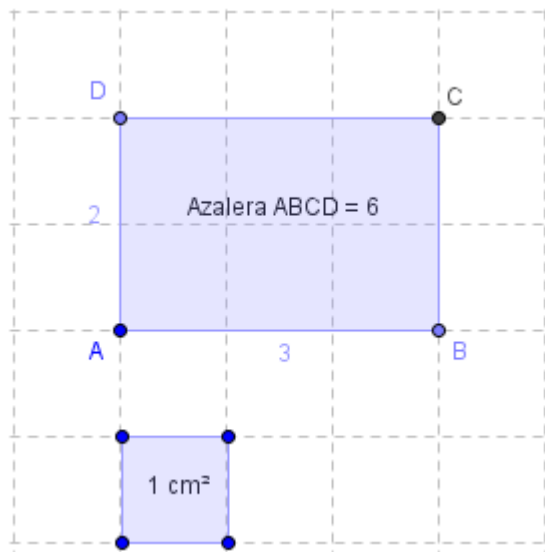
Segidan, laukizuzenen eta karratuen azalera kalkulatzeko formula zein den ikasiko duzu. Erreparatu atal nagusiei eta horietan zehazten diren prozedurei:

- Sareta agertzea:
  - Egin klik gune grafikoko edozein puntutan saguaren eskuineko botoiarekin. Aukeratu “Sareta” modua orri grafikoaren leihoan.
  
- Azaleraren unitatea marraztea:
  - Marraztu lau puntu saretan, karratu txiki bat lortzeko. Karratu txiki hori da azaleraren unitatea:  $1 \text{ cm}^2$ .
  
- *ABCD* laukizuzena marraztea:
  - Marraztu *A* puntua (saretako puntuetako bat).
  - Marraztu *A* puntutik pasatzen den zuzen horizontala (karratu txikiaren alde horizontalaren paraleloa).

- Marraztu  $B$  puntua (saretako puntuetako bat) zuzen horizontal horretan.
  - Marraztu  $A$  puntutik eta  $B$  puntutik pasatzen diren  $AB$  aldearen perpendikularrak.
  - Marraztu perpendikular horietako bateko  $D$  puntua (saretako puntuetako bat).
  - Marraztu  $D$  puntutik pasatzen den zuzen horizontala.
  - Marraztu  $C$  puntua (horizontalaren eta perpendikularren arteko ebaki-puntua).
  - Marraztu  $ABCD$  laukizuzena. Horretarako, aukeratu  ikonoa.
  - Ezkutatu zuzen guztiak.
- Azalera kalkulatzeari:
    - Neurtu  $ABCD$  laukizuzenaren aldeak.
    - Zenbatu  $ABCD$  laukizuzenaren barruan dauden karratu txikiak. Zenbat dira? Zenbaki hori da  $ABCD$  laukizuzenaren azalera. Zer erlazio dago azaleraren eta aldeen neurrien artean? Zein da

laukizuzen baten azalera kalkulatzeko formula? Zein da karratu baten azalera kalkulatzeko formula?

- Kalkulatu berriro  $ABCD$  laukizuzenaren azalera, baina Geogebra programak horretarako duen tresnarekin. Konparatu lehen lortu duzun azaleraren balioarekin.
- Laukizuzen baten azalera kalkulatzeko formula egiaztatzea:
  - Mugitu  $B$  edo  $D$  puntuak (saretako puntuak izan daitezke edo ez), eta egiaztatu lortu duzun formula.



## 1.5.2 Erronboideak

Segidan, erronboideen azalera kalkulatzeko formula zein den ikasiko duzu. Erreparatu atal nagusiei eta horietan zehazten diren prozedurei:

- $ABCD$  erronboidea marraztea:

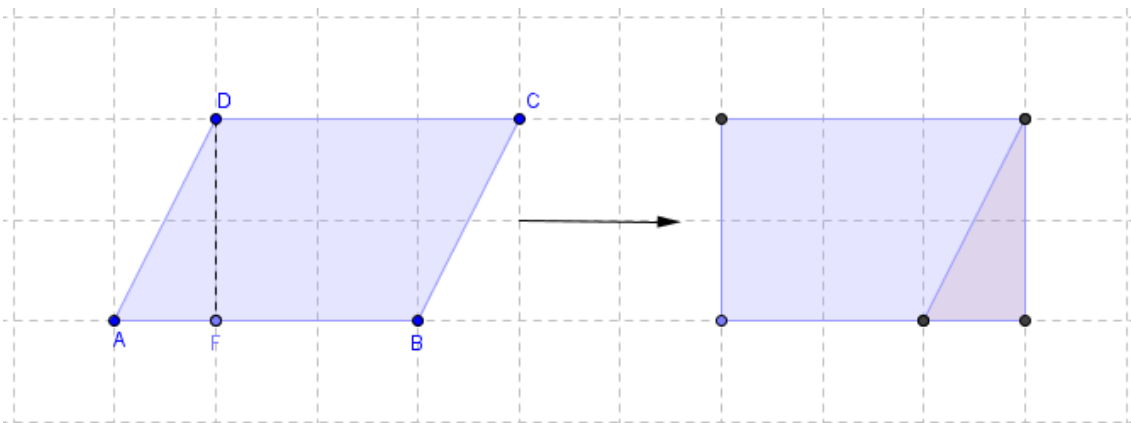
- Marraztu lau puntu (saretako lau puntu). Puntu horiek izango dira  $ABCD$  erronboidearen erpinak.

- Marraztu  $ABCD$  erronboidea. Horretarako, aukeratu ikonoa.



- $ABCD$  erronboidearen azalera kalkulatzeko:

- Marraztu  $D$  erpinetik pasatzen den  $ABCD$  erronboidearen altuera.
- Marraztu osatzen den triangelu zuzena.
- Triangelu hori beste aldera eramanda (hori egiten “Higidurak planoan” atalean ikasiko duzu), laukizuzen bat osatuko duzu. Konparatu erronboidearen eta laukizuzenaren azalerak. Nolakoak dira? Zein da erronboide baten azalera kalkulatzeko formula?



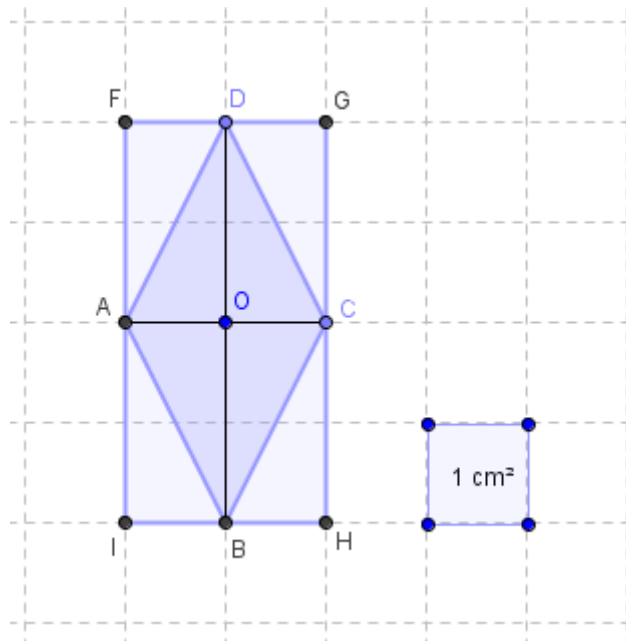
### 1.5.3 Erronboak

Segidan, erronboaren diagonalak emanik, haren azalera kalkulatzeko formula zein den ikasiko duzu. Erreparatu atal nagusiei eta horietan zehazten diren prozedurei:

- Azaleraren unitatea marraztea.
  
- $ABCD$  erronboa marraztea:
  - Marraztu  $O$  puntua (saretako edozein puntu: erronboaren diagonalen arteko ebaki-puntua).
  
  - Marraztu  $O$  puntutik pasatzen diren zuzen horizontala eta bertikala (karratu txikiaren aldean paraleloak).
  
  - Marraztu zuzen horizontalean  $C$  puntua (saretako puntuetako bat).
  
  - Marraztu zuzen bertikalean  $D$  puntua (saretako puntuetako bat).
  
  - Marraztu  $O$  puntua zentroa duen eta  $C$  puntutik pasatzen den zirkunferentzia.

- Marraztu zirkunferentzia horren eta zuzen horizontalaren arteko ebaki-puntua. Izendatu puntu hori  $A$  letrarekin.
- Marraztu  $O$  puntua zentroa duen eta  $D$  puntutik pasatzen den zirkunferentzia.
- Marraztu zirkunferentzia horren eta zuzen bertikalaren arteko ebaki-puntua. Izendatu puntu hori  $B$  letrarekin.
- Marraztu  $ABCD$  erronboa.
- $FGHI$  laukizuzena marraztea:
  - Marraztu  $A$  puntutik eta  $C$  puntutik pasatzen diren zuzen bertikalak.
  - Marraztu  $D$  puntutik eta  $B$  puntutik pasatzen diren zuzen horizontalak.
  - Marraztu zuzen bertikalen eta zuzen horizontalen arteko ebaki-puntuak. Izendatu puntu horiek  $F$ ,  $G$ ,  $H$  eta  $I$  letrekin.
  - Marraztu  $FGHI$  laukizuzena.
- Erronboaren azalera kalkulatzeko formula lortzea:

- Konparatu erronboaren eta laukizuzenaren azalerak. Zer erlazio dago haien artean?
- Konparatu laukizuzenaren aldeak eta erronboaren diagonalak. Zer erlazio dago haien artean?
- Lortu erronboaren azalera kalkulatzeko formula, aurreko bi erlazioak eta laukizuzenaren azalera kalkulatzeko formula kontuan hartuta.

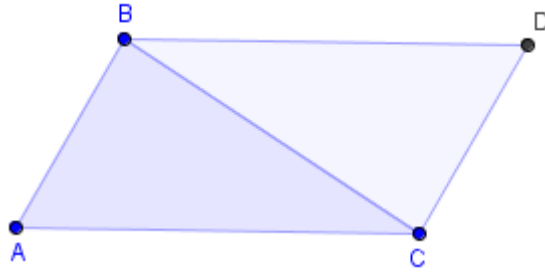


#### 1.5.4 Triangeluak

Segidan, triangelu baten azalera kalkulatzeko formula zein den ikasiko duzu. Erreparatu atal nagusiei eta horietan zehazten diren prozedurei:

- $ABC$  triangelua marraztea.
  
- $ABCD$  paralelogramoa marraztea:
  - Marraztu  $C$  puntutik pasatzen den  $AB$  aldearen paraleloa.
  
  - Marraztu  $B$  puntutik pasatzen den  $AC$  aldearen paraleloa.
  
  - Marraztu aurreko bi zuzenen arteko ebaki-puntua. Erakutsi haren etiketa.
  
  - Marraztu  $ABCD$  paralelogramoa.
  
  - Ezkutatu zuzenak.
  
- $ABCD$  paralelogramoaren eta  $ABC$  triangeluaren azalerak konparatzea.
  
- Triangelu baten azalera kalkulatzeko formula lortzea:
  - Mugitu  $ABC$  triangeluaren edozein erpin, eta konparatu berriro  $ABCD$  paralelogramoaren eta  $ABC$  triangeluaren azalerak. Zer erlazio dago haien artean?
  
  - Lortu triangelu baten azalera kalkulatzeko formula, lehengo erlazioa kontuan hartuta.



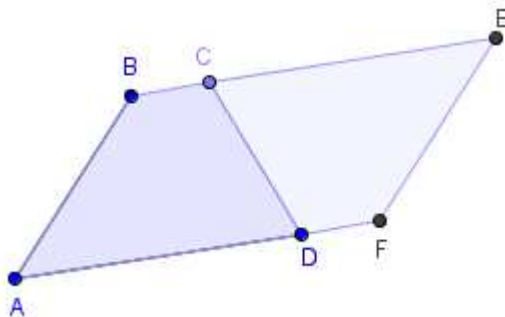


### 1.5.5 Trapezioak

Segidan, trapezio baten azalera kalkulatzeko formula zein den ikasiko duzu. Erreparatu atal nagusiei eta horietan zehazten diren prozedurei:

- $ABCD$  trapezioa marraztea:
  - Marraztu  $AB$  eta  $AD$  aldeak.
  - Marraztu  $B$  puntutik pasatzen den  $AD$  aldearen paraleloa.
  - Marraztu zuzen horretako  $C$  puntua,  $BC$  aldea  $AD$  aldea baino txikiagoa izateko.
  - Marraztu  $ABCD$  trapezioa.
- $ABEF$  paralelogramoa marraztea:
  - Marraztu  $A$  eta  $D$  puntuetatik pasatzen den zuzena.

- Marraztu zirkunferentzia bat,  $D$  puntua zentrotzat eta  $\overline{BC}$  zuzenkia erradiotzat hartuz.
  - Marraztu zirkunferentziaren eta zuzenaren arteko ebaki-puntua ( $F$  puntua).
  - Marraztu beste zirkunferentzia bat,  $C$  puntua zentrotzat eta  $\overline{AD}$  zuzenkia erradiotzat hartuz.
  - Marraztu aurreko zirkunferentziaren eta  $B$  eta  $C$  puntuetatik pasatzen den zuzenaren arteko ebaki-puntua ( $E$  puntua).
  - Marraztu  $ABEF$  paralelogramoa.
  - Ezkutatu zuzenak eta zirkunferentziak.
- $ABEF$  paralelogramoaren eta  $ABCD$  trapezioaren azalera konparatzea.
  - Trapezio baten azalera kalkulatzeko formula lortzea.

