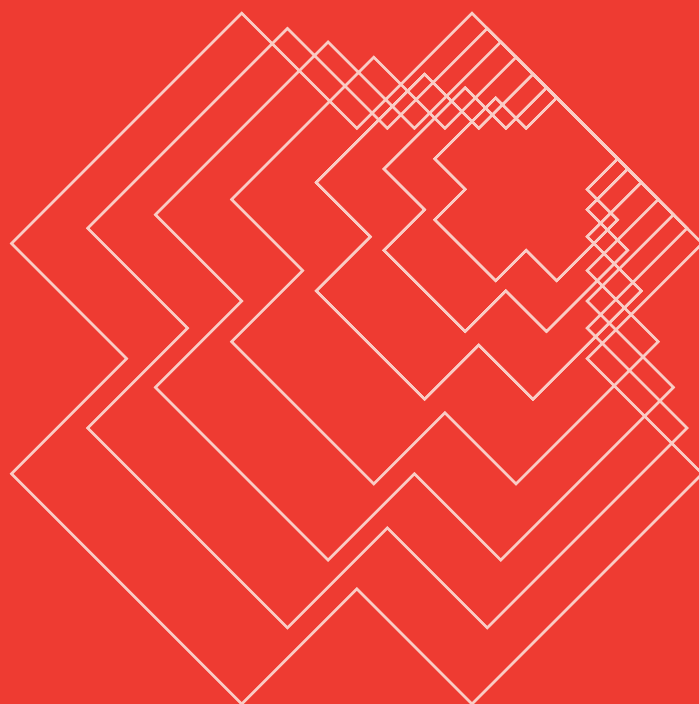
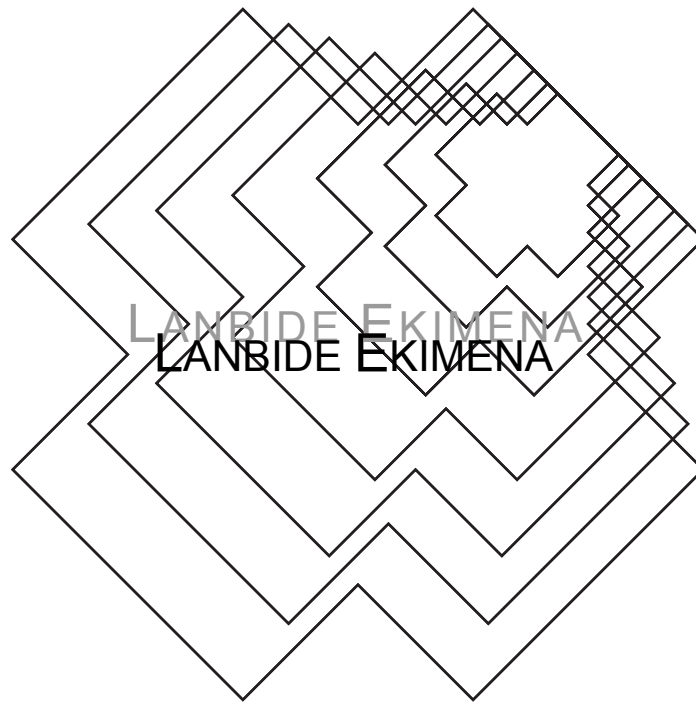




Elektroteknia: Ariketa ebatzien bilduma



LANBIDE
EKIMENA



▣ *Proiektuaren bultzatzaileak*



▣ *Laguntzaileak*



Gipuzkoako Foru Aldundia
Diputación Foral de Gipuzkoa
Gizarte eta Erakunde Harremanetarako
Departamentua

▣ *Hizkuntz koordinazioa*



hizkuntz
ELHUYAR
zerbitzuak

Egilea(k): JAIO ARRIAGA, Oscar. Ondarroa-Lekeitio BHI, Ondarroa
ODIAGA GALLETEBEITIA, Jon. Iurreta GLHBI, Iurreta.

Zuzenketak: Elhuyar Hizkuntz zerbitzuak

Maketa: Itziar Etxabe

Azalaren diseinua: Naiara Beasain

2006an prestatua



Aurkibidea

1.	KORRONTE ZUZENA	3
1.1.	Ohmen legea	3
1.2.	Kirchoffen legeak.....	3
1.3.	Theveninen teorema.....	4
1.4.	Nortonen teorema.....	4
1.5.	Zirkuituen osagaiak.....	5
2.	KORRONTE ALTERNOA	53
2.1.	Sarrera.....	53
2.2.	Korronte alternoaren ezaugarri orokorrak	53
2.3.	Osagai pasiboak korronte alternoan.....	57
2.4.	Nola ebatzi potentziak korronte alternoko sistema trifasikoetan	61
2.5.	Potentzia-faktorea.....	63
2.6.	Erresonantzia.....	66
3.	MAGNETISMOA	116
3.1.	Eremu, indukzio eta fluxu magnetikoa	116
3.2.	Korronte elektrikoak eroale bat zeharkatzean sortzen duen eremu magnetikoa.....	117
3.3.	Espira batek sorturiko eremu magnetikoa	117
3.4.	Solenoida edo bobina batek sorturiko eremu magnetikoa	118
3.5.	Iragazkortasun magnetikoa	118
3.6.	Magnetizazio-kurba. Histeresi magnetikoa	119
3.7.	Histeresi magnetikoa	119
3.8.	Indar elektroeragile induzitua	120
3.9.	Autoindukzioa	121
3.10.	Eremu magnetikoak korronte baten gainean duen eragina	122
4.	MAKINA ELEKTRIKOAK	126
4.1.	Sarrera.....	126
4.2.	Makina elektrikoak: transformadoreak.....	128

5. MAKINA ELEKTRIKOAK KORRONTE ZUZENeko MOTORRAK	142
5.1. Korrante zuzeneko motorrak	142
6. MAKINA ELEKTRIKOAK 4 KORRONTE ALTERNOKO MOTORRAK	163
6.1. Korrante alternoko motorrak.....	163

ELEKTROTEKNIA

Hitzaurrea

Hezkuntzaren eremuari beste antolaketa modu bat emateko egiten diren proiektu gehienek aukera ematen dute beti irakaskuntzak hobetzeko eta egungo garaiarekin hobeto bateratzen diren aire berriak sartzeko.

Lanbide heziketaren erantzukizuna titulu profesional bakoitzari loturiko eduki zehatzetara mugatzen da orain, eta horrek indartu egiten du Batxilergoaren posizioa; izan ere, Batxilergoak zentralizatu egiten du ikasle guztien hezkuntza-prozesua derrigorrezko ez den hezkuntzaren eremuan.

Ingurua eraldatzen duten teknologia-jarduera guztien praktikotasuna aintzat hartuta, elektrotekniak beste diziplina askotako hainbat jakituria bereganatzen ditu: fisika, kimika, matematika eta abar.

Eskuliburu hau heziketa-zikloetan eta Batxilergoan erabiltzeko egin da.

Erabili den metodologiak lan pertsonala bultzatzea eta indartzea du helburu, betiere taldeko lana, ikerkuntza eta batez ere edukien aplikazio praktikoa ahaztu gabe.

Atal bakoitzaren egiturari bi azpiatal bereizten dira: edukien laburpena eta ariketa ebatziak.

Edukiak lantzean, helburua izan da ariketen ebazpena oinarri izatea; azalpenak labur eta zehatz ematea, asko sakondu gabe.

Ariketak planteatzean, azalpenak pausoz pauso egin dira, edukiak indartu eta osatzeko.

Lan honek lau atal nagusi ditu:

- ✓ **Korronte zuzena:** oinarrizko edukiak azaldu ondoren, ariketak planteatu eta ebazten dira. Atal hau oinarrizkoa denez elektroteknian, ariketa mordoa jarri dugu. Gaia aurrera doan heinean, ariketak konplexuagoak dira.
- ✓ **Korronte alternoa:** aurreko gaiaren ildo beretik jarraitu dugu atal honetan ere.
- ✓ **Magnetismoa:** edukien azalpen laburra egin ondoren, ariketa gutxi batzuk planteatu dira. Puntu honek garrantzia du hurrengo gaiaren atalak ulertzeko.
- ✓ **Makina elektrikoak:** atal honek hiru azpiatal ditu; transformadoreak, korronte zuzeneko makinak eta korronte alternoko makinak. Industriaren munduari begira gaiak duen garrantzia ikusirik, beharrezkotzat jotzen da edukiak ondo menperatzea.

Ariketen ebazpenean, errazago ulertzen laguntzeko, eskemak eta grafiko ugari erabili dira.