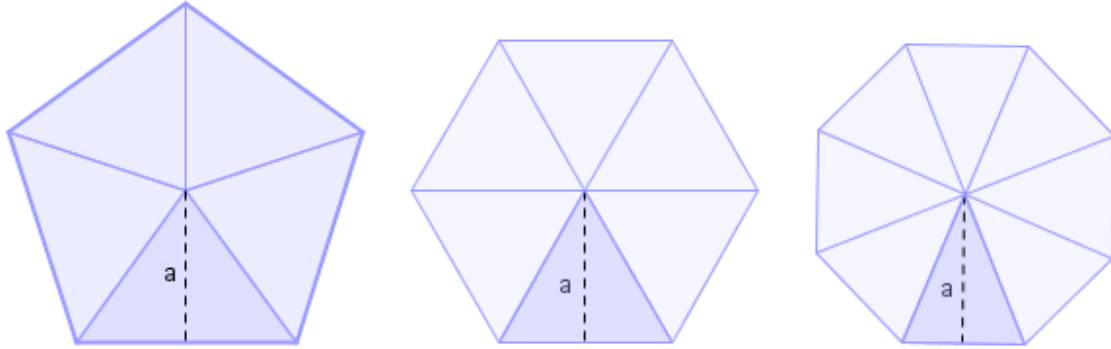


### **1.5.6 Poligono erregularrak**

Segidan, pentagono, hexagono, oktogono eta, oro har,  $n$  aldeko poligono erregularren azalera kalkulatzeko formula zein den ikasiko duzu. Erreparatu atal nagusiei eta horietan zehazten diren prozedurei:

- Pentagono bat marraztea.
  
- Pentagonoaren zentroa aurkitzea:
  - Marraztu bi alderen erdibitzaileak.
  
  - Marraztu erdibitzaileen arteko ebaki-puntua. Horixe da pentagonoaren zentroa.
  
- Pentagonoaren azalera kalkulatzeko formula lortzea:
  - Zuzenki batez, lotu pentagonoaren zentroa erpin bakoitzarekin. Zenbat triangelu osatzen dira? Nolakoak dira triangelu guztiak?
  
  - Lortu pentagonoaren azalera kalkulatzeko formula, triangeluaren altuera pentagonoaren apotema dela kontuan hartuta.
  
- Era berean, hexagonoaren eta oktogonoaren azalera kalkulatzeko formulak lortzea.

- Oro har,  $n$  aldeko poligono erregularraren azalera kalkulatzeko formula lortzea.

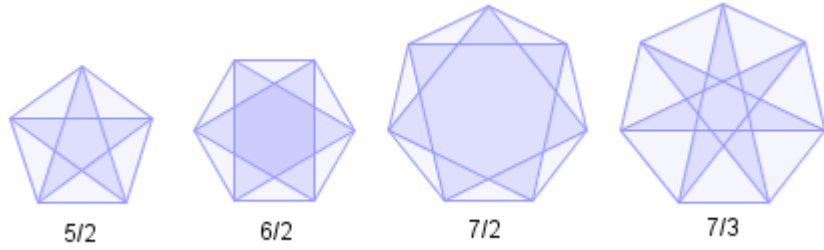


## 1.6 Izar erako poligonoak eta izarrak

Segidan, izar erako poligonoak nola marraztu ikasiko duzu. Erreparatu atal nagusiei eta horietan zehazten diren prozedurei:

- Bost puntako izar erako poligonoak marraztea:
  - Marraztu pentagono erregular bat.
  - Marraztu poligono bat, pentagonoaren erpinak binaka lotuz. Poligono horri *bost puntako izar erako poligonoa* edo *pentagrama* deritzogu, eta  $\{5/2\}$  idazkerarekin adierazten da. Eraiki al daiteke marra batez?
- Sei puntako izarrak marraztea:

- Marraztu hexagono erregular bat.
  
- Lotu hexagonoaren erpinak binaka, marren bidez. Zenbat poligono agertzen dira? Zer poligono dira? Emaitzari *sei puntako izarra* edo *Daviden izarra* deritzogu, eta  $\{6/2\}$  idazkerarekin adierazten da. Eraiki al daiteke marra batez?
  
- Zazpi puntako izar erako poligonoak marraztea:
  - Marraztu heptagono erregular bat.
  
  - Marraztu poligono bat, heptagonoaren erpinak binaka lotuz. Poligono horri *zazpi puntako izar erako poligonoa* deritzogu, eta  $\{7/2\}$  idazkerarekin adierazten da. Eraiki al daiteke marra batez?
  
  - Marraztu beste heptagono erregular bat.
  
  - Marraztu poligono bat, baina oraingoan heptagonoaren erpinak hiruak lotuz. Poligono horri *zazpi puntako izar erako poligonoa* deritzogu, eta  $\{7/3\}$  idazkerarekin adierazten da. Eraiki al daiteke marra batez?



- $n$  puntako izar erako poligonoak eta izarrek marraztea:
  - Marraztu  $n$  puntako izar erako poligono eta izar guztiak ( $8 \leq n \leq 13$ ). Nolakoa izan behar du  $n$  zenbakiak,  $n$  puntako izar erako poligono guztiak marra batez eraikitzeko?
  - Osatu taula hau:


Punta kopurua	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Izar erako poligono kopurua	1 -	1	2						
Idazkerak	$\{5/2\}$	$\{6/2\}$	$\{7/2\}$ $\{7/3\}$						

## 1.7 Zirkunferentziaren luzera eta $\pi$ zenbakia

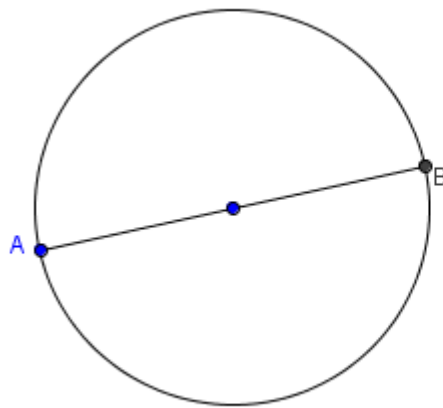
Segidan, zirkunferentziaren luzera kalkulatzeko formula zein den ikasiko duzu. Erreparatu atal nagusiei eta horietan zehazten diren prozedurei:

- Zirkunferentzia bat marraztea.
- Zirkunferentziaren luzera kalkulatzeko formula lortzea:



- Aukeratu  ikonoa.
- Neurtu zirkunferentziaren luzera.
- Marraztu zirkunferentziaren diametroetako bat.
- Neurtu diametroa.
- Egin eragiketa hau: zirkunferentziaren luzera/diametroaren luzera.
- Mugitu diametroaren  $A$  muturra edo zirkunferentziaren zentroa behin eta berriro, eta egiaztatu aurreko zatidura ez dela aldatzen. Zenbat da zatidura? Zer zenbaki da zatidura hori?

- Lortu zirkunferentziaren luzera kalkulatzeko formula, diametroa erradioa halako bi (erradioaren bikoitza) dela kontuan hartuta.



$L = \text{Zirkunferentziaren luzera} = 12.35$

$d = \text{diametroaren luzera} = 3.93$

$L/d = 3.14$

## 1.8 Urrezko zenbakia

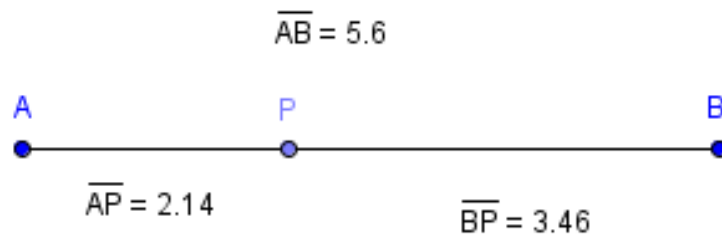
### 1.8.1 Zuzenki baten urrezko sekzioa

- a) Segidan, zuzenkia urrezko proportzioa betetzen duten bi zatitan nola banatu ikasiko duzu. Erreparatu atal nagusiei eta horietan zehazten diren prozedurei:

- $\overline{AB}$  zuzenkia marraztea.
- $\overline{AB}$  zuzenkiko  $P$  puntua marraztea.
- $\overline{AB}$ ,  $\overline{AP}$  eta  $\overline{BP}$  zuzenkiak neurtzea.



- $\frac{\overline{BP}}{\overline{AP}}$  eta  $\frac{\overline{AB}}{\overline{BP}}$  eragiketak egitea.
- Aurreko zatidurak berdinak izan daitezzen,  $P$  puntua mugitzea:
  - Zenbat da zatidura? Zenbaki horri *urrezko zenbakia* deritzogu, eta zuzenkia proportzio horretan banatzen duen zatiketari, *zuzenkiaren urrezko sekzioa*.



$$d(B,P) / d(A,P) = 1.62$$

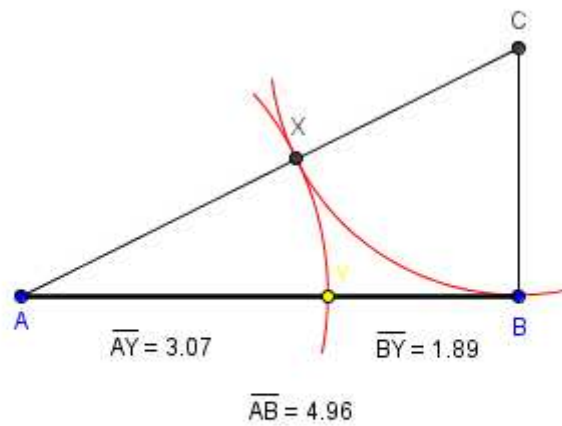
$$d(A,B) / d(B,P) = 1.62$$

- b) Zuzenki baten urrezko sekzioa eraikiko duzu berriro, baina, orainoan, zehatz-mehatz. Erreparatu atal nagusiei eta horietan zehazten diren prozedurei:

- $\overline{AB}$  zuzenkia marraztea.
- $\overline{BC}$  zuzenkia marraztea:

- Marraztu  $\overline{AB}$  zuzenkiaren erdigunea.
- Marraztu  $B$  puntutik pasatzen den zuzen perpendikularra.
- Marraztu  $B$  puntua zentroa duen eta  $\overline{AB}$  zuzenkiaren erdiko puntutik pasatzen den zirkunferentzia.
- Marraztu zirkunferentziaren eta zuzen perpendikularraren arteko ebaki-puntuetako bat. Izendatu puntu hori  $C$  letrarekin.
- Marraztu  $\overline{BC}$  zuzenkia.
- Ezkutatu zirkunferentzia, zuzen perpendikularra eta erdigunea.
- Marraztu  $\overline{AC}$  zuzenkia.
- Marraztu  $C$  puntua zentroa duen eta  $B$  puntutik pasatzen den zirkunferentzia.
- Marraztu zirkunferentziaren eta  $\overline{AC}$  zuzenkiaren arteko ebaki-puntua. Izendatu puntu hori  $X$  letrarekin.
- Marraztu  $A$  puntua zentroa duen eta  $X$  puntutik pasatzen den zirkunferentzia.

- Marraztu zirkunferentziaren eta  $\overline{AB}$  zuzenkiaren arteko ebaki-puntua. Izendatu puntu hori  $Y$  letrarekin.
- Egiaztatu  $Y$  puntuak  $\overline{AB}$  zuzenkiaren urrezko sekzioa seinalatzen duela.
- Mugitu  $A$  edo  $B$  puntua, dena ondo eraiki duzula egiaztatzeko.



$$d(A,B) / d(A,Y) = 1.62$$

$$d(A,Y) / d(B,Y) = 1.62$$

## 1.8.2 Urrezko laukizuzena


Segidan, urrezko laukizuzena (aldean arteko zatidura urrezko zenbakia da) nola eraiki ikasiko duzu. Erreparatu atal nagusiei eta horietan zehazten diren prozedurei:

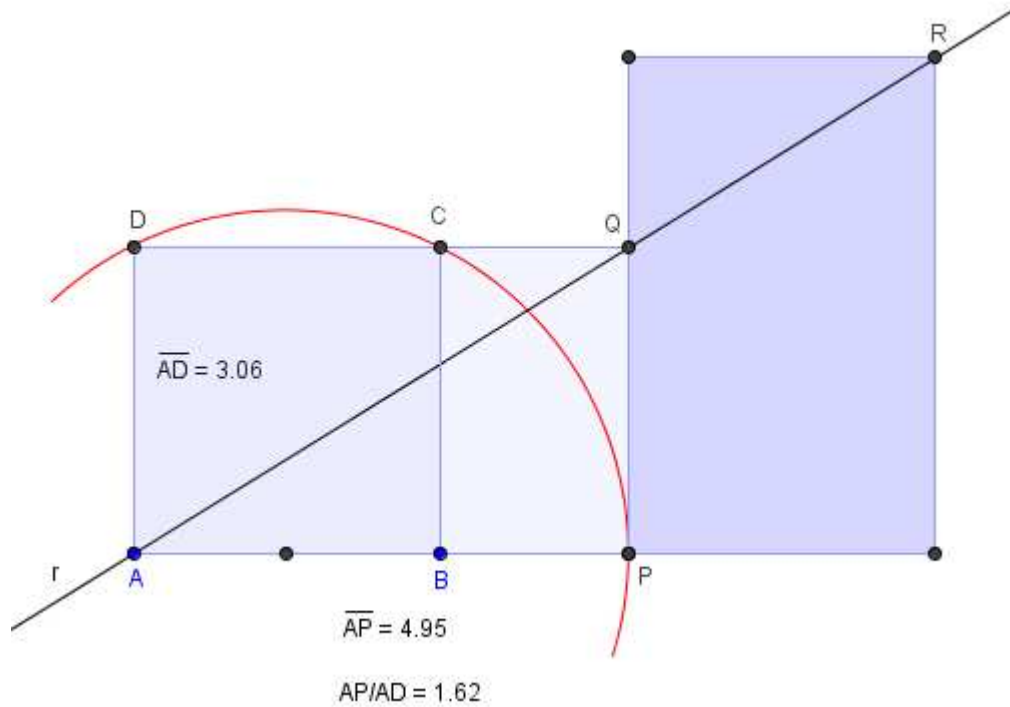
- $ABCD$  karratua marraztea.


- $\overline{AB}$  zuzenkiaren erdigunea marraztea.
- Erdigunea zentroa duen eta  $C$  puntutik pasatzen den zirkunferentzia marraztea.
- $A$  eta  $B$  puntuetatik pasatzen den zuzena marraztea.
- Zuzen horren eta zirkunferentziaren arteko ebaki-puntua marraztea ( $P$  puntua).
- $P$  puntutik pasatzen den  $\overline{AB}$  zuzenkiaren perpendikularra marraztea.
- $C$  eta  $D$  puntuetatik pasatzen den zuzena marraztea.
- Aurreko bi zuzenen arteko ebaki-puntua marraztea ( $Q$  puntua).
- $APQD$  laukizuzena marraztea.
- Zuzen guztiak ezkutatzea.
- $APQD$  urrezko laukizuzena dela egiaztatzea:
  - Neurtu  $AP$  eta  $AD$  aldeak.

- Egin  $AP/AD$  eragiketa. Zenbat da zatidura? Zer ondorio atera dezakezu?
- Mugitu  $A$  edo  $B$  puntua, dena ondo eraiki duzula egiaztatzeko.
- Urrezko laukizuzenaren propietate bat ezagutzea:

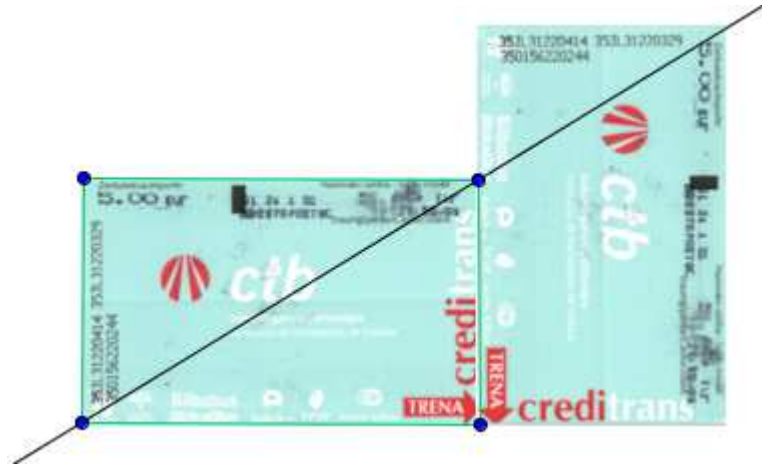


- Aukeratu  ikonoa tresna-barrako 9. botoian.
- Biratu  $APQD$  laukizuzena  $P$  puntuaren inguruan,  $90^\circ$  zabal den angeluarekin eta erloju-orratzen noranzkoan.
- Marraztu  $R$  puntua laukizuzen biratuan.
- Egiaztatu  $A$ ,  $Q$  eta  $R$  puntuak lerrokatuta daudela.



- Creditrans txartela urrezko laukizuzena dela egiaztatzea:
  - Lortu Creditrans txartelaren argazki bat.
  - Aukeratu  ikonoa tresna-barrako 10. botoian.
  - Egin klik gune grafikoko edozein puntutan saguaren ezkerreko botoiarekin.
  - Aukeratu Creditrans txartelaren argazkia; berehala agertuko da gune grafikoan.

- Marraztu txartelak definitzen duen laukizuzena.
- Egiaztatu lehengo propietatea.




### 1.8.3 Dürerren kiribila

Segidan, Dürerren kiribila nola marraztu ikasiko duzu. Erreparatu atal nagusiei eta horietan zehazten diren prozedurei:

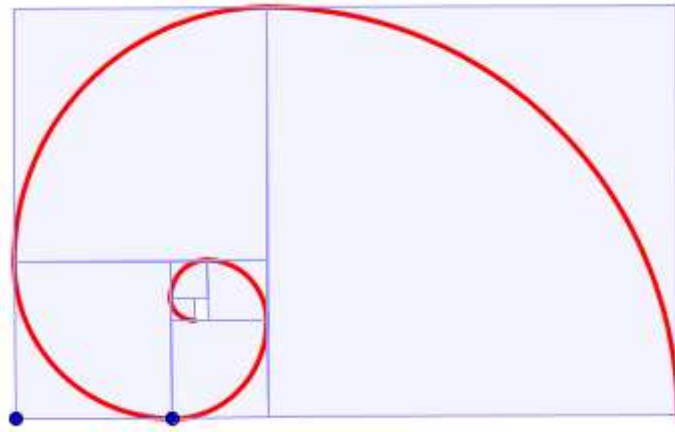
- Urrezko laukizuzen bat marraztea.
- Kanporantz hedatzea:
  - Marraztu karratu bat laukizuzenaren alde handian.
  - Marraztu karratu bat sortutako laukizuzenaren alde handian.

- Barrurantz hedatzea:
  - Marraztu karratu bat lehenengo laukizuzenaren alde txikian.
  - Marraztu karratu bat sortutako laukizuzenaren alde txikian.
  - Errepikatu aurreko pausoa hiru aldiz.
- Dürerren kiribila marraztea:



- Aukeratu  ikonoa tresna-barrako 6. botoian.
- Marraztu arkuak. Horretarako, egin klik arkuaren zentroan eta muturretan, erloju-orratzen kontrako noranzkoan.
- Ezkutatu puntuak eta aldatu irudiaren itxura, irudi hau lortzeko:

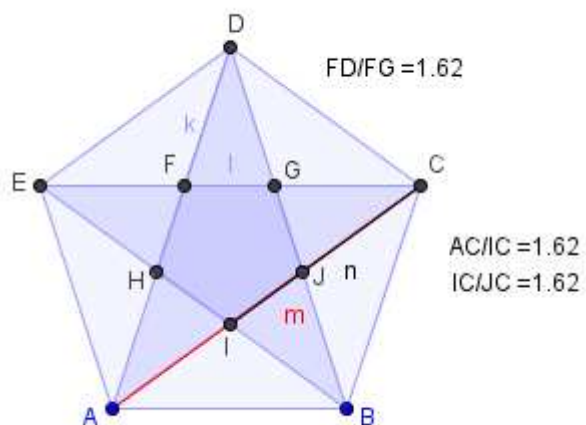




### 1.8.4 Pentagrama

Segidan, pentagramaren magia zertan den ikasiko duzu. Erreparatu atal nagusiei eta horietan zehazten diren prozedurei:

- Pentagrama marraztea.
- Neurtu  $\overline{FD}$ ,  $\overline{FG}$ ,  $\overline{AC}$ ,  $\overline{IC}$  eta  $\overline{JC}$  zuzenkiak.
- Egin  $\frac{\overline{FD}}{\overline{FG}}$ ,  $\frac{\overline{AC}}{\overline{IC}}$  eta  $\frac{\overline{IC}}{\overline{JC}}$  eragiketak. Zenbat da zatidura? Zer zenbaki da? Hau magia da!

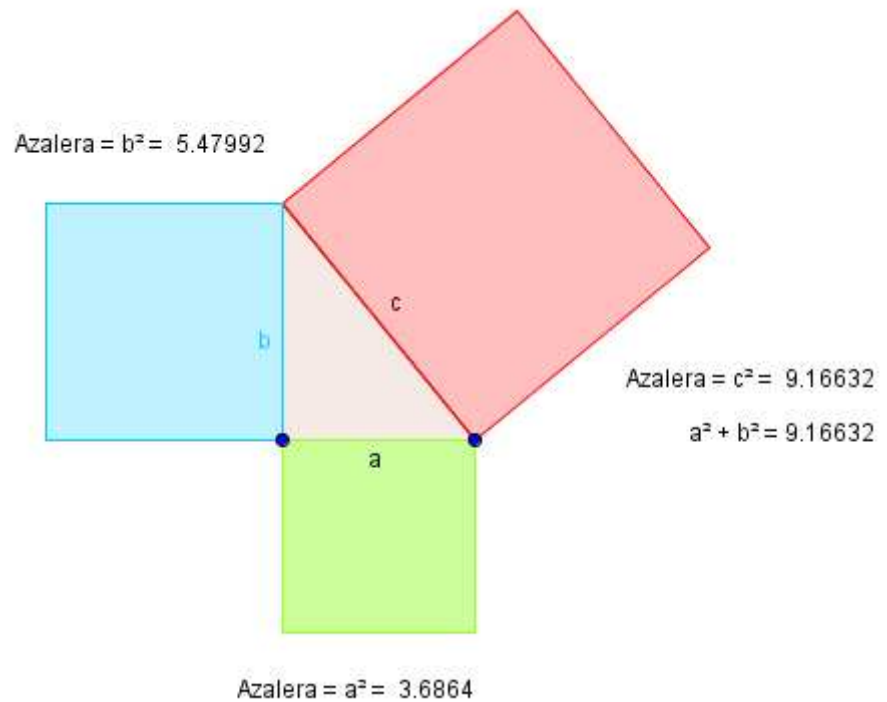


## 1.9 Pitagorasi teorema

### 1.9.1 Azalerak I

Segidan, azalerak kalkulatu, Pitagorasi teorema zertan den ikasiko duzu. Erreparatu atal nagusiei eta horietan zehazten diren prozedurei:

- Kateto batetik abiatuta, triangelu zuzen bat marraztea.
- Triangeluaren alde bakoitzean, karratu bat marraztea.
- Karratu guztien azalera kalkulatzeko.
- Pitagorasi teorema egiaztatzea.

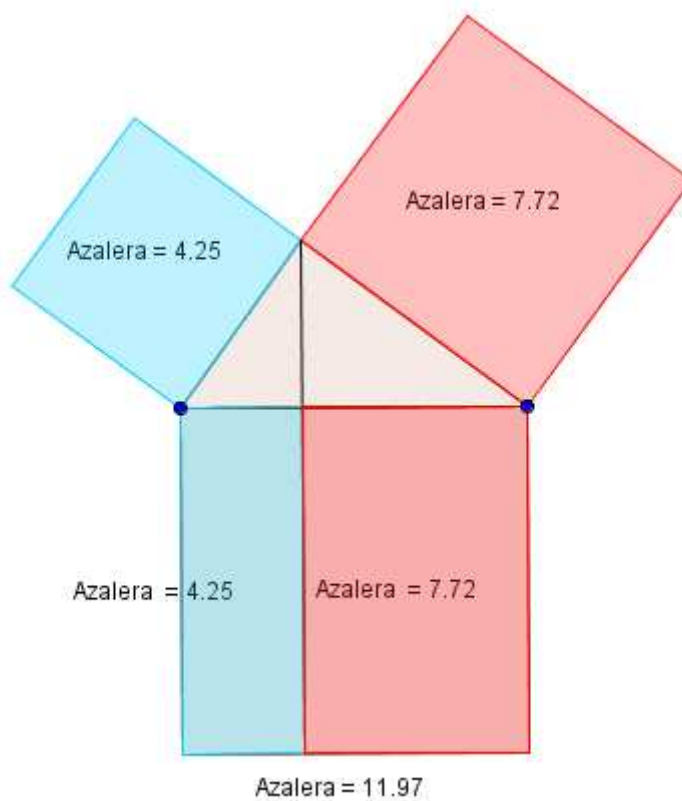


## 1.9.2 Azalerak II

Segidan, azalerak kalkulatu, Pitagoraren teorema zertan den ikasiko duzu. Erreparatu atal nagusiei eta horietan zehazten diren prozedurei:

- Hipotenusatik abiatuta, triangelu zuzen bat marraztea.
- Triangeluaren alde bakoitzean karratu bat marraztea.
- Triangeluaren angelu zuzenetik, altuera marraztea.
- Hipotenusako karratua, altuerak sortutako laukizuzenak marraztea.
- Hiru karratuen eta bi laukizuzenen azalera kalkulatzeko.

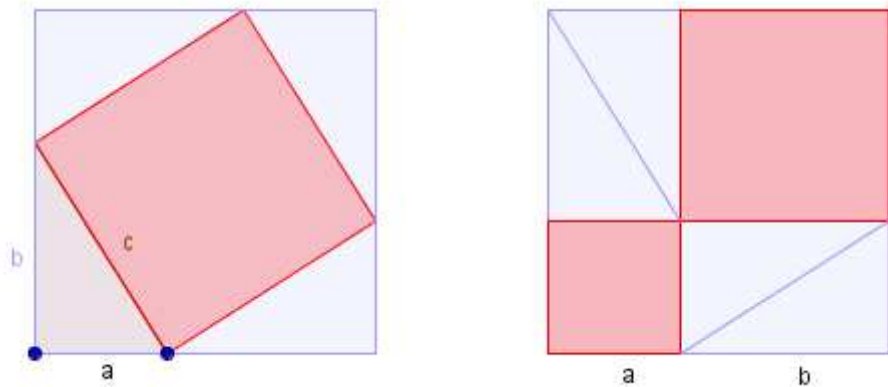
- Pitagorasen teorema egiaztatzea.



### 1.9.3 Azalera III

Segidan, azalera konparatuz, Pitagorasen teorema zertan den ikasiko duzu. Erreparatu atal nagusiei eta horietan zehazten diren prozedurei:

- Irudi hauek marraztea:



- Azalerak konparatuz, Pitagorasen teorema egiaztatzea.

#### 1.9.4 Biderkadura nabarmenak I

Segidan, biderkadura nabarmenak eta karratuen azalera erabiliz, Pitagorasen teorema zertan den ikasiko duzu. Erreparatu atal nagusiei eta horietan zehazten diren prozedurei:

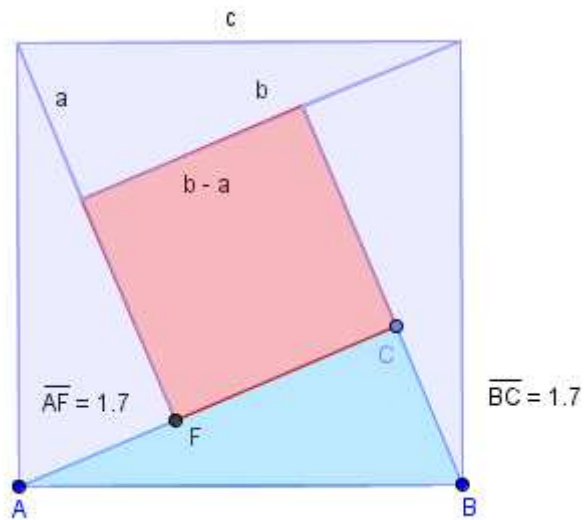
- Kateto batetik abiatuta, triangelu zuzen bat marraztea.
- $c$  aldea duen karratua marraztea.
- $CFGH$  karratua marraztea:
  - Marraztu  $C$  eta  $B$  puntuetatik pasatzen den zuzena.
  - Marraztu  $C$  eta  $A$  puntuetatik pasatzen den zuzena.
  - Marraztu  $D$  puntutik pasatzen den  $AC$  aldearen paraleloa.