1 KORRONTE ZUZENA

Gure eguneroko bizitzan zirkuitu elektriko-elektroniko askok hartzen dute parte. Zirkuituok konplexuak badirudite ere, sinplifikazio-metodo egokia erabiliz, kalkulua asko erraztu daiteke. Horretarako dauden metodoak, legeak eta teoremak ezagutu eta kasuan kasu egokiena aplikatzea da helburua.

1.1 Ohmen legea

Lege honek tentsioaren (voltak), intentsitatearen (anpereak) eta erresistentziaren (ohmak) arteko erlazioa ezartzen du. Formula honen bidez adierazten da :

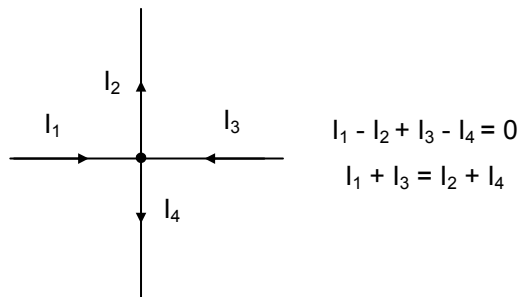
$$\boxed{I = \frac{V}{R}} \quad R = \frac{V}{I} \quad V = R \cdot I$$

Zirkuitu elektriko gehienetan erresistentzia konstantea izaten da; hortaz, potentzial-diferentziaren eta intentsitatearen arteko erlazioa ezartzen du.

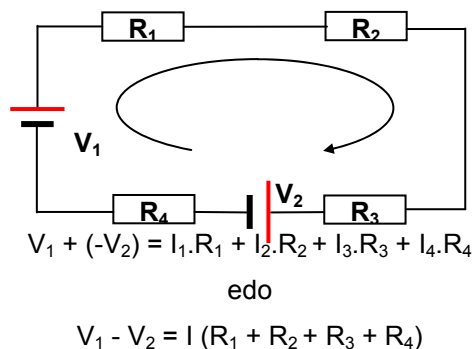
1.2 Kirchoffen legeak

Kirchoffen legeak erabiltzen dira zirkuitu elektrikoetan tentsioen eta intentsitateen balioak kalkulatzeko.

Lehenengo legea: korapilo batera sartzen eta bertatik irteten diren intentsitateen batura aljebraikoa zero da.



Bigarren legea: zirkuitu elektriko itxi batean (sarea), indar elektroeragile guztien batura aljebraikoa eta tentsio-jauzi guztien batura aljebraikoa berdinak dira.

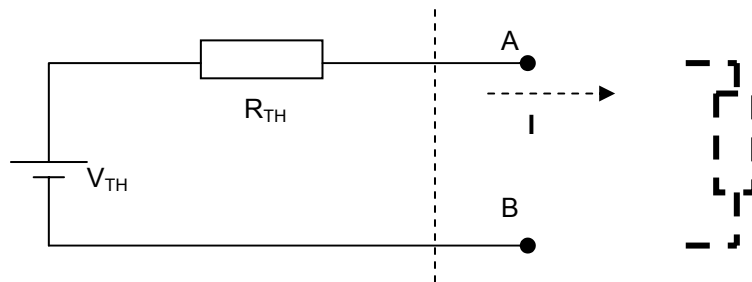


Pila edo elikatze-iturrien zeinua ezartzeko, marrazturiko korrontearen noranzkoarekin bat datozenak (positibotik irten eta negatibora sartu) positibotzat hartuko ditugu, eta alderantzizko noranzkoan daudenak negatiboak izango dira.

1.3 Theveninen teorema

Edozein zirkuitu elektriko, A eta B puntuak eskuragarri baditu, indar elektroeragilea eta seriean erresistentzia bat dituen zirkuitu baliokide batez ordezka daiteke.

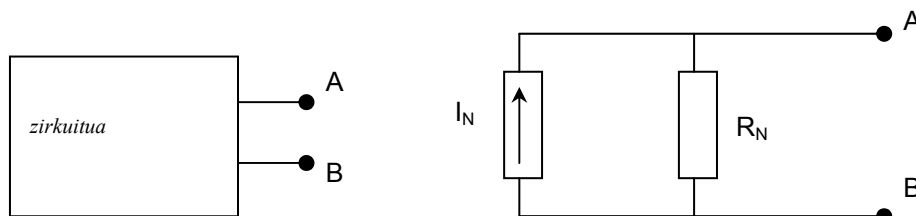
- ✓ Indar elektroeragilearen balioa eta jatorrizko zirkuituan A eta B-ren artean dagoen potentzial-diferentzia berdinak dira.
- ✓ Erresistentziaren balioa da jatorrizko zirkuituko A eta B-ren artekoa, baina pila edo indar elektroeragile guztiak zirkuitulaburrean jarrita.

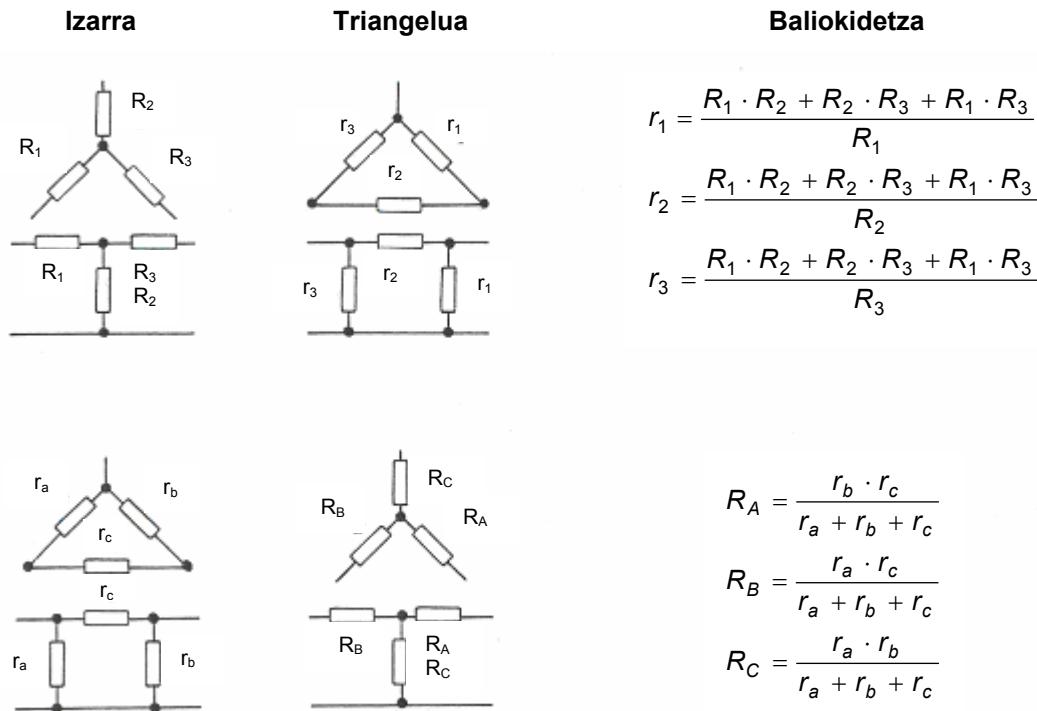


1.4 Nortonen teorema

Edozein zirkuitu elektriko, A eta B puntuak eskuragarri baditu, erresistentzia baliokidea eta paraleloan intentsitate-iturria duen zirkuitu baliokide batez ordezka daiteke.

- ✓ Intentsitate-iturriaren balioa eta jatorrizko zirkuituan zirkuitulaburrean jartzean A-tik B-ra igarotzen den intentsitatea berdinak dira.
- ✓ Erresistentziaren balioa jatorrizko zirkuituan A eta B-ren artekoa da, baina pila edo indar elektroeragile guztiak zirkuitulaburrean jarrita eta intentsitate-iturriak irekita.





1.5 Zirkuituen osagaiak

Elektrotekniako zirkuituetan hainbat osagai elektroniko izaten da: erresistentziak, kondentsadoreak, transistoreak, diodoak, etab.

Osagai elektroniko horiek bi multzotan bana ditzakegu: pasiboak eta aktiboak.

- ✓ **Osagai pasiboak.** Ez dute tentsiorik edota korronteirik irabazarazten; bakarrik energia kontsumitzen dute (adib.: erresistentziak, bobinak, etab.).
- ✓ **Osagai aktiboak.** Horiek eman dezaketen batez besteko potentzia-irabazia, ostera, bat baino handiagoa izan daiteke (adib.: transistoreak, tiristoreak, etab.).

■ Erresistentziak

Zirkuitu elektronikoetan tentsio eta korronte desberdinak behar izaten ditugu, eta horretarako erabiltzen ditugu erresistentziak: musikaren bolumena, lanparen argitasuna, motor elektrikoaren abiadura... aldatzeko eta finkatzeko.