- Marraztu  $E$  puntutik pasatzen den  $BC$  aldearen paraleloa.
  - Marraztu aurreko zuzenen arteko ebaki-puntuak ( $F$ ,  $G$  eta  $H$ ).
  - Marraztu  $CFGH$  karratua.
  - Ezkutatu zuzen guztiak.
  - Egiaztatu  $CFGH$  karratuaren aldea  $a + b$  dela.
- Biderkadura nabarmenak erabiltzea:
    - Kontuan izan  $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$  biderkadura nabarmena.
  - $CFGH$  karratuaren azalera erabiltzea:
    - Kontuan izan  $CFGH$  karratuaren azalera bi modutan adieraz daitekeela:  

$$(a + b)^2 \text{ eta } c^2 + 4(ab / 2) = c^2 + 2ab$$
  - Pitagorasen teorema egiaztatzea:
    - Berdinu aurreko adierazpenak, eta,  $2ab$  sinplifikatuz, Pitagorasen teorema lortuko duzu:  $c^2 = a^2 + b^2$



- Kontuan izan:  $(b - a)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$
- Kontuan izan karratu txikiaren azalera bi modutan adieraz daitekeela:  $(b - a)^2$  eta  $c^2 - 4(ab/2) = c^2 - 2ab$
- Berdinu aurreko adierazpenak, eta,  $2ab$  sinplifikatuz, Pitagorasek teorema lortuko duzu:  $c^2 = a^2 + b^2$



### 1.9.6 Perigalen froga

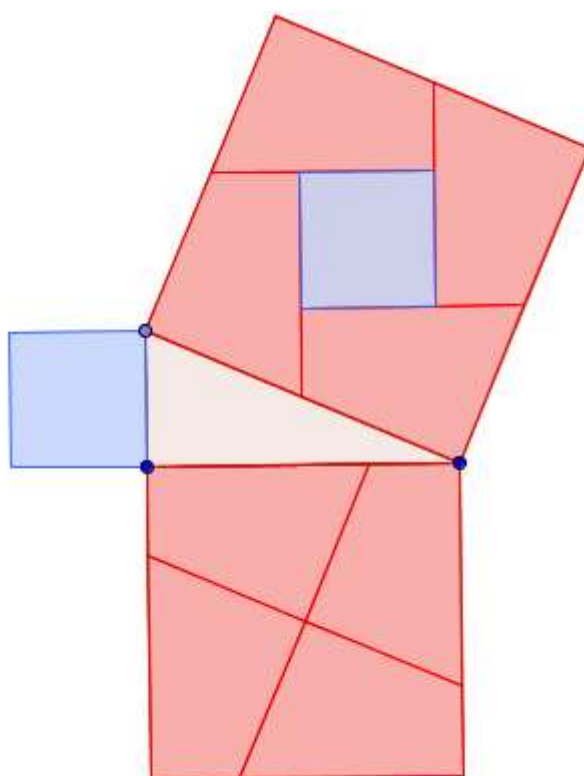
Segidan, puzzle baten piezak lortuko dituzu, eta, puzzle horrekin, Pitagorasek teoremaren frogetako bat zertan den ikasiko duzu. Erreparatu atal nagusiei eta horietan zehazten diren prozedurei:

- Triangelu zuzen bat marraztea.



- Triangeluaren alde bakoitzean karratu bat marraztea.
  
- Beheko karratuaren zentroa marraztea:
  - Marraztu karratu horren diagonalak.
  
  - Marraztu diagonalen arteko ebaki-puntua. Horixe da karratuaren zentroa.
  
- Puzzlearen piezak lortzea:
  - Marraztu, beheko karratuan, zentrotik pasatzen den eta triangeluaren hipotenusaren paraleloa den zuzena.
  
  - Marraztu, karratu berean, zentrotik pasatzen den eta aurreko zuzenaren perpendikularra den zuzena.
  
  - Marraztu aurreko bi zuzenen eta karratuaren arteko ebaki-puntuak.
  
  - Marraztu karratuan sortu diren lau laukiak. Lauki horiek eta karratu txikia dira puzzlearen piezak.
  
  - Ezkutatu puntu guztiak.
  
- Pitagorasen teorema egiaztatzea:

- Inprimatu egindako irudia.
- Ebaki karratu txikia, karratu handia eta beste karratuko lau laukiak. Azken pieza horiekin eta karratu txikiarekin karratu handia lortu behar duzu. Horrela egiaztatuko duzu Pitagorasen teorema.

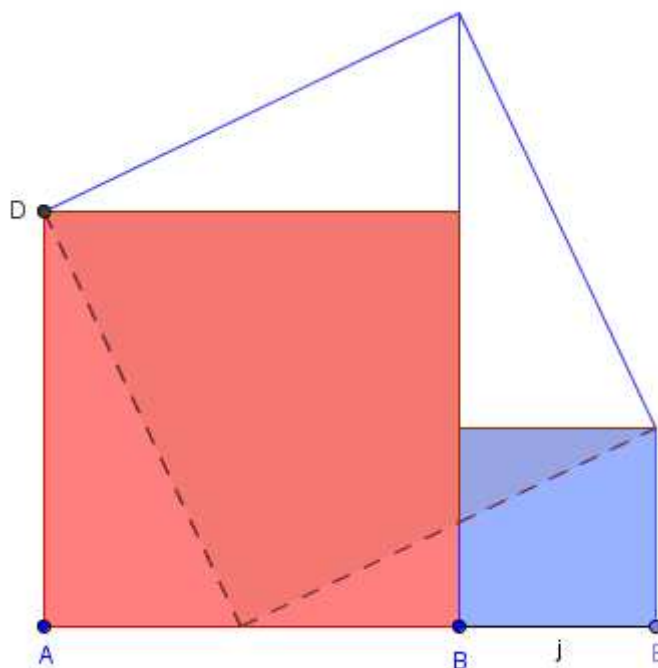


### 1.9.7 Beste puzzle bat

Segidan, beste puzzle baten piezak lortuko dituzu, Pitagorasen teoreman oinarrituta. Erreparatu atal nagusiei eta horietan zehazten diren prozedurei:

- Bi karratu desberdin marraztea:

- Marraztu zuzenerdi bat.
- Marraztu karratu bat aurreko zuzenerdian.
- Marraztu beste karratu txikiago bat zuzenerdian eta aurreko karratuaren ondoan.
- Marraztu zirkunferentzia bat,  $A$  puntua zentrotzat eta karratu txikiaren alde erradiotzat hartuz.
- Marraztu aurreko zirkunferentziaren eta  $AB$  aldearen arteko ebaki-puntua, eta, lotu zuzenki batez puntu hori  $D$  puntuarekin.
- Ezkutatu zuzenerdia eta zirkunferentzia.
- Marraztu zuzenki horretan karratu bat. Beste karratu biak zatituta geratzen dira: bata, hirutan, eta bestea, bitan. Zati horiek dira puzzlearen piezak.
- Inprimatu egindako irudia.
- Ebaki bi karratuak, puzzlearen bost piezak lortzeko, eta lortu karratu handia pieza horiekin (irudian ikus dezakezu piezak nola kokatu).




## 1.10 Higidurak planoan

### 1.10.1 Translazioak


Segidan, translazioa zer den ikasiko duzu. Erreparatu atal nagusiei eta horietan zehazten diren prozedurei:

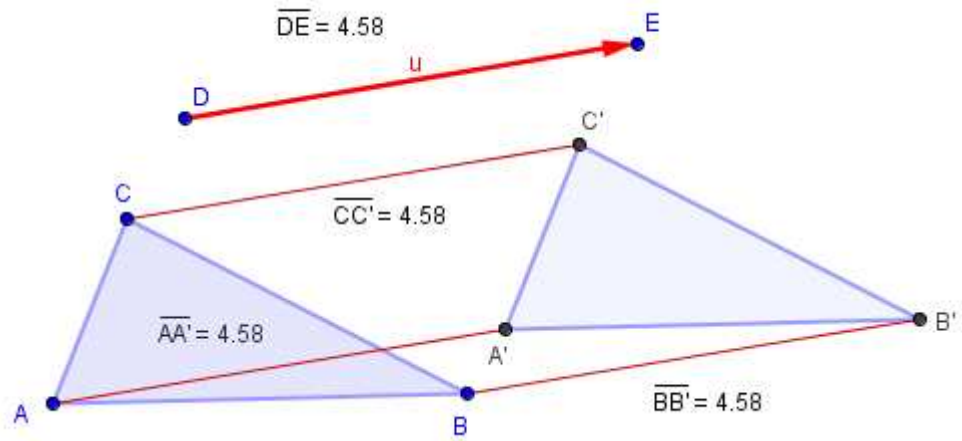
- $ABC$  triangelua marraztea.
- Bektore bat marraztea:



- Aukeratu  ikonoa tresna-barrako 3. botoian.
  - Marraztu bektore bat ( $\vec{u}$  bektorea), zuzenki bat marrazten duzun moduan. Oraingoan, muturrean gezi bat agertuko da, noranzkoa adierazteko.
- $ABC$  triangeluaren translazioa  $\vec{u}$  bektorearekin egitea:

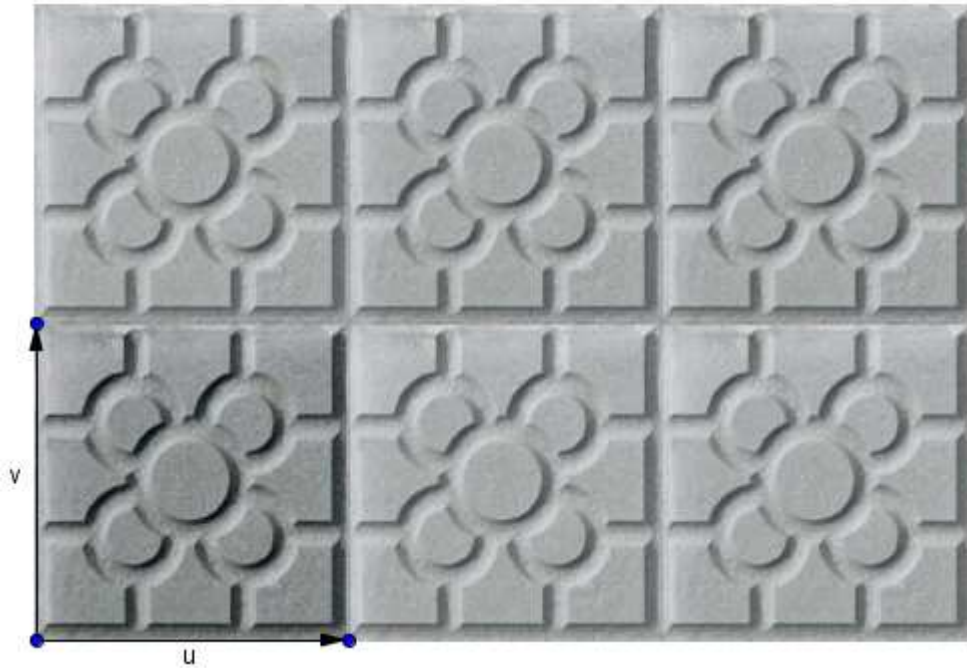


- Aukeratu  ikonoa tresna-barrako 9. botoian.
- Egin klik triangeluan eta bektorean saguaren ezkerreko botoiarekin. Zer pasatzen da? Mugitu bektorearen jatorria eta muturra. Zer pasatzen da? Zer ondorio atera dezakezu?
- Neurtu  $d(A, A')$ ,  $d(B, B')$  eta  $d(C, C')$  distantziak. Nolakoak dira? Zer erlazio dute  $\vec{u}$  bektorearekin?
- Mugitu  $ABC$  triangeluaren erpinak. Zer pasatzen da? Zer ondorio atera dezakezu? Nolakoak dira  $ABC$  eta  $A'B'C'$  triangeluak?




- Lauzak jartzea:

- Aukeratu lauza baten argazkia.
- Txertatu argazkia gune grafikoan.
- Marraztu  $\vec{u}$  eta  $\vec{v}$  bektoreak.
- Transladatu irudia  $\vec{u}$  eta  $\vec{v}$  bektoreekin.
- Transladatu irudi higituak  $\vec{u}$  eta  $\vec{v}$  bektoreekin.

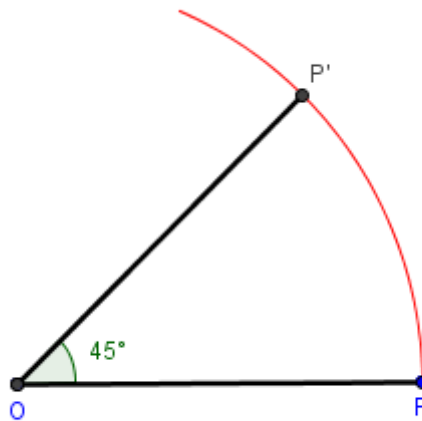


### 1.10.2 Biraketak

Segidan, biraketa zer den ikasiko duzu. Erreparatu atal nagusiei eta horietan zehazten diren prozedurei:

- $\overline{OP}$  zuzenkia biratzea:
  - $\overline{OP}$  zuzenkia marraztea.
  - Aukeratu  ikonoa tresna-barrako 9. botoian.
  - Egin klik  $\overline{OP}$  zuzenkian eta  $O$  puntuan (biraketaren zentroa) saguaren ezkerreko botoiarekin.

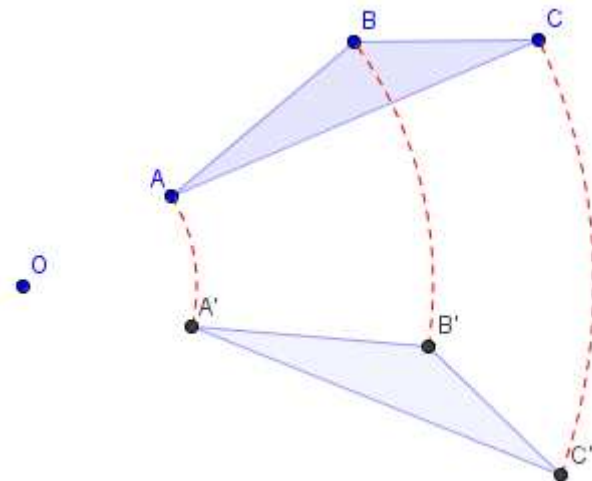
- Agertu den leihoan, idatzi biraketa-angeluaren neurria, eta aukeratu biraketaren noranzkoa; berehala agertuko da  $\overline{OP'}$  zuzenkia.
- Neurtu  $POP'$  angelua, eta egiaztatu emandako biraketa-angelua dela.
- Neurtu  $\overline{OP}$  eta  $\overline{OP'}$  zuzenkiak. Nolakoak dira?



- $ABC$  triangelua biratzea:
  - Marraztu  $ABC$  triangelua.
  - Marraztu  $O$  puntua (triangelukoa ez den edozein puntu).

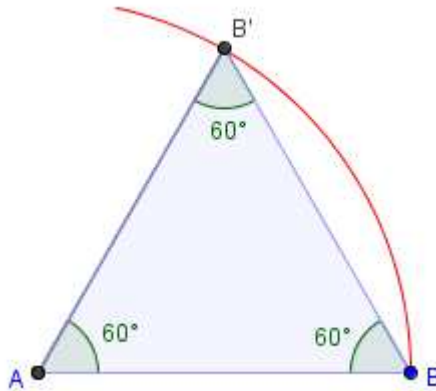


- Biratu  $ABC$  triangelua  $O$  puntuaren inguruan,  $30^\circ$  zabal den angeluarekin eta erloju-orratzen noranzkoan.
- Konparatu  $ABC$  eta  $A'B'C'$  triangeluak. Nolakoak dira?
- Mugitu  $O$  puntua. Zer pasatzen da?
- Mugitu  $ABC$  triangeluaren edozein erpin. Zer pasatzen da?



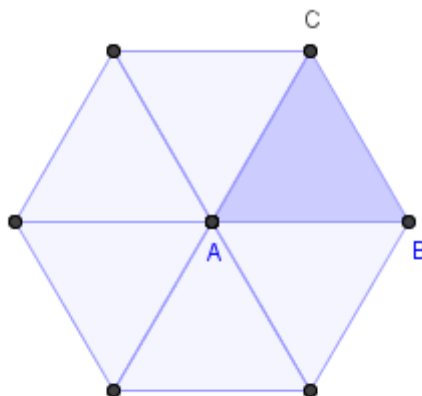
- Triangelu ekilatero bat marraztea:
  - Marraztu  $\overline{AB}$  zuzenkia.
  - Biratu,  $60^\circ$  zabal den angeluarekin,  $\overline{AB}$  zuzenkia  $A$  puntuaren inguruan.

- Marraztu  $ABB'$  triangelua. Nolakoa da? Zergatik?




- Triangelu ekilatero bat beste era batera marraztea:
  - Marraztu zirkunferentzia bat.
  - Lotu zuzenki batez ( $\overline{OA}$  zuzenkia) zirkunferentziaren zentroa zirkunferentziako edozein punturekin.
  - Biratu  $\overline{OA}$  zuzenkia  $O$  puntuaren inguruan,  $120^\circ$  zabal den angeluarekin eta erloju-orratzen kontrako noranzkoan.
  - Biratu  $\overline{OA'}$  zuzenkia  $O$  puntuaren inguruan,  $120^\circ$  zabal den angeluarekin eta erloju-orratzen kontrako noranzkoan.







- Lore bat egitea:



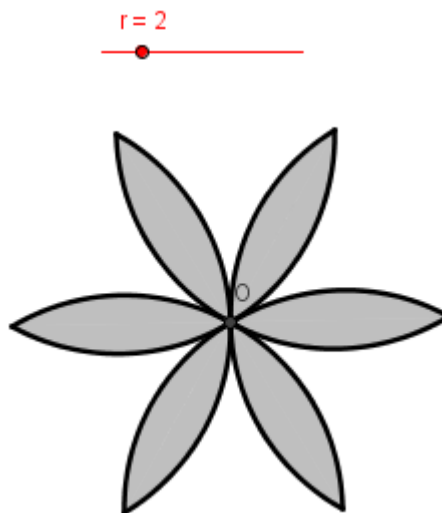
- Aukeratu  ikonoa tresna-barrako 10. botoian.
- Egin klik saguaren ezkerreko botoiarekin gune grafikoko edozein puntutan. Irristailuaren leihoa agertuko da.
- Idatzi  $r$  letra “Izena” eremuan; 0, “min” eremuan; eta 12, “max” eremuan. Itxi irristailuaren leihoa, “Aplikatu” botoian klik eginez.



- Aukeratu  ikonoa.
- Marraztu zirkunferentzia bat, edozein puntu zentrotzat eta  $r$  erradiotzat hartuz.

- Marraztu puntu bat (edozein) zirkunferentzian.
- Marraztu zirkunferentzia bat, aurreko puntua zentrotzat eta  $r$  erradiotzat hartuz.
- Marraztu bi zirkunferentzien arteko ebaki-puntuetako bat. Izendatu puntu hori  $O$  letrarekin.
- Biratu lehenengo zirkunferentzia  $O$  puntuaren inguruan,  $60^\circ$  zabal den angeluarekin eta erloju-orratzen kontrako noranzkoan.
- Biratu era berean zirkunferentzia biratua.
- Errepikatu aurreko pausoa behar beste, lorearen sei petaloak agertu arte.
- Aukeratu  ikonoa tresna-barrako 6. botoian.
- Marraztu petaloak mugatzen dituzten arkuak.
- Ezkutatu zirkunferentziak eta puntu guztiak, biraketaren zentroa ( $O$  puntua) izan ezik.
- Aldatu arkuen itxura.


- Mugitu irristailuan agertzen den puntua. Zer pasatzen da?



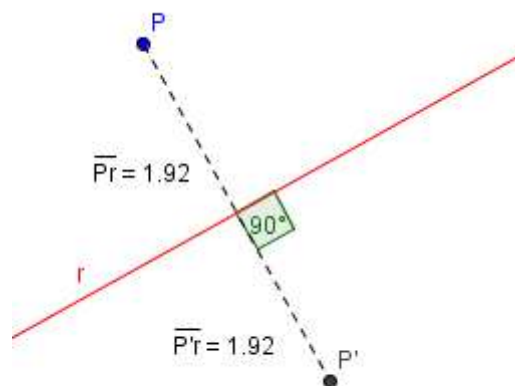
### 1.10.3 Ardatz-simetriak

Segidan, ardatz-simetria zer den ikasiko duzu. Erreparatu atal nagusiei eta horietan zehazten diren prozedurei:

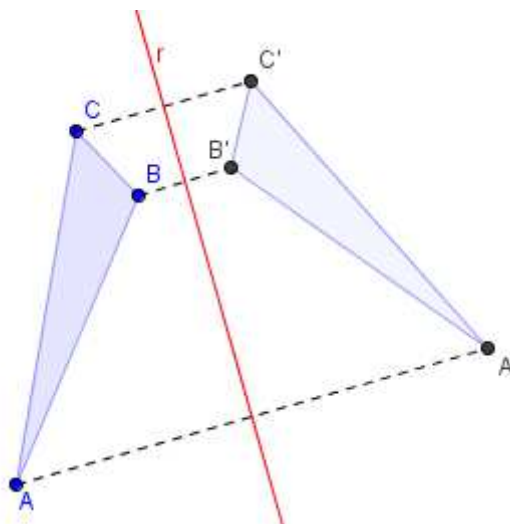
- Puntu baten zuzen batekiko simetrikoa marraztea:
  - Marraztu puntu bat. Izendatu puntu hori  $P$  letrarekin.
  - Marraztu  $r$  zuzena ( $P$  puntua ez da  $r$  zuzeneko).

- Aukeratu  ikonoa tresna-barrako 9. botoian.

- Egin klik  $P$  puntuan eta  $r$  zuzenean saguaren ezkerreko botoiarekin. Berehala agertuko da  $P$  puntuaren  $r$  zuzenarekiko simetrikoa ( $P'$  puntua).
- Marraztu  $\overline{PP'}$  zuzenkia. Zer erlazio dago zuzenki horren eta  $r$  zuzenaren artean? Zuzen horri *simetria-ardatza* deritzogu.
- Neurtu  $P$  puntutik eta  $P'$  puntutik  $r$  zuzenerako distantziak. Nolakoak dira? Zer ondorio atera dezakezu?
- Mugitu  $P$  puntua eta  $r$  zuzena, aurreko guztia betetzen dela egiaztatzeko.
- Mugitu  $P$  puntua,  $r$  zuzeneko izateko. Zein da  $P$  puntuaren  $r$  zuzenarekiko simetrikoa?



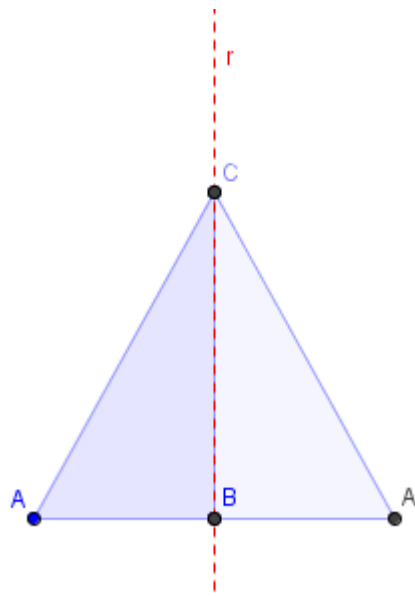
- Triangelu baten zuzen batekiko simetrikoa marraztea:
  - Marraztu triangelu bat ( $ABC$  triangelua).
  - Marraztu  $r$  zuzena (triangelutik kanpo).
  - Marraztu  $ABC$  triangeluaren  $r$  zuzenarekiko simetrikoa ( $A'B'C'$  triangelua).
  - Egiaztatu  $r$  zuzena  $\overline{AA'}$ ,  $\overline{BB'}$  eta  $\overline{CC'}$  zuzenkien erdibitzailea dela.
  - Mugitu triangeluaren erpinak eta  $r$  zuzena, dena ondo eraiki duzula egiaztatzeko.



- Triangelu isoszele bat marraztea:



- Marraztu triangelu zuzen bat ( $ABC$  triangelua).
- Marraztu  $B$  eta  $C$  puntuetatik pasatzen den zuzena. Izendatu zuzen hori  $r$  letrarekin;  $r$  zuzena izango da simetria-ardatza.
- Marraztu  $ABC$  triangeluaren  $r$  zuzenarekiko simetrikoa.
- Egiaztatu  $AA'C$  triangelua isoszelea dela.



#### **1.10.4 Simetria zentralak**

Segidan, simetria zentrala zer den ikasiko duzu. Erreparatu atal nagusiei eta horietan zehazten diren prozedurei:

- Puntu baten puntu batekiko simetrikoa marraztea:

- Marraztu bi puntu ( $P$  eta  $O$  puntuak).



- Aukeratu ikonoa tresna-barrako 9. botoian.

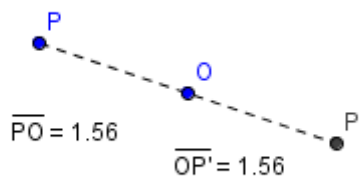
- Egin klik  $P$  eta  $O$  puntuetan saguaren ezkerreko botoiarekin. Berehala agertuko da  $P$  puntuaren  $O$  puntuarekiko simetrikoa ( $P'$  puntua).  $O$  puntuari *simetria-zentroa* deritzogu.

- Marraztu  $\overline{PP'}$  zuzenkia.

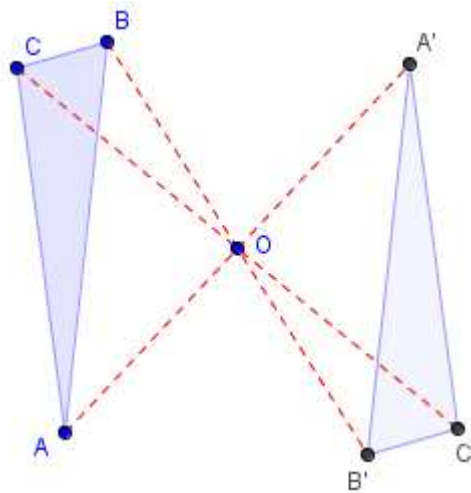
- Egiaztatu  $O$  puntua  $\overline{PP'}$  zuzenkikoa dela.

- Neurtu  $d(P,O)$  eta  $d(P',O)$  distantziak. Nolakoak dira?

- Mugitu  $P$  puntua. Zer pasatzen da? Zer ondorio atera dezakezu?



- Triangelu baten puntu batekiko simetrikoa marraztea:
  - Marraztu triangelu bat ( $ABC$  triangelua).
  - Marraztu simetria-zentroa ( $O$  puntua).
  - Marraztu  $ABC$  triangeluaren  $O$  puntuarekiko simetrikoa ( $A'B'C'$  triangelua).
  - Marraztu  $\overline{AA'}$ ,  $\overline{BB'}$  eta  $\overline{CC'}$  zuzenkiak.
  - Egiaztatu  $O$  puntua zuzenki horien erdigunea dela.