Sistema Internazionallean (SI), erresistentziaren unitatea ohm da, eta Ω ikurraren bidez adierazten da.

Unitatea bera baino gehiago bi multiplo hauek erabiltzen dira: kiloohm ($k\Omega = 10^3 \Omega$) eta megaohm ($M\Omega = 10^6 \Omega$).

Erresistentzia elektrikoaren balioa neurtzeko tresna ohmetroa da.

Erresistentzia elektrikoaren fenomeno fisikoa ulertzeko, kontuan izan behar dugu elektroiek oztopoa izaten dutela atomotik atomora igarotzeko, eta materialaren arabera handiagoa edo txikiagoa izan daitekeela. Horrela, edozein eroalek korronea igarotzeko jartzen dion eragozpenari **erresistentzia elektrikoa** deritzogu. Erresistentzia elektrikoa txikia da metaletan, handia erdieroaleetan eta infinitua isolatzaileetan.

Materialaren arabera erresistentziaren balioa ematen digun ezaugarria erresistibitatea da. Unitatea $\Omega \cdot m$ da, eta ρ letraren bidez adierazten da.

Eroale baten erresistentzia da luzerarekiko zuzenki proportzionala eta sekzioarekiko alderantziz proportzionala. Metro bateko (1 m) luzera eta metro koadro bateko (m^2) sekzioa duen metal zati baten erresistentziari **erresistibitate** (ρ) deitzen zaio. Beraz, **I** luzera eta **S** sekzioa daukan metal baten erresistentzia hauex izango da:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}$$

R = Erresistentzia (Ω)

ρ = Erresistibitatea ($\Omega \cdot m$)

l = Luzera (m)

S = Sekzioa (m^2)

Material baten erresistibitatea konstantea da, tenperatura konstantea bada. Erresistentzia erresistibitatearekin proportzio zuzenenean aldatzen denez eta azken hori tenperaturarekin, beste hau ere adieraz dezakegu:

Eroale gehienek tenperatura-koefiziente positiboa dute eta, ondorioz, erresistentziaren balioa tenperaturaren igoerarekin batera handitzen da. Tenperaturaren gehikuntzaren eta eroalearen izaeraren menpe dago gehikuntza hori.

$$R_t = R_0 [1 + \alpha(t_f - t_0)]$$

R_t = Erresistentziaren balioa t tenperaturan (Ω)

R_0 = Erresistentziaren balioa 20 °C-ko tenperaturan (Ω)

α = Tenperatura-koefizientea ($^{\circ}C^{-1}$)

t_f = Azken lan-tenperatura ($^{\circ}C$)

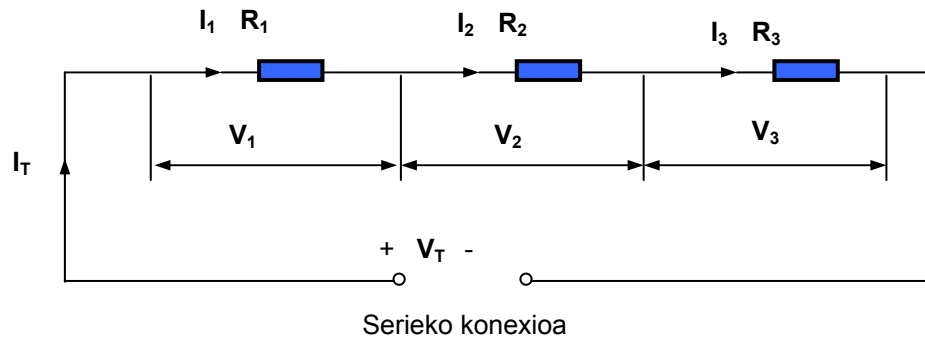
t_0 = Hasierako tenperatura ($^{\circ}C$)

► **Erresistentzien konexioa**

Zirkuitu elektriko-elektronikoak erresistentzia bat baino gehiagoz osatzen dira, eta hainbat eratan konektatzen dira elkarren artean.

Konexio horiek hiru eratakoak izan daitezke: seriekoa, paralelokoa eta mistoa.

1. Serieko konexioa



$$V_1 = R_1 \cdot I_1$$

$$V_2 = R_2 \cdot I_2$$

$$V_3 = R_3 \cdot I_3$$

$$I_T = I_1 = I_2 = I_3$$

$$V_1 = R_1 \cdot I_T$$

$$V_2 = R_2 \cdot I_T$$

$$V_3 = R_3 \cdot I_T$$

eta tentsio totala

$$V_T = V_1 + V_2 + V_3 = R_1 \cdot I_T + R_2 \cdot I_T + R_3 \cdot I_T = I_T \cdot (R_1 + R_2 + R_3)$$

Gure helburua zirkuitua sinplifikatzea da, eta, horretarako, erresistentzia horiek beste erresistentzia baliokide batez ordezkaturiko ditugu.

$$V_T = R_T \cdot I_T$$

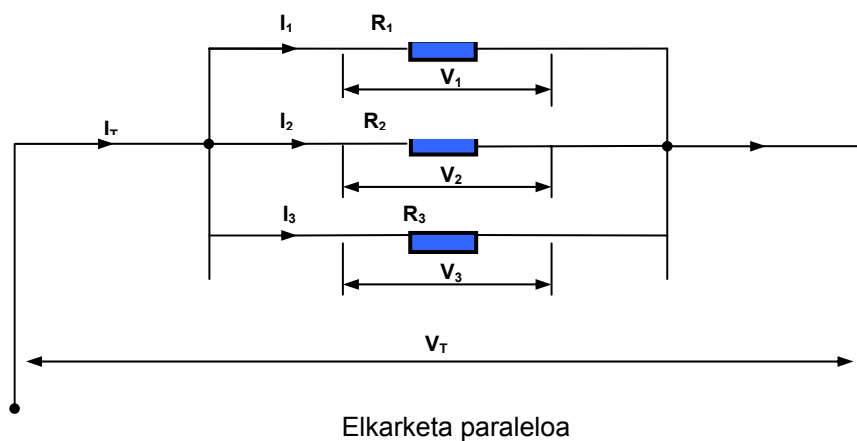
Aurreko adierazpenean oinarrituta, konexio mota honetan hau betetzen dela ondorioztatuko dugu:

$$R_T = R_1 + R_2 + R_3$$

2. Paraleloko konexioa

Paraleloko konexioan erresistentzia guztietan tentsio-erorketa berdina dago, eta aplikaturiko tentsio osoaren balioa du (puntu beretan konektatuak daudelako).

$$V_T = V_1 = V_2 = V_3$$



Intentsitate totalaren balioa beste hiruren batura izango da:

$$I_T = I_1 + I_2 + I_3 \quad (1)$$

Bestalde, erresistentzia bakoitzean Ohmen legea betetzen da:

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1} \quad I_2 = \frac{V_2}{R_2} \quad I_3 = \frac{V_3}{R_3}$$

Erresistentzia baliokidea kalkulatu nahi dugu (R_T), eta Ohmen legea aplikatuz:

$$I_T = \frac{V_T}{R_T} \quad (2)$$

Orain, (1) eta (2) espresioak elkartuz, eta $V_T = V_1 = V_2 = V_3$ dela jakinik:

$$\frac{V_T}{R_T} = \frac{V_T}{R_1} + \frac{V_T}{R_2} + \frac{V_T}{R_3} = V_T \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)$$

eta ondoriozta dezakegu:

$$\frac{1}{R_T} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) \quad (3)$$

erresistentzia baliokidearen alderantzizkoa erresistentzien alderantzizkoen batura da. Formula horrek zenbanahi paralelo dauzkagunerako ere balio du.

Paraleloko -elkarketetako intentsitateen banaketa adarretako erresistentzietatik alderantziz proportzionala da; hau da, erresistentzia handiagoa duen adarretik intentsitate txikiagoa pasatuko da, eta alderantziz, erresistentzia txikiagoa duen adarretik, intentsitate handiagoa.

Zirkuitu paraleloak bi erresistentzia soilik dituzenean, honako hau aplikatzen da:

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2} \Rightarrow R_T = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

3. Konexio mistoa

Konexio mistoetan, paraleloko eta serieko konexioak nahasita egoten dira. Zirkuitu hauetan, erresistentzia baliokidea kalkulatzeko azpizirkuituak osatu behar dira, eta bakoitzeko erresistentzia baliokidea kalkulatu. Azpizirkuituetan, erresistentzia guztiak seriean edo paraleloan egongo dira, inoiz ere ez bi erak nahasita.

► Erresistentzien sailkapena

Erresistentziak beren balioa aldatzeko duten joeraren arabera sailkatzen dira, hiru multzo hauean: finkoak, aldagarriak eta ez-linealak (edo menpekoak).