### 1.10.5 Frisoak

Segidan, translazioak, biraketak eta simetriak erabiliz, friso mota guztiak nola marraztu ikasiko duzu. Erreparatu atal nagusiei eta horietan zehazten diren prozedurei:

- Translazioak erabiltzea:
  - Txertatu irudi bat (frisoaren elementu sortzailea).
  - Marraztu bektore horizontal bat.
  - Transladatu irudia aurreko bektorearekin.
  - Transladatu irudi higitua bektore berarekin.
  - Errepikatu aurreko pausoa bi aldiz.



- Ardatz-simetriak eta translazioak erabiltzea:
  - Txertatu irudi bat.

- Marraztu zuzen horizontal bat (simetria-ardatza).
- Marraztu irudiaren aurreko zuzenarekiko simetrikoa.
- Marraztu zuzenaren paraleloa den bektore bat.
- Egin irudiaren eta haren simetrikoaren translazioak aurreko bektorearekin.
- Errepikatu aurreko pausoa bi aldiz.
- Ezkutatu bektorea eta zuzena.



- Biraketak eta translazioak erabiltzea:
  - Txertatu irudi bat.
  - Marraztu puntu bat (biraketaren zentroa).
  - Biratu irudia aurreko puntuaren inguruan,  $180^\circ$  zabal den angeluarekin eta erloju-orratzen noranzkoan.

- Marraztu bektore horizontal bat.
- Transladatu hasierako irudia eta irudi biratua aurreko bektorearekin.
- Transladatu aurreko emaitza bektore berarekin.



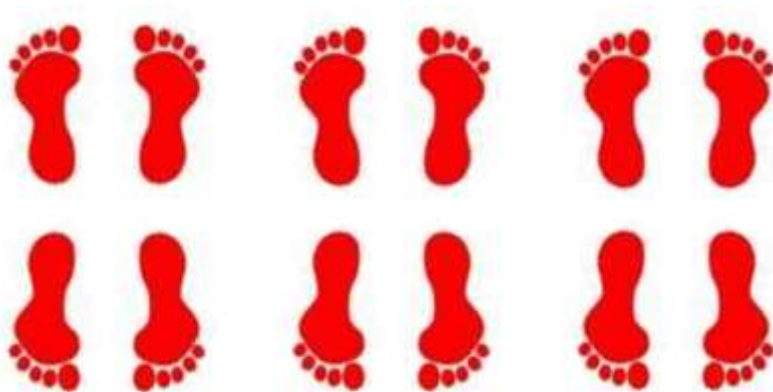
- Ardatz-simetriak eta translazioak erabiltzea:
  - Txertatu irudi bat.
  - Marraztu zuzen bertikal bat (simetria-ardatza).
  - Marraztu irudiaren aurreko zuzenarekiko simetrikoa.
  - Marraztu bektore horizontal bat.
  - Transladatu irudia eta haren simetrikoa aurreko bektorearekin.
  - Transladatu aurreko emaitza bektore berarekin.

- Ezkutatu zuzena eta bektorea.



- Ardatz-simetriak eta translazioak erabiltzea:

- Txertatu irudi bat.
- Marraztu zuzen bertikal bat.
- Marraztu irudiaren aurreko zuzenarekiko simetrikoa.
- Marraztu zuzen horizontal bat.
- Marraztu irudiaren eta haren simetrikoaren aurreko zuzenarekiko simetrikoak.
- Marraztu bektore horizontal bat.
- Transladatu irudi guztiak aurreko bektorearekin.
- Ezkutatu zuzenak eta bektorea.



- Ardatz-simetriak, biraketak eta translazioak erabiltzea:
  - Txertatu irudi bat.
  - Marraztu zuzen bertikal bat (simetria-ardatza).
  - Marraztu irudiaren aurreko zuzenarekiko simetrikoa.
  - Marraztu puntu bat (biraketaren zentroa).
  - Biratu irudia eta haren simetrikoa aurreko puntuaren inguruan,  $180^\circ$  zabal den angeluarekin eta erloju-orratzen noranzkoan.
  - Marraztu bektore horizontal bat.
  - Transladatu irudi guztiak aurreko bektorearekin.





- Ardatz-simetriak eta translazioak erabiltzea:
  - Txertatu irudi bat.
  - Marraztu zuzen horizontal bat.
  - Marraztu irudiaren aurreko zuzenarekiko simetrikoa.
  - Marraztu bektore horizontal bat.
  - Transladatu simetrikoa aurreko bektorearekin.
  - Ezkutatu irudiaren simetrikoa.
  - Marraztu beste bektore horizontal bat (lehengoa baino luzeagoa).
  - Transladatu ikusten diren irudiak aurreko bektorearekin.
  - Transladatu azken bi irudiak bektore berarekin.

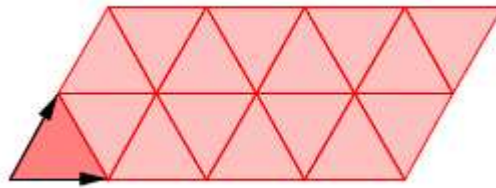


### 1.10.6 Mosaikoak

Segidan, mosaiko erregularrak (poligono erregular bakarra erabiliz eraikiak), erdierregularrak (poligono erregular bi edo gehiago erabiliz eraikiak) eta Alhambrakoak bezalakoak nola eraiki ikasiko duzu. Erreparatu atal nagusiei eta horietan zehazten diren prozedurei:

- Mosaiko erregularrak eraikitzea:
  - a) Triangelu ekilateroekin:
    - Marraztu triangelu ekilatero bat.
    - Marraztu triangeluaren alde batekiko simetrikoa.
    - Marraztu jatorria erpin bera duten bi bektore triangeluaren beste aldeetan,.
    - Transladatu triangelua eta haren simetrikoa aurreko bektoreekin.

- Osatu mosaikoa, translazioen bidez.



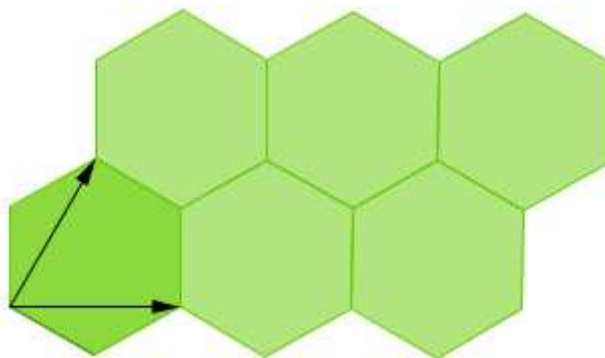
b) Karratuekin:

- Marraztu karratu bat.
- Marraztu jatorria erpin bera duten bi bektore karratuaren bi aldetan,.
- Transladatu karratua aurreko bektoreekin.
- Osatu mosaikoa, translazioak eginez.



c) Hexagonoekin:

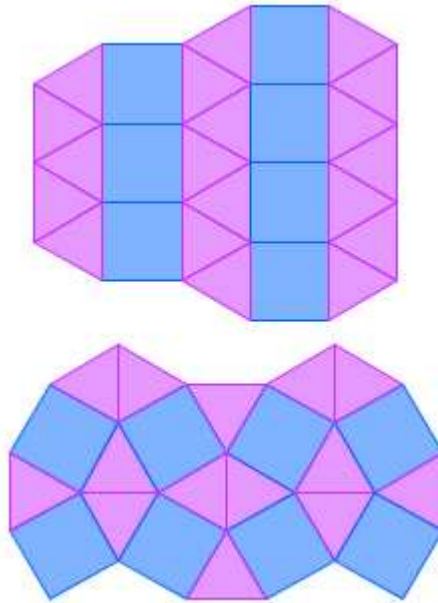
- Marraztu hexagono erregular bat.
- Marraztu bi bektore erpin beretik pasatzen diren diagonaletan.
- Transladatu hexagonoa aurreko bektoreekin.
- Osatu mosaikoa, translazioak eginez.



- Mosaiko erdierregularak eraikitzea:

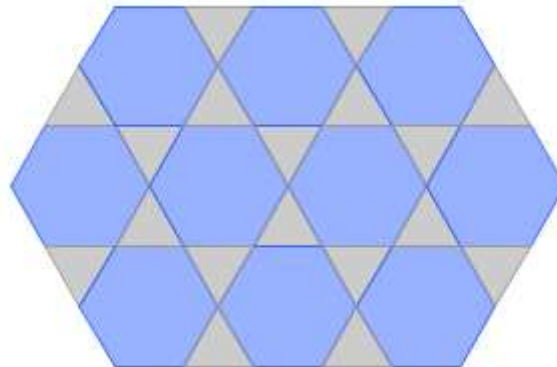
a) Triangelu ekilateroekin eta karratuekin:

- Eraiki mosaiko hauek:



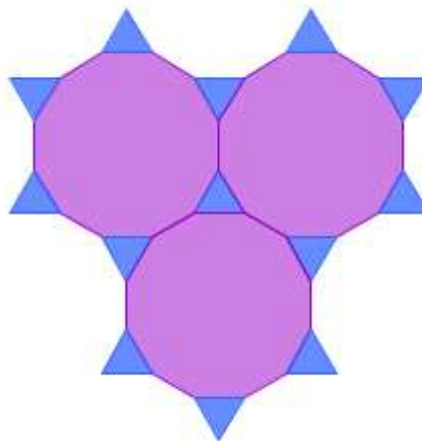
b) Triangelu ekilateroekin eta hexagono erregularrekin:

- Eraiki mosaiko hau:



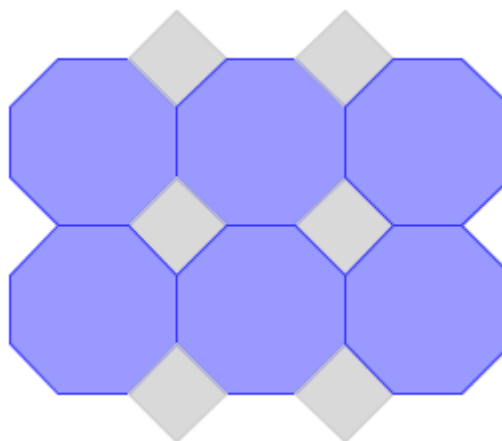
c) Triangelu ekilateroekin eta dodekagonoekin:

- Eraiki mosaiko hau:



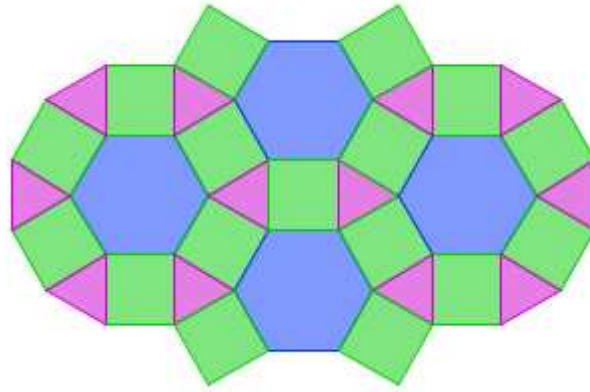
d) Karratuekin eta oktogonoekin:

- Eraiki mosaiko hau:



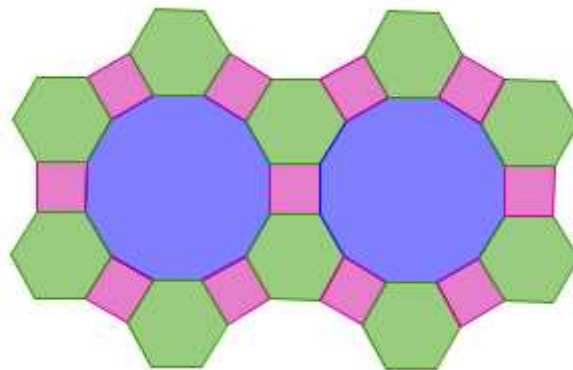
e) Triangelu ekilateroekin, karratuekin eta hexagonoekin:

- Eraiki mosaiko hau:



f) Karratuekin, hexagonoekin eta dodekagonoekin:

- Eraiki mosaiko hau:



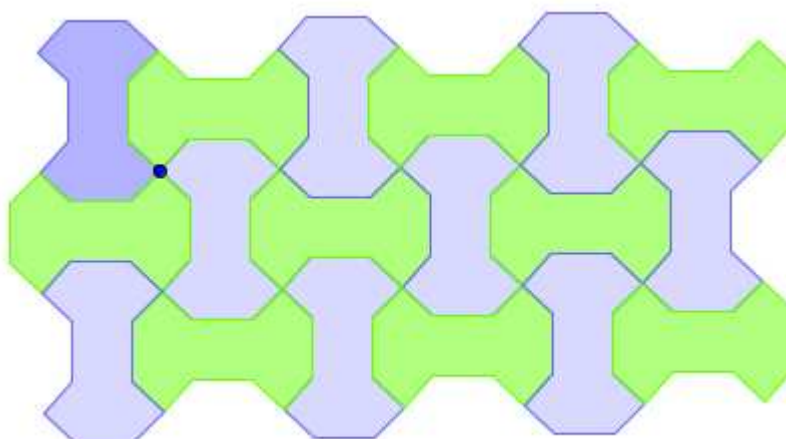
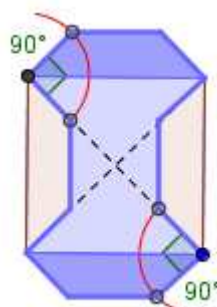
• Alhambrakoak bezalako mosaikoak eraikitzea:

a) Hezurrekin:

- Marraztu karratu bat.

- Marraztu karratuaren bi diagonalak.

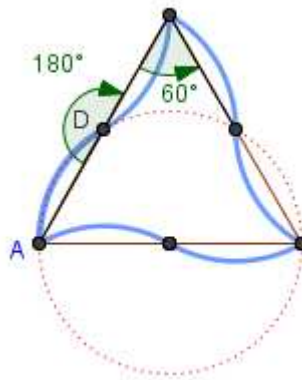
- Marraztu diagonalen erdien erdigunea.
- Marraztu irudian agertzen diren bi trapezioak.
- Biratu bi trapezioak,  $90^\circ$  zabal den angeluarekin eta erloju-orratzen kontrako noranzkoan.
- Marraztu hezurra.
- Eraiki mosaikoa hezurrarekin, biraketak eginez.



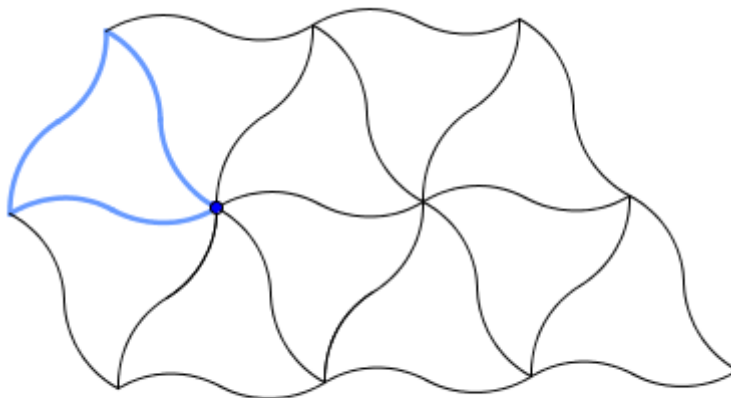


b) Txoritxoekin:

- Marraztu triangelu ekilatero bat.
- Marraztu alde bakoitzaren erdigunea ( $D$  puntua).
- Marraztu  $AD$  arkua.

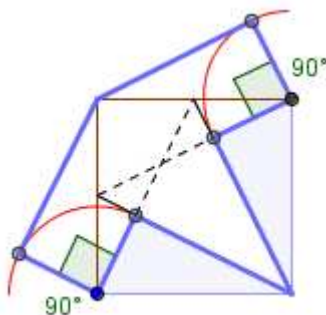


- Marraztu gainerako arkuak, biraketak eginez.

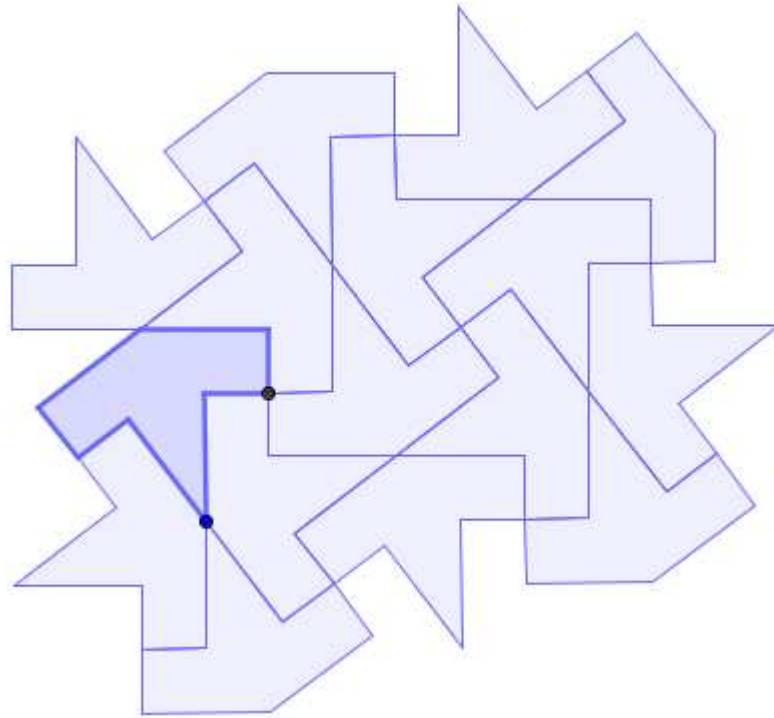


c) Hegazkinekin:

- Marraztu karratu bat.
- Eraiki hegazkina, irudi hau aztertuta:

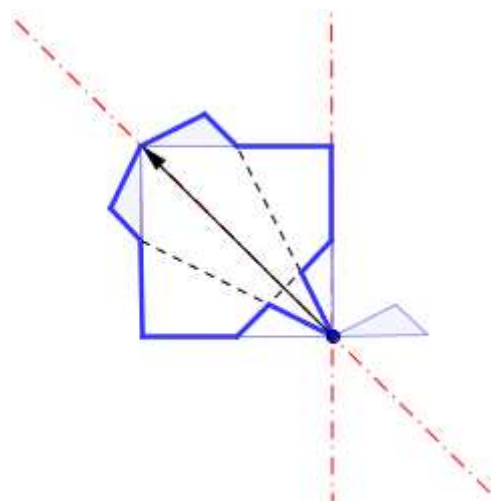


- Eraiki mosaikoa hegazkinarekin, biraketak eginez.

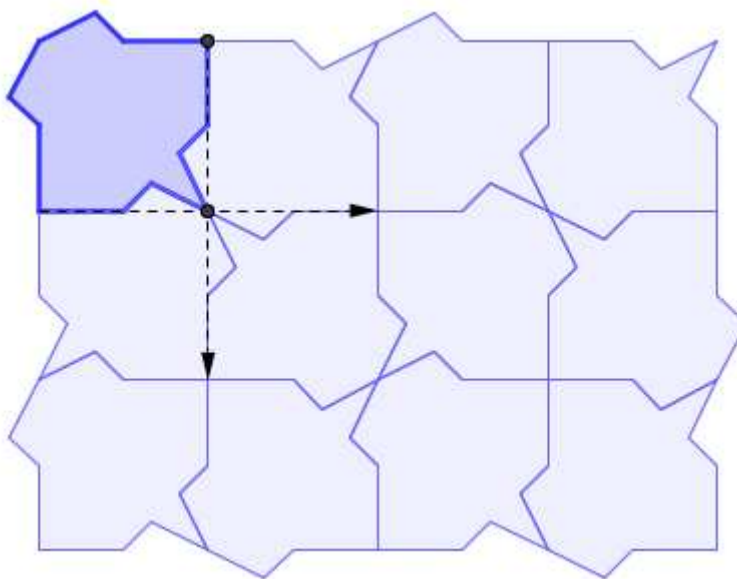


d) Arrain hegalariekin:

- Marraztu karratu bat.
- Eraiki arrain hegalaria, irudia hau aztertuta:

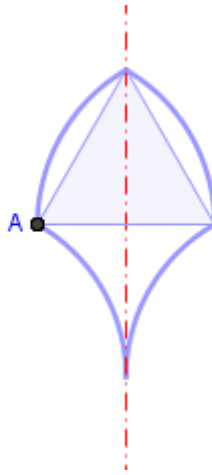


- Eraiki mosaikoa arrain hegalariarekin, simetria zentralak eta translazioak eginez.

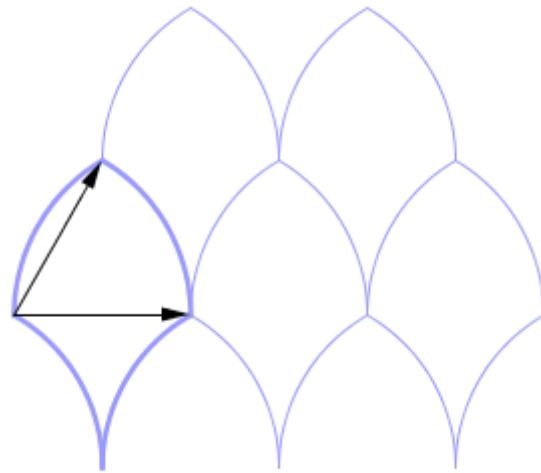


e) Petaloekin:

- Marraztu triangelu ekilatero bat.
- Eraiki petaloa, irudi hau aztertuta:



- Eraiki mosaikoa petaloarekin, translazioak eginez.



## **1.11 Puzzle geometrikoak**

### **1.11.1 Kolonen arrautza**

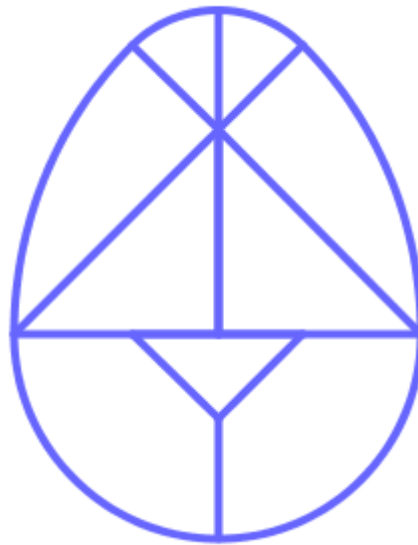
Segidan, obaloa nola marraztu ikasiko duzu, eta, horrekin batera, Kolonen arrautza puzzlearen piezak lortuko dituzu. Erreparatu atal nagusiei eta horietan zehazten diren prozedurei:

- Obaloa marraztea:
  - Marraztu zirkunferentzia bat.
  - Marraztu zirkunferentziaren diametroa ( $AB$ ).
  - Marraztu  $\overline{AB}$  zuzenkiaren perpendikularra den diametroa ( $\overline{CD}$  zuzenkia).
  - Marraztu zirkunferentzia bat,  $A$  puntua zentrotzat eta  $\overline{AB}$  zuzenkia erradiotzat hartuz.
  - Marraztu  $A$  eta  $C$  puntuetatik pasatzen den zuzenerdia.
  - Marraztu zuzenerdi horren eta aurreko zirkunferentziaren arteko ebaki-puntua ( $F$  puntua).
  - Marraztu zirkunferentzia bat,  $B$  puntua zentrotzat eta  $\overline{AB}$  zuzenkia erradiotzat hartuz.
  - Marraztu  $B$  eta  $C$  puntuetatik pasatzen den zuzenerdia.

- Marraztu zuzenerdi horren eta aurreko zirkunferentziaren arteko ebaki-puntua ( $E$  puntua).
  
- Marraztu  $C$  puntua zentroa duen eta  $E$  puntutik pasatzen den zirkunferentzia.
  
- Marraztu  $D$  eta  $C$  puntuetatik pasatzen den zuzenerdia.
  
- Marraztu zuzenerdi horren eta aurreko zirkunferentziaren arteko ebaki-puntua ( $G$  puntua).
  
- Marraztu zirkunferentzia bat,  $D$  puntua zentrotzat eta  $\overline{CG}$  zuzenkia erradiotzat hartuz.
  
- Marraztu zirkunferentzia horren eta  $\overline{CD}$  zuzenkiaren arteko ebaki-puntua ( $I$  puntua).
  
- Marraztu zirkunferentzia bat,  $I$  puntua zentrotzat eta  $\overline{ID}$  zuzenkia erradiotzat hartuz.
  
- Marraztu zirkunferentzia horren eta  $\overline{AB}$  zuzenkiaren arteko ebaki-puntuak ( $H$  eta  $J$  puntuak).
  
- Marraztu obaloa, arkuak erabiliz.
  
- Aldatu irudiaren itxura, beste irudi hau lortzeko:







### **1.11.2 Tangrama**

Segidan, Tangrama osatzeko piezak lortuko dituzu. Erreparatu atal nagusiei eta horietan zehazten diren prozedurei:

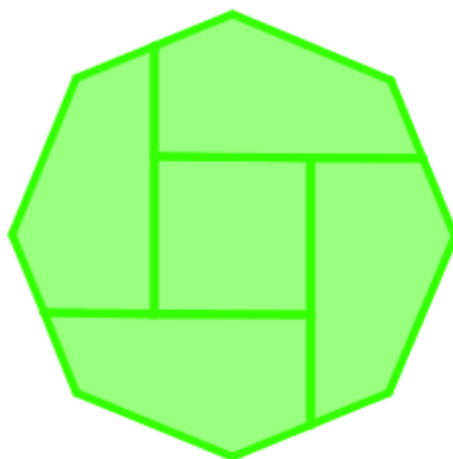
- Karratu bat marraztea.
- Puzzlearen piezak marraztea:
  - Marraztu karratuaren bi diagonalak.
  - Marraztu puzzlearen piezak, irudi hau aztertuta:



- Inprimatu irudia, eta ebaki puzzlearen piezak.

### 1.11.3 Oktogonoaren koadratura

Segidan, puzzle baten piezak lortuko dituzu. Horretarako, irudia aztertu baino ez duzu. Puzzle horren helburua karratu bat lortzea da: *oktogonoaren koadratura*.



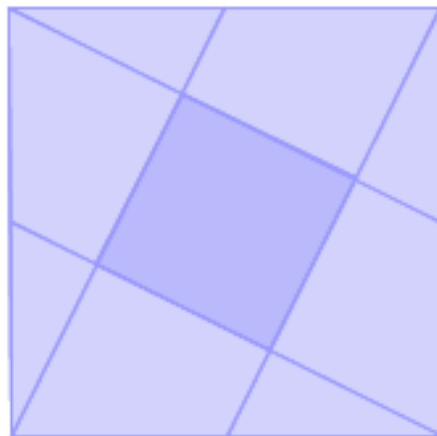
## 1.12 Problemen ebazpena

Geogebra programa erabiliz, ebatzi problema hauek:

### 1.12.1 Triangeluak

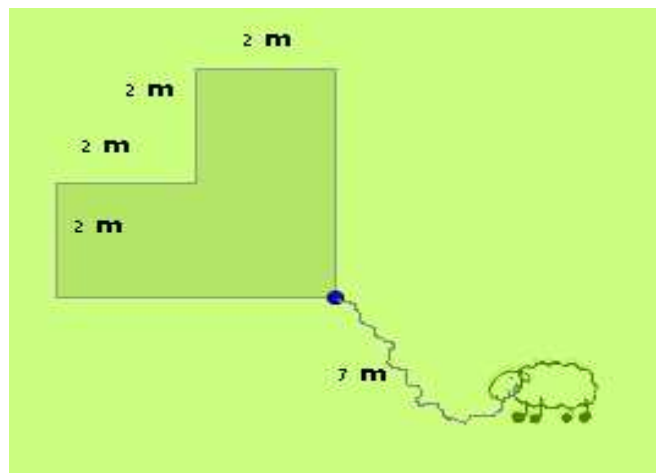
Oinarri eta azalera bera duten triangelu guztietatik, zeinek du perimetrorik txikiena? Perimetroa 30 m duten triangeluetatik, zeinek du azalerarik handiena?