- ✓ **Finkoak.** Balioa ezin da aldatu. Aglomeratuak, ikatzezko geruzakoak, metalezko geruzakoak eta harilkatuak izan daitezke.
- ✓ **Aldagarriak.** Balioa nahi denean alda daiteke, horretarako duten kontaktu higikorra (kurtsorea) mugituz. Ezagunenak potentziometroak dira.
- ✓ **Ez-linealak.** Beren balioa era ez-linealean aldatzen dute inguruko magnitude fisikoen arabera: tenperatura (PTC eta NTC), argia (LDR), tentsioa (VDR), etab.

■ Kondentsadoreak

Energia elektrikoaren kantitate mugatu bat metatzeko ahalmena dute (elektrizitatez kargatu), gero, behar denean, energia hori askatzeko.

Kondentsadorea xafla bik osatzen dute, eta erdian isolatzaile bat du; elikatze-iturri bati lotzen bazaio, elektroiak xafla batetik bestera pasatuko dira, eta xafla biek karga elektriko berdina hartuko dute, baina kontrako zeinukoa. Kondentsadorea kargatuta dagoenean, korronea zero da.

Kondentsadorea definitzeko magnitudea **kapazitatea** (C) da, hau da, plaken artean metatzen den **karga elektrikoaren** (Q) eta karga horrek sortzen duen **potenzial-diferentziaren** (V) arteko zatidura.

$$C = \frac{Q}{V}$$

C = farad Q = coulomb V = volt

Kapazitatearen unitatea **farada** da (F), baina kondentsadoreen kapazitatea askoz txikiagoa izaten denez, azpimultiploak erabiltzen dira:

mikrofarada: ($\mu\text{F} = 10^{-6} \text{ F}$); nanofarada: ($\text{nF} = 10^{-9} \text{ F}$); eta pikofarada: ($\text{pF} = 10^{-12} \text{ F}$)

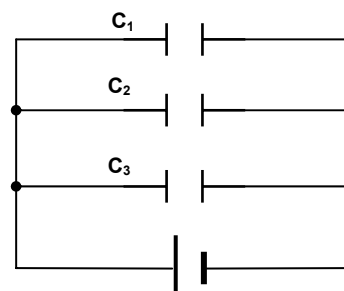
► **Kondentsadoreen konexioa**

Erresistentziak bezala, kondentsadoreak ere hiru eratarata elkar daitezke: seriean, paraleloan eta mistoan.

1. Paraleloko konexioa

Horrela, kondentsadore baliokidearen kapazitateak (C_T) beste guztien baturaren balioa hartuko du :

$$C_T = C_1 + C_2 + C_3$$

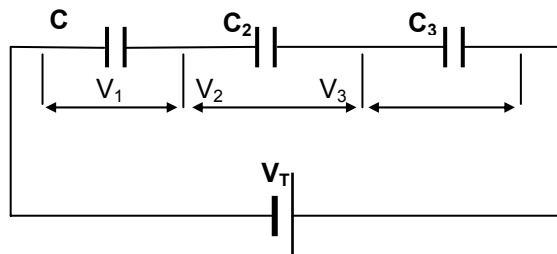


Elkarketa paraleloa

2. Serieko konexioa

Jasan dezaketen potentzial-diferentzia handitu nahi badugu, seriean konektatuko ditugu.

$$V_T = V_1 + V_2 + V_3$$



Serieko konexioa

Baliokideak kalkulatzeko:

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

$$C_T = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$$

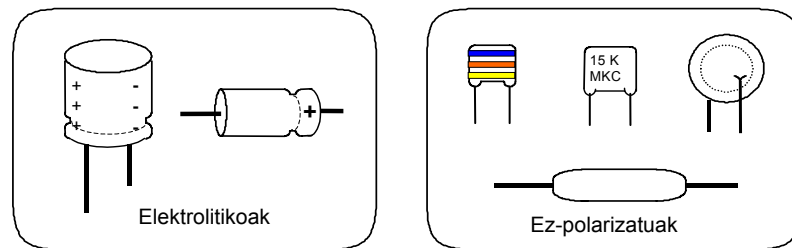
(Azken adierazpenak bi kondentsadore baino ez ditugunerako balio du).

3. **Mistoan:** erresistentzietekin esan dugun bezala, hasierako zirkuitua zatitu eta zirkuitu sinpleak lortuko ditugu. Ondoren, kapazitate baliokideak kalkulatu eta zirkuitu nagusian ordezkatu ditugu.

► **Kondentsadore motak**

Kondentsadore batzuek balio finkoa dute, eta beste batzuen balioa aldatu egin daitezke. **Finkoak** bi motatakoak izan daitezke: elektrolitikoak eta ez-polarizatuak.

- ✓ **Elektrolitikoak:** kondentsadore hauetan kapazitate-balio handiak lortzen dira tamaina txikietan ($1\mu\text{F}$ eta $1000\mu\text{F}$ artekoak). Polarizatuak dira korrontearen intentsitateak noranzko bakarra onartzen duelako (tentsioa alderantziz aplikatuz gero, lehertu ere egin daitezke). Bestalde, tentsio-maila txikia ezarri diezaiekegu (3 V eta 450 V artekoa).
- ✓ **Ez-polarizatuak:** horiek korronte altxatzen ere egin dezakete lan, eta tentsio-maila altua aplikatzen zaie (25 V eta 4 kV artean). Txikiagoak dira; $1\mu\text{F}$ -ko kapazitatea lor daitezke gehienez.



■ **Harila (induktantzia)**

Ezaguna da iman baten aurkako zeinuko poloek elkar erakartzen dutela, eta zeinu berdinekoak aldentu egiten direla. Efektu horrek indar bereziak sorrarazten ditu inguruan, eta haien eraginpean dagoen espazioari **eremu magnetiko** deritzo. Eremu magnetikoa adierazten duen magnitudea **fluxu magnetikoa** da, eta haren unitatea **weberra** da.

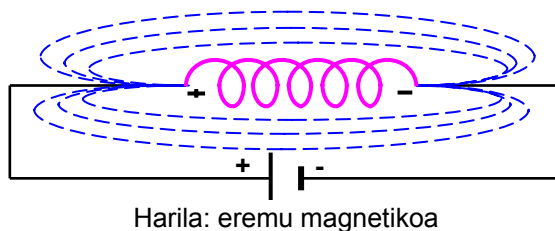
Materia guztiak, eremu magnetiko indartsu baten eraginpean egon ondoren, iman bilakatzen dira, baina eremutik atera eta berehala galtzen dute imantazioa.

Hori horrela izanik, materialak bi multzotan sailka daitezke: ferromagnetikoak (imantazioari eutsi egiten diotenak) eta ez-ferromagnetikoak (galdu egiten dutenak).

Haril eroaletik korronte elektrikoa igarotzen denean eremu magnetikoa sortzen da.

Haril eroalea material ferromagnetikoaren inguruan biltzen denean, **harilkatua** sortzen da, eta energia magnetikoa meta dezake.

Material ferromagnetikoari **nukleo** deitzen zaio, eta ferritaz, burdinaz eta kobaltoz osatzen da. Hainbat erabilpenetan airea bera da nukleoa, baina horrek asko murrizten du energia magnetikoa metatzeko ahalmena.



Kondentsadoreek potentzial elektriko modura metatzen dute energia, eta bobinek, ostera, korrante elektriko modura.

Harilkatu batean energia metatzeko ahalmena ematen duen magnitudea **induktantzia** da. L letra-rekin adierazten da, eta unitatea **henrya** da. L horri autoindukzio-koefiziente ere esaten zaio; formula honen bidez adierazten da:

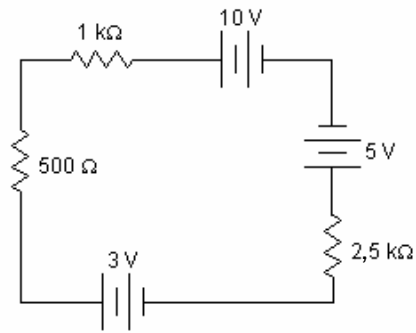
$$L = \frac{N \cdot \Phi}{I}$$

- L = autoindukzio-koefizientea (henry, H)
- N = harilkatuaren bira kopurua
- Φ = nukleoa zeharkatzen duen fluxu magnetikoa (weber, Wb)
- I = korrante elektriko (ampere, A)

Harilkatu batek meta dezakeen energia elektriko honela adieraz daiteke:

$$W = 0,5 \cdot L \cdot I^2 \text{ (energia, jouletan)}$$

1.1. Irudian kalkulatu zenbatekoa den intentsitatearen balioa.



1.1. irudia.