### 1.12.2 Karratuak



Zer erlazio dago karratu handiaren eta karratu txikiaren azaleren artean?

### 1.12.3 Ardiaren problema



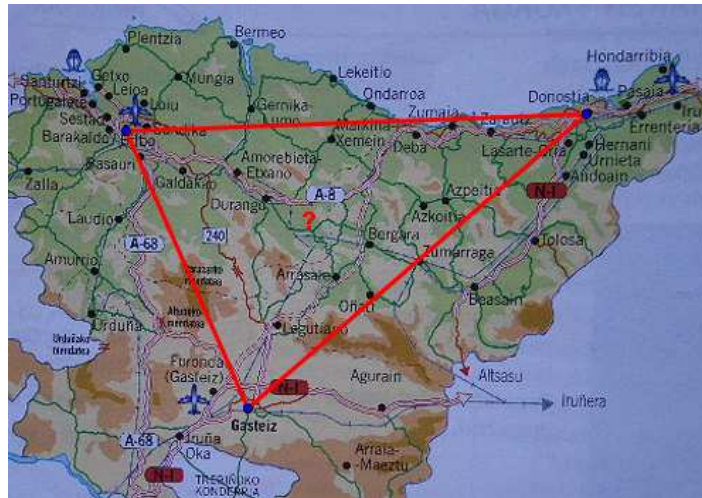
Ardi bat artetik eskueko behe muturrean zegoen lotuta, 7 metroko soka batez. Inguruan belarra zeukan. Gehienez ere zer belar-eremutan jan zezakeen? Egin belardiaren irudia, eta, gero, kalkulatu eremuaren azalera.

### 1.12.4 Lauki misteriozua



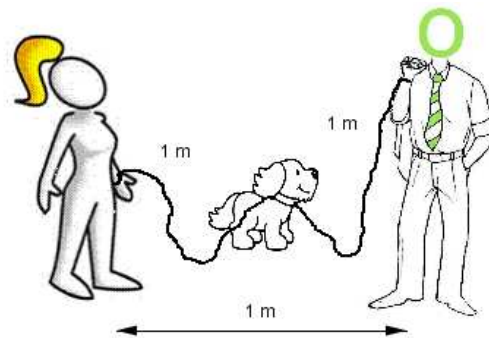
Bazen behin paralelogramo bat. Haren erdikariak lauki eder bat osatzen zuten. Zer lauki mota zen lauki eder hori: erronboa, laukizuzena, trapezio isoszelea, karratua ala erronboidea?

### 1.12.5 Euskal Y-a



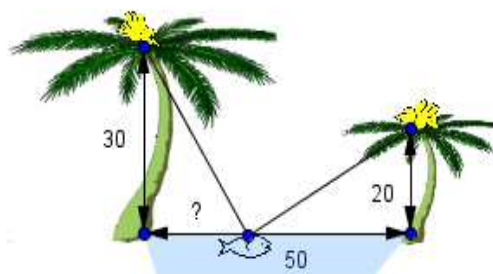
Non kokatuko zenuke Euskal Y-aren trenbide-korapiloa? Zergatik?

### 1.12.6 Txakurraren bizitza



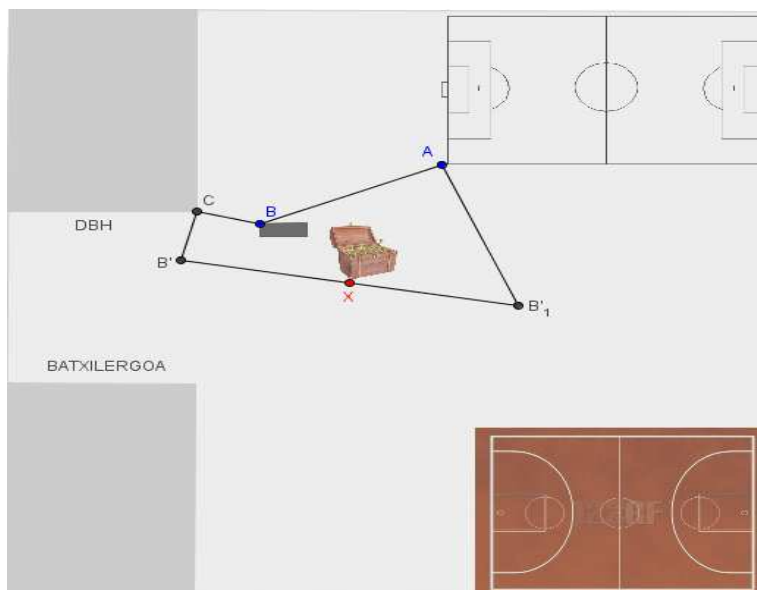
Alonso jaun-andreak egunero joaten dira osteratxo bat egitera beren txakurrarekin. Txakurra bi uhalekin lotuta eraman ohi dute, nork bere uhalarekin lotuta, alegia. Bi uhalak 1 m-koak badira eta haien arteko distantzia, oinez dabilzan bitartean, 1 m-koa bada, zein da memento bakoitzean txakurrak mugitzeko duen eremua? Zenbat da eremu horren azalera?

### 1.12.7 Bi txori eta arrain bat



Ibai baten ertzetan bi palmondo daude, bata bestearen parean. Palmondo bat 30 ukondo altu da; bestea, berriz, 20 ukondo altu, eta palmondoen arteko distantzia 50 ukondo da. Palmondo bakoitzaren adaburuan txori bat dago. Bat-batean, ibai azalean bi txoriek arrain bat ikusi, biak batera eta abiadura berarekin arraina harrapatzera jo eta arraina aldi berean harrapatzen badute, zenbat da palmondo handitik arraina dagoen tokirainoko distantzia?

### 1.12.8 Altxorraren bila



Matematika irakasleak altxor bat ezkutatu du ikastetxeko jolastokian, eta, ondoren, altxor hori bilatzeko eskatu die ikasleei. Horretarako, plano eta altxorra bilatzeko azalpenak eman dizkie: «Hasteko, kokatu jolastokian dagoen jesarlekuaren  $B$  muturrean; segidan, joan DBHko eraikinaren  $C$  muturrera; gero, biratu ezkerrera  $90^\circ$  zabal den angeluarekin, eta ibili  $BC$  distantzia,  $B'$  puntura ailegatzeko; ondoren, bueltatu abiapuntura, eta, handik abiatuta, joan futbolzelaiaren  $A$  muturrera; azkenik, biratu eskuinera  $90^\circ$  zabal den angeluarekin, eta ibili  $BA$  distantzia,  $B'_1$  puntura ailegatzeko. Altxorra  $\overline{B'B'_1}$  zuzenkiaren erdigunean dago».

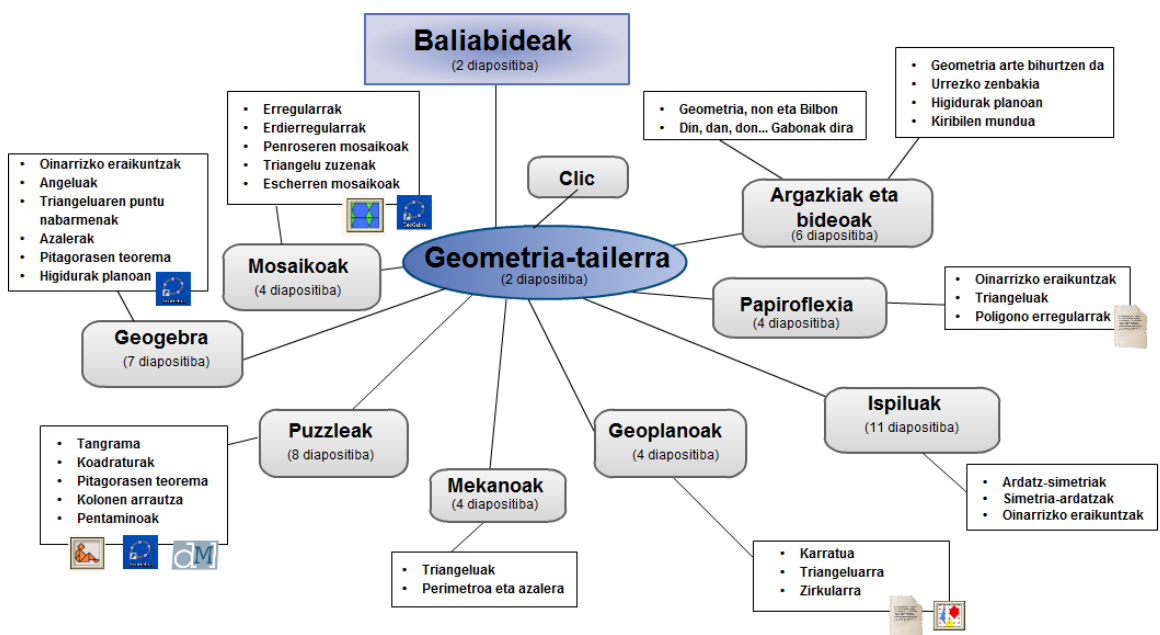
Ikasleak jolastokira joan dira altxorraren bila, baina hara non jesarlekurik ez duten inon ikusi! Ba al dute altxorra aurkitzerik?

***Irakaslearentzako*** **2**  
***materiala***



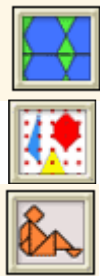
Bigarren atal honetan, material osagarri moduan, planoko geometria lantzeko baliabide batzuk aurkezten ditut: papiroflexia, ispiluak, geoplanoak, mekanoak, puzzle geometrikoak, Geogebra programa (Manuel Sadak egindako irudi elkarreragileak), mosaikoak, Clic appleta (JClic-ez Jaime Bartrolí Bruguésekin egin eta Blanca Besgak itzulia), argazkiak (nik eginak) eta *Más por menos* saioko bideoak (Antonio Pérezekin eginak).

Segidan, irakaslearentzako materiala ([baliabideak](#)) deskribatuko dut: funtsean, Google Docs ([https://docs.google.com/presentation/view?id=dfjb97d8\\_31c2nwdkc8](https://docs.google.com/presentation/view?id=dfjb97d8_31c2nwdkc8)) aplikazioan egindako aurkezpena da; horren barruan, hainbat aurkezpen eta testu-dokumentu daude, eta, horretaz aparte, hainbat kasutan, estekak egin dira Divulgamat izeneko web-orrialdera, Manuel Sadaren web-orrialdera eta maneigailu birtualen liburutegira. Mapa honetan, ikaslearentzako materialaren eskema agertzen da:



Maparen legenda:

- Maneriagailu birtualak:



- Manuel Sadaren web-orrialdea (Geogebra programaz egindako irudi elkarreragileak):



- Divulgamat (txantiloiak deskargatzeko aldizkari birtuala)



- Testu-dokumentua (Google Docs aplikazioan egindako jarduerak)



# ***Sareko baliabideak*** **3**



### 3.1 Gune interesgarri batzuk

---

[Matematikako web-orrialde elkarreragileak](#) Manuel Sadaren web-orrialdea. Gune honetan, Geogebra programaz egindako irudi elkarreragileak eta beste material interesgarri batzuk (Geogebra buruzkoak) daude.

[Antonio Perez](#) Antonio Perezen web-orrialdea. Gune honetan, Matematika lantzeko materiala dago, eta Matematikari buruzko hainbat bideo ere bai.

[Divulgamat](#) Matematika lantzeko aldizkari birtuala.

[Maneiagailu birtualak](#) Maneiagailu birtualen liburutegia. Gune honetan, geoplanoak, mosaikoak eta puzzleak lantzeko maneiagailu birtualak daude.

[Geometria dinamikoa](#) Jose Antonio Moraren web-orrialdea: Cabri II eta Geogebra programez Geometria lantzeko orri dinamikoa.

---

### 3.2 Softwarea

---

[Geogebra euskarazko bertsioa](#)

Geogebra euskaraz ere erabili ahal da, Gonzalo Elcano irakasleari esker: Horretarako programa gazteleraz irekiz gero, aukeratu "Opciones/Idioma/Basque" .

Programaren Quickstart edo tutoriala lortu ahal duzu klikatuz hemen:  
[http://www.geogebra.at/help/geogebraquickstart\\_eu.pdf](http://www.geogebra.at/help/geogebraquickstart_eu.pdf).

Akatsen bat aurkitzen baduzu, mesedez abisatu Gonzalo Elcanori ([gelcanov@pnte.cfnavarra.es](mailto:gelcanov@pnte.cfnavarra.es)) edota Manuel Sadari ([msadaall@pnte.cfnavarra.es](mailto:msadaall@pnte.cfnavarra.es))

---

[Kali](#)

Friso- eta mosaiko-sortzailea.

---



# ***Bibliografia***

# **4**





BERRONDO-AGRELL, Marie: *100 Enigmas de geometría*, Ceac Argitalpenak, Barcelona, 2006.

ALSINA, Claudi: *Vitaminas matemáticas*, Ariel Argitaletxea, Barcelona, 2008.

ALSINA, Claudi: *Geometría para turistas*, Ariel Argitaletxea, Barcelona, 2009.

SKINNER, Stephen: *Geometría sagrada*, Gaia Argitalpenak, Madrid, 2007.

CHAMOSO, José; RAWSON, Willian: *Contando la geometría*, NIVOLA Argitalpenak, España, 2004.

CHAMOSO, José... [eta beste]: *Burbujas de arte y matemáticas*, NIVOLA Argitalpenak, España, 2009.

BERGASA, Javier; SADA, Manuel: “Movimientos en el plano: un tema a desarrollar en el aula de ordenadores”, *in SIGMA*, 29 (2006), 85-92.

BAGAZGOITIA, Alberto: “Geometría con ayuda virtual”, *in SIGMA*, 28 (2006).

ACOSTA, Pilar: “El triángulo y la papiroflexia”, *in Uno Revista de Didáctica de las matemáticas*, 42 (2006), 11-19.