Ariketa Kirchhoffen bigarren legea aplikatuz ebatziko da. Horretarako, korrontearen norabidearen arabera, elikatze-iturriak positibo edo negatibo gisa hartuko dira. Korrontearen emaitza negatiboa balitz, norabidea alderantziz hartu beharko litzateke.

Aurrekoa kontuan hartuta, ekuazio hau atera genezake:

$$10 - 5 - 3 = I \cdot 1 + I \cdot 0,5 + I \cdot 2,5$$

Sinplifikatuz:

$$2 = I(1 + 0,5 + 2,5)$$

$$I = \frac{2}{4} = 0,5 \text{ mA}$$

$$I = 0,5 \text{ mA}$$

Emaitza positiboa da, eta horrek esan nahi du hartu dugun korrontearen norabidea zuzena dela.

Ohmnen legea

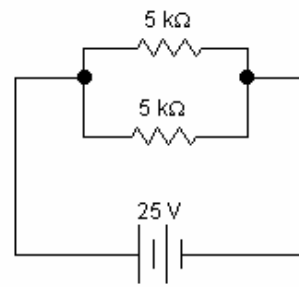
$$V = R \cdot I$$

V = Tentsioa

R = Erresistentzia

I = Korrontearen intentsitatea

- 1.2. Irudi hau kontuan hartuz, kalkulatu elikatze-iturritik xurgatzen den korrontea.



1.2. irudia.

Kirchhoffen lehenengo legea aplikatuko dugu A korapiloan;

$$I_T = I_1 + I_2$$

Eta aintzat izanik

$$I_1 = \frac{25}{5} = 5 \text{ mA}$$

$$I_2 = \frac{25}{5} = 5 \text{ mA}$$

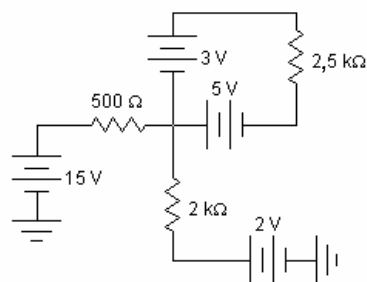
orduan, elikatze-iturriak korronte hau emango du:

$$I_T = I_1 + I_2$$

$$I_T = 5 + 5 = 10 \text{ mA}$$

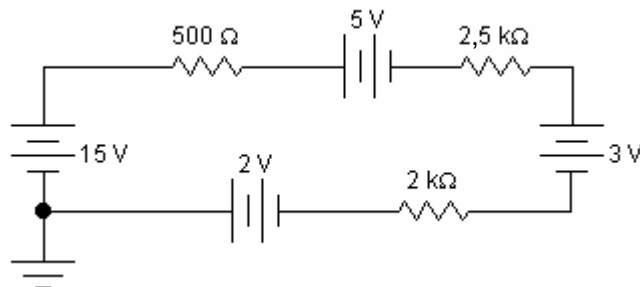
$$I_T = 10 \text{ mA}$$

- 1.3. Kalkulatu zirkuitu hau zeharkatzen duen korrontea.



1.3. irudia.

Lehenik eta behin, zirkuitua beste era batera irudikatuko dugu. Kontuan izango dugu lurrera konektatutako bi puntuak puntu berdina direla, hau da, erreferentzia moduan erabiliko direla.



Kirchoffen bigarren legea aplikatuko dugu, irudian agertzen den korrontearen noranzkoa kontuan hartuz:

$$10 - 5 - 3 - 2 = I_T \cdot 0,5 + I_T \cdot 2,5 + I_T \cdot 2$$

$$5 = I_T (0,5 + 2,5 + 2)$$

$$I_T = \frac{5}{5} = 1 \text{ mA}$$

$$I_T = 1 \text{ mA}$$

- 1.4. 1.000 kilokaloriako berogailu batetik 4A-ko korrontea pasatzen da 2 orduan. Kalkulatu berogailuaren erresistentzia Jouleren legea kontutan izanik.

Datuak ordezkatzeko baditugu,

$$Q = 0,24 \cdot R \cdot I^2 \cdot t$$

$$10^6 = 0,24 \cdot R \cdot 4^2 \cdot 2 \cdot 3600$$

hau geratuko da:

$$R = \frac{10^6}{0,24 \cdot 4^2 \cdot 2 \cdot 3600} = 36 \Omega$$

$$R = 36 \Omega$$

- 1.5. Berogailu batean harilkatutako erresistentziaren balioa 0 °C-ra 100 KΩ-ekoa da. Berogailua 125 V-era elikatzen denean 700 °C-ko berotasuna hartzen du. Kalkulatu 10 orduan emango duen beroa. Datua $\alpha=0.0042 \text{ } \Omega/^\circ\text{C}$

Hasteko, tenperaturarekin erresistentzia nola aldatzen den ikusi behar dugu, eta, horretarako, ekuazio hau aplikatuko dugu:

$$R = R_0(1 + \alpha \cdot t)$$

$$R = 100(1 + 0,0042 \cdot 700) = 394 \text{ k}\Omega$$

eta, ondoren, Ohmen legea erabiliz,

$$I = \frac{125}{394} = 0,317 \text{ mA}$$

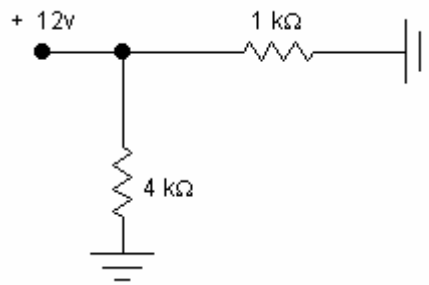
eta azkenik, Jouleren legea aplikatuko dugu:

$$Q = 0,24 \cdot 394 \cdot 10^3 \cdot (0,37 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 10 \cdot 3 \cdot 600 = 34 \text{ cal}$$

$$Q = 34 \text{ cal}$$

Laguntzak

- 1.6. Kalkulatu irudiko erresistentzia bakoitzak zurgatzen duen potentzia.



1.6. irudia.

Erresistentzia batek xurgatzen duen potentzia kalkulatzeko, hortik pasatzen den korrontearen balioa jakin behar dugu.

$$I_1 = \frac{12}{1} = 12 \text{ mA}$$

$$I_2 = \frac{12}{4} = 3 \text{ mA}$$

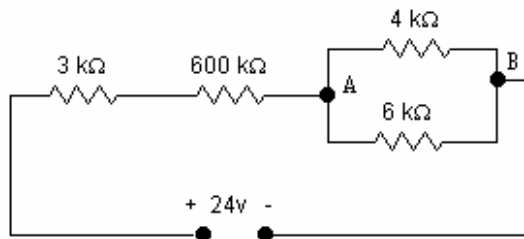
Potenziaren formula aplikatuz:

$$P(1\text{k}\Omega - \text{eko erresistentzian}) = (12 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 1 \cdot 10^3 = 0,144 \text{ W} \quad P_{1\text{k}\Omega} = 0,144 \text{ W}$$

$$P(4\text{k}\Omega - \text{eko erresistentzian}) = (3 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 4 \cdot 10^3 = 0,036 \text{ W} \quad P_{4\text{k}\Omega} = 0,036 \text{ W}$$

- 1.7. Zirkuitu honetan kalkulatu:

- Adar bakoitzetik zenbateko korrontea pasatzen den.
- Erresistentzia bakoitzak zenbat potentzia xurgatzen duen.



1.7. irudia.

Hasteko, zirkuituaren erresistentzia totala kalkulatu dugu.

$$R_T = 3 + 0,6 + \frac{6,4}{6} + 4 = 6 \text{ k}\Omega$$

Ondoren, zirkuituak elikatze-iturritik xurgatzen duen korronea kalkulatu dugu; korrone hori 3 kΩ eta 600 kΩ-eko erresistentzietatik pasatzen da:

$$I_T = \frac{24}{6} = 4 \text{ mA}$$

4 eta 6 kΩ-eko erresistentzietatik zenbat korrone pasatzen den kalkulatzeko, A eta B puntuen artean dagoen tentsioa kalkulatu beharko da:

$$V_{AB} = 24 - 4(3 + 0,6) = 9,6 \text{ V}$$

Lortutako balioekin,

$$I_1 = \frac{9,6}{4} = 2,4 \text{ mA}$$

$$I_2 = 4 - 2,4 = 1,6 \text{ mA}$$

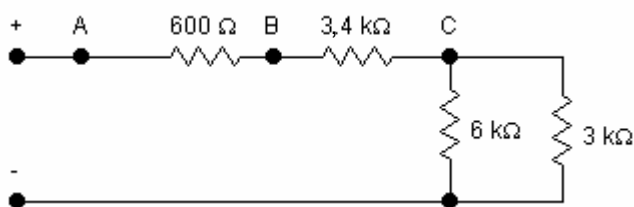
$$P_{3k} = 4^2 \cdot 3 = 48 \text{ mW} \quad P_{3k\Omega} = 48 \text{ mW}$$

$$P_{4k} = 2,4^2 \cdot 4 = 23,04 \text{ mW} \quad P_{4k\Omega} = 23 \text{ mW}$$

$$P_{600\Omega} = 4^2 \cdot 0,6 = 9,6 \text{ mW} \quad P_{600\Omega} = 9,6 \text{ mW}$$

$$P_{6k} = 1,2^2 \cdot 60 = 15,36 \text{ mW} \quad P_{6k\Omega} = 15,4 \text{ mW}$$

1.8. Kalkulatu erresistentzia bakoitzean jausten den tentsioa.



1.8. irudia.

Lehenik eta behin, zirkuituaren erresistentzia totala kalkulatu dugu.

$$R_T = \frac{6 \cdot 3}{6 + 3} + 3,4 + 0,6 = 6 \text{ k}\Omega$$

Balio horrekin, elikatze-iturritik xurgatzen den korronea kalkulatu dugu:

$$I_T = \frac{48}{6} = 8 \text{ mA}$$

eta azkenik,

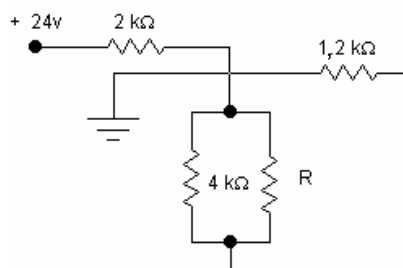
$$V_{AB} = 8 \cdot 0,6 = 4,8 \text{ V} \quad V_{AB}=4,8 \text{ V}$$

$$V_{BC} = 8 \cdot 3,4 = 27,2 \text{ V} \quad V_{Bc}=27,2 \text{ V}$$

$$V_{CD} = 8 \cdot \frac{6 \cdot 3}{6+3} = 16 \text{ V} \quad V_{CD}=16 \text{ V}$$

Laguntzak

1.9. Irudian, kalkulatu R-ren balioa, elikatze-iturritik xurgatzen den korrontearen balioa 6 mA-ekoa izan dadin.



1.9. irudia.

Ohmen legea aplikatuz, zirkuituaren erresistentzia totala kalkulatzeko da:

$$R_T = \frac{24}{6} = 4 \text{ k}\Omega$$

Erresistentzia totalaren formula idatziko dugu, R-ren menpe;

$$4 = 2 + \frac{4 \cdot R}{4 + R} + 1,2$$

eta hortik R askatuko dugu:

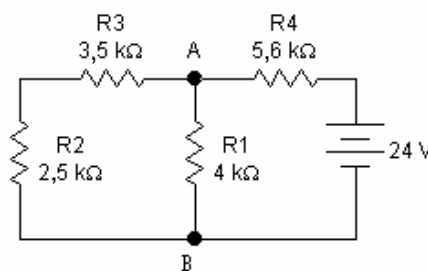
$$0,8 = \frac{4 \cdot R}{4 + R}$$

$$0,8(4 + R) = 4 \cdot R$$

$$R = 1 \text{ k}\Omega$$

1.10. Irudiko zirkuituan, kalkulatu:

- Zenbatekoa izango den erresistentzia totala.
- Korronteen zenbatekoa.
- Erresistentzia bakoitzak zenbat potentzia xurgatzen duen.



1.10. irudia.

a) **Zenbatekoa izango den erresistentzia totala**

$$R_T = R_4 + \frac{R_1 \cdot (R_2 + R_3)}{R_1 + (R_2 + R_3)}$$

$$R_T = 5,6 + \frac{4 \cdot (2,5 + 3,5)}{4 + (2,5 + 3,5)} = 8 \text{ k}\Omega$$

$$R_T = 8 \text{ k}\Omega$$

b) **Korronteen zenbatekoa**

Korronte totala kalkulatu dugu,

$$I_T = \frac{24}{8} = 3 \text{ mA}$$

eta ondoren, A eta B puntuen arteko tentsioa kalkulatu dugu,

$$V_{AB} = 24 - 3 \cdot 5,6 = 7,2 \text{ V}$$

eta azkenik I_1 eta I_2 -ren balioak kalkulatu ditugu:

$$I_1 = \frac{7,2}{4} = 1,8 \text{ mA} \quad I_1 = 1,8 \text{ mA}$$

$$I_2 = 3 - 1,8 = 1,2 \text{ mA} \quad I_2 = 1,2 \text{ mA}$$

Laguntzak

c) **Erresistentzia bakoitzak zenbat potentzia xurgatzen duen**

$$P_{R1} = 1,8^2 \cdot 4 = 12,96 \text{ mW} \quad P_{R1}=13 \text{ mW}$$

$$P_{R2} = 1,2^2 \cdot 2,5 = 3,6 \text{ mW} \quad P_{R2}=3,6 \text{ mW}$$

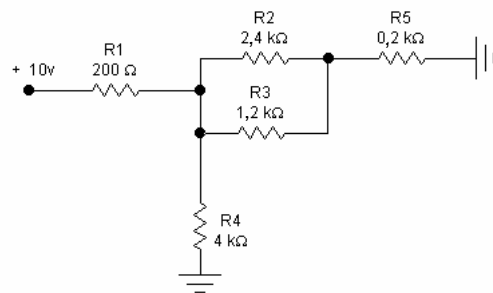
$$P_{R3} = 1,2^2 \cdot 3,5 = 5,04 \text{ mW} \quad P_{R3}=5 \text{ mW}$$

$$P_{R4} = 3^2 \cdot 5,6 = 50,4 \text{ mW} \quad P_{R4}=50,4 \text{ mW}$$

1.11. Irudian agertzen den zirkuituan,

kalkulatu:

- Zenbatekoa izango den erresistentzia totala.
- Zenbat korrante pasatzen den erresistentzia bakoitzetik.
- Zenbateko potentzia xurgatuko duen zirkuituak.



1.11. irudia.

a) **Zenbatekoa izango den erresistentzia totala**

R_2 eta R_3 paraleloan daudenez:

$$R_2 // R_3 = \frac{2,4 \cdot 1,2}{2,4 + 1,2} + 1,2 = 0,8 \text{ k}\Omega$$

multzo hori seriean dago R_5 -ekin:

$$R_{2,3,4} = 0,8 + 0,2 = 1 \text{ k}\Omega$$

eta azken multzo hori, paraleloan R_4 erresistentziarekin:

$$R_{2,3,4,5} = \frac{1 \cdot 4}{1 + 4} = 0,8 \text{ k}\Omega$$

Azkenik,

$$R_T = 0,8 + 0,2 = 1 \text{ k}\Omega \quad R_T=1 \text{ k}\Omega$$

b) **Zenbat korrante pasatzen den erresistentzia bakoitzetik.**

Intentsitate totalaren balioa,

$$I_T = \frac{10}{1} = 10 \text{ mA}$$

$$I_4 = \frac{10 - 0,2 \cdot 10}{4} = 2 \text{ mA} \quad I_4 = 2 \text{ mA}$$

$$I_2 + I_3 = I_T - I_4 = 10 - 2 = 8 \text{ mA}$$

eta era berean,

$$I_2 = \frac{10 - 0,2 \cdot 10 - 0,2 \cdot 8}{2,4} = 2,6 \text{ mA} \quad I_2 = 2,6 \text{ mA}$$

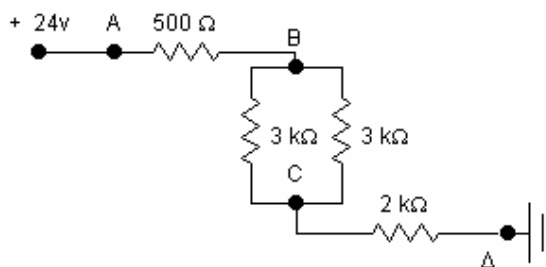
$$I_3 = 8 - 2,6 = 5,3 \text{ mA} \quad I_3 = 5,3 \text{ mA}$$

c) **Zenbateko potentzia xurgatuko duen zirkuituak**

$$P_T = 10 \cdot 10 = 100 \text{ mW} \quad P_T = 100 \text{ mW}$$

1.12. Alboko irudian, kalkulatu:

- a) Zenbateko korrantea pasatzen den adar bakoitzetik.
- b) Zenbateko tentsioa jausten den erresistentzia bakoitzean.



1.12. irudia.

a) **Zenbateko korrantea pasatzen den adar bakoitzetik**

Lehenik eta behin, erresistentzia totala kalkulatu dugu:

$$R_T = 0,5 + 2 + \frac{3}{2} = 4 \Omega$$

Ondoren, ikus dezakegu nola kalkulatu den korrante totala,

$$I_T = \frac{24(V)}{4(k\Omega)} = 6 \text{ mA}$$

Eta, kontuan izanik paralelo dauden bi adarretako erresistentziak berdinak direla,

$$I_1 = I_2 = \frac{6}{2} = 3 \text{ mA} \quad I_i = 3 \text{ mA}$$

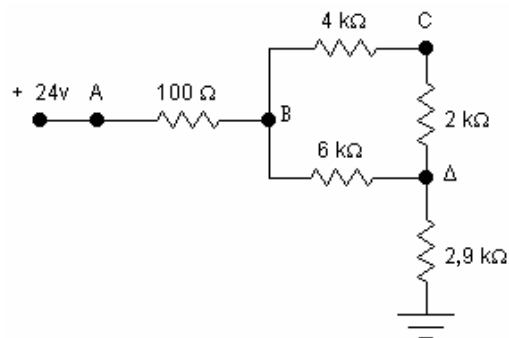
b) **Zenbateko tentsioa jausten den erresistentzia bakoitzean.**

Ohmen legea aplikatuz aurkituko dugu erresistentzia bakoitzean jausten den tentsioaren balioa zenbatekoa den:

$$\begin{aligned} V_{AB} &= 6 \cdot 0.5 = 3 \text{ V} & V_{AB} &= 3 \text{ V} \\ V_{CD} &= 6 \cdot 2 = 12 \text{ V} & V_{CD} &= 12 \text{ V} \\ V_{BC} &= 24 - 3 - 12 = 9 \text{ V} & V_{BC} &= 9 \text{ V} \end{aligned}$$

Laguntzak

1.13. Irudiko zirkuituan, kalkulatu zenbateko potentzia xurgatzen duen erresistentzia bakoitzak.



1.13. irudia.

Erresistentzia totalaren balioa kalkulatu dugu:

$$R_T = 0.1 + 2.9 + \frac{(4 + 2) \cdot 6}{(4 + 2) + 6} = 6 \text{ K}\Omega$$

Ondoren, Ohmen legea aplikatuko dugu, kontuan izanik paraleloan dauden bi adarretako erresistentziak berdinak direla:

$$I_T = \frac{24(V)}{6(K\Omega)} = 4 \text{ mA}$$

$$I_1 = I_2 = \frac{4}{2} = 2 \text{ mA}$$

eta, azkenik, potentzia kalkulatzeko:

$$P_{100\Omega} = 4^2 \cdot 0.1 = 1,6 \text{ mW} \quad P_{100\Omega} = 1,6 \text{ mW}$$

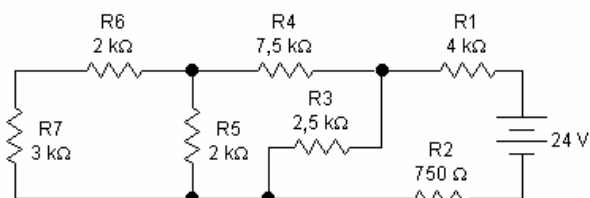
$$P_{4\Omega} = 2^2 \cdot 4 = 16 \text{ mW} \quad P_{4\Omega} = 16 \text{ mW}$$

$$P_{2K} = 2^2 \cdot 2 = 8 \text{ mW} \quad P_{2k\Omega} = 5 \text{ mW}$$

$$P_{6K} = 2^2 \cdot 6 = 24 \text{ mW} \quad P_{6k\Omega} = 24 \text{ mW}$$

$$P_{2,9K} = 4^2 \cdot 2.9 = 46,4 \text{ mW} \quad P_{2,9} = 46,4 \text{ mW}$$

1.14. Kalkulatu irudian agertzen den zirkuituan zenbateko potentzia xurgatzen duten erresistentzietan.



1.14. irudia.

Zirkuituaren erresistentzia totala honela kalkulatu da:

$$R_{6,7} = 3 + 2 = 5 \text{ k}\Omega$$

$$R_{5,6,7} = \frac{5 \cdot 2}{5 + 2} = 1,4 \text{ k}\Omega$$

$$R_{4,5,6,7} = 1,4 + 7,5 = 8,9 \text{ k}\Omega$$

$$R_{3,4,5,6,7} = \frac{8,9 \cdot 2,5}{8,9 + 2,5} = 1,9 \text{ k}\Omega$$

$$R_T = 1,9 + 0,75 + 4 = 6,6 \text{ k}\Omega$$

Ondoren, korrontea kalkulatu dugu:

$$I_T = \frac{24}{6,6} = 3,7 \text{ mA}$$

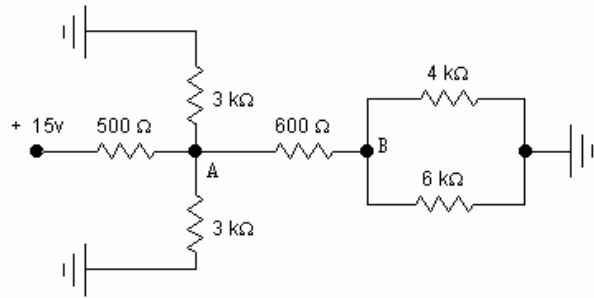
eta, azkenik, zirkuituaren potentzia totala:

$$P_T = 3,7(\text{mA}) \cdot 24(\text{V}) = 88,8 \text{ mW}$$

$$P_T = 88,8 \text{ mW}$$

1.15. Irudiko zirkuituan, kalkulatu:

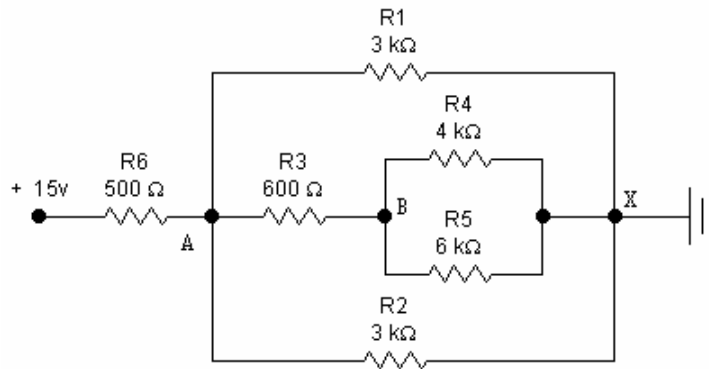
- a) Erresistentzia totalaren balioa.
- b) Zenbateko tentsioa jausten den erresistentzia bakoitzean.



1.15. irudia.

- a) **Kalkulatu erresistentzia totalaren balioa.**

Hasteko, berriro antolatuko dugu zirkuitua, errazago uler dadin.



Hala, errazago kalkula genezake erresistentzia totala:

$$R_{4,5} = \frac{4 \cdot 6}{4 + 6} = 2,4 \text{ k}\Omega$$

$$R_{4,5,3} = 2,4 + 0,6 = 3 \text{ k}\Omega$$

$$R_{1,2,3,4,5} = \frac{3}{3} = 1 \text{ k}\Omega$$

$$R_T = 1 + 0,5 = 1,5 \text{ k}\Omega$$

$$R_T = 1,5 \text{ k}\Omega$$

Ondoren, intentsitateak kalkulatuko ditugu:

$$I_T = \frac{15}{1,5} = 10 \text{ mA} \quad I_1 = I_2 = I_3 = \frac{10(\text{mA})}{3} = 3,3 \text{ mA}$$

$$V_{A,C} = 15 - 10 \cdot 0,5 = 10 \text{ V}$$

$$V_{B,C} = V_{A,C} - I_C \cdot R_3;$$

$$V_{B,C} = 10 - 3,3 \cdot 0,6 = 8,1 \text{ V}$$

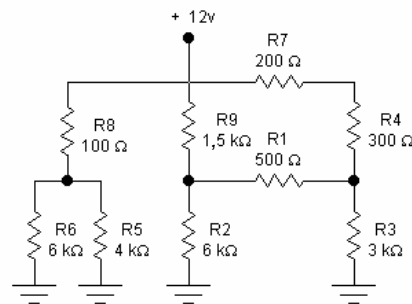
$$I_4 = \frac{8,1}{4} = 2 \text{ mA} \quad I_5 = \frac{8,1}{6} = 1,3 \text{ mA}$$

b) **Kalkulatu zenbateko tentsioa jausten den erresistentzia bakoitzean**

Eta, azkenik, kalkulatu dugu zenbateko tentsioa jausten den erresistentzia bakoitzean.

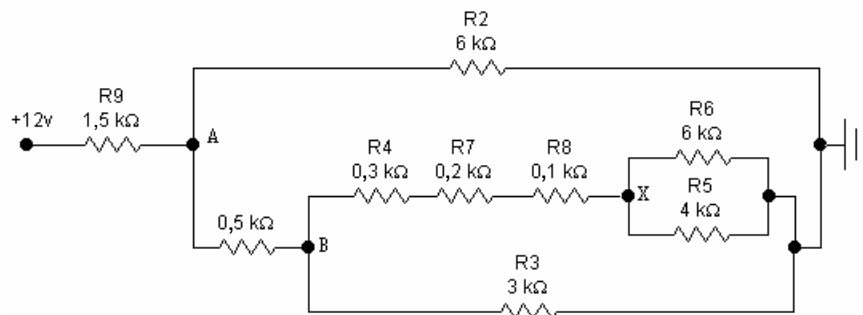
$$\begin{aligned}
 V_{A,C} &= 10 \text{ V} \\
 V_{500\Omega} &= 10 \cdot 0,5 = 5 \text{ V} & V_{500\Omega} &= 5 \text{ V} \\
 V_{600\Omega} &= 3,3 \cdot 0,6 = 1,9 \text{ V} & V_{600\Omega} &= 1,9 \text{ V} \\
 V_{4\text{ eta } 6K} &= V_{B,C} = 8,1 \text{ V} & V_{4\text{ eta } 6k} &= 8,1 \text{ V}
 \end{aligned}$$

1.16. Kalkulatu zenbateko korronea pasatzen den zirkuituaren adar bakoitzetik.



1.16. irudia.

Aurreko zirkuitua beste era batera antolatuko dugu, errazago uler dadin:



Lehenik eta behin, erresistentzia totala kalkulatu dugu:

$$\begin{aligned}
 R_{5,6} &= \frac{6 \cdot 4}{6 + 4} = 2,4 \text{ k}\Omega \\
 R_{4,5,6,7,8} &= 2,4 + 0,1 + 0,2 + 0,3 = 3 \text{ k}\Omega \\
 R_{3,4,5,6,7,8} &= \frac{3}{2} = 1,5 \text{ k}\Omega \\
 R_{1,3,4,5,6,7,8} &= 1,5 + 0,5 = 2 \text{ k}\Omega \\
 R_T &= 1,5 + \frac{6 \cdot 2}{6 + 2} = 3 \text{ k}\Omega
 \end{aligned}$$

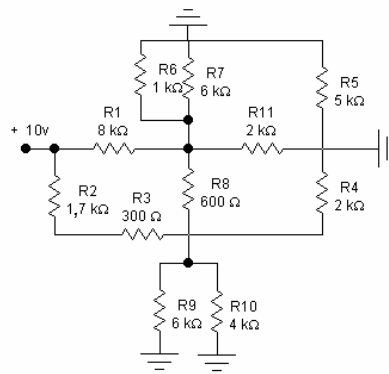
Ondoren, korrone totala kalkulatu dugu:

$$I_T = \frac{12}{3} = 4 \text{ mA}$$

eta, azkenik, kalkulatu dugu adar bakoitzetik pasatzen den korrontearen balioa:

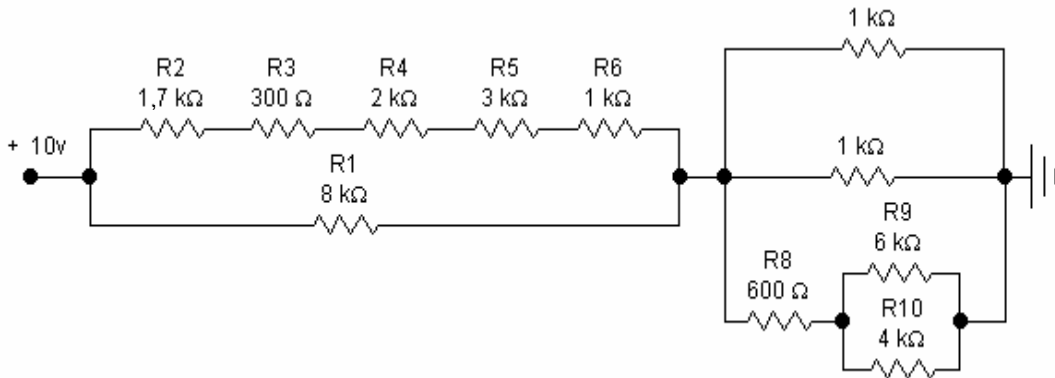
$$\begin{aligned}
 I_2 &= \frac{12 - 1,5 \cdot 4}{6} = 1 \text{ mA} & I_2 &= 1 \text{ mA} \\
 I_1 &= 4 - 1 = 3 \text{ mA} & I_1 &= 3 \text{ mA} \\
 I_3 = I_4 &= \frac{I_1}{2} = \frac{3}{2} = 1,5 \text{ mA} & I_3 = I_4 &= 1,5 \text{ mA} \\
 I_5 &= \frac{V_C}{4} = \frac{I_4 \cdot R_{5,6}}{4} = \frac{1,5 \cdot 2,4}{4} = 0,9 \text{ mA} & I_5 &= 0,9 \text{ mA} \\
 I_6 &= I_4 - I_5 = 1,5 - 0,9 = 0,6 \text{ mA} & I_6 &= 0,6 \text{ mA}
 \end{aligned}$$

1.17. Kalkulatu ondorengo zirkuituaren erresistentzia totala.



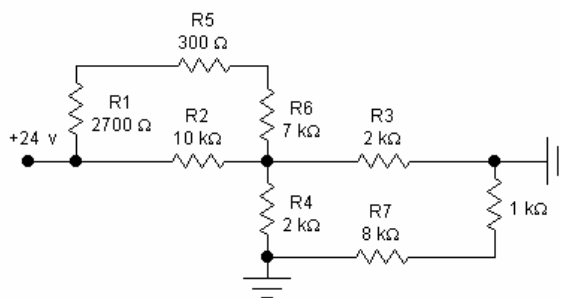
1.17. irudia.

Aurreko zirkuituaren baliokidea marrazten hasiko gara:



$$\begin{aligned}
 R_{9,10} &= \frac{6 \cdot 4}{6 + 4} = 2,4 \text{ k}\Omega \\
 R_{8,9,10} &= 2,4 + 0,6 = 3 \text{ k}\Omega \\
 R_{2,3,4,5,6} &= 1,7 + 0,3 + 2 + 3 + 1 = 8 \text{ k}\Omega \\
 R_{7,8,9,10,11} &= \frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = 0,75 \text{ k}\Omega \\
 R_T &= \frac{8}{2} + 0,75 = 4,75 \text{ k}\Omega & R_T &= 4,75 \text{ k}\Omega
 \end{aligned}$$

- 1.18. Kalkulatu zenbateko potentzia xurgatzen duen alboko zirkuituko erresistentzia bakoitzak.



1.18. irudia.

Aurreko zirkuituan, 8 kΩ-eko erresistentzia lurretik lurrera doala konturatu behar dugu; hortaz, hor-tik ez da korronteirik pasatuko. Erresistentzia hori ez dugu kontuan izango zirkuituan kalkuluak egi-teko.

$$R_{1,5,6} = 2,7 + 0,3 + 7 = 10 \text{ k}\Omega$$

$$R_{1,2,5,6} = \frac{10}{2} = 5 \text{ k}\Omega$$

$$R_{3,4} = \frac{2}{2} = 1 \text{ k}\Omega$$

$$R_T = 5 + 1 = 6 \text{ k}\Omega$$

Ondoren, kalkulatu dugu zenbateko korrontea pasatzen den adar bakoitzetik:

$$I_T = \frac{24}{6} = 4 \text{ mA}$$

$$I_1 = I_2 = \frac{4}{2} = 2 \text{ mA}$$

$$I_3 = I_4 = \frac{4}{2} = 2 \text{ mA}$$

$$I_5 = 0 \text{ mA}$$

eta, azkenik, kalkulatu dugu zenbateko potentzia xurgatzen duen erresistentzia bakoitzak:

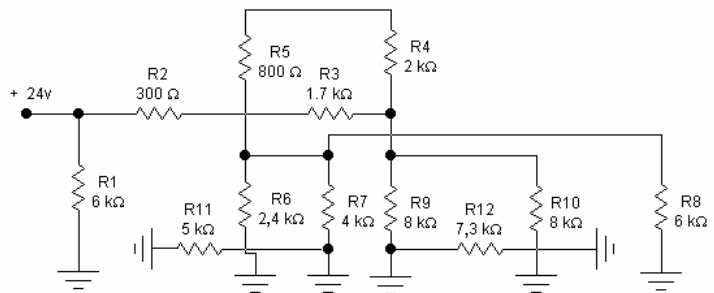
$$P_{R_1} = 2^2 \cdot 2,7 = 10,8 \text{ mW}; \quad P_{R_4} = 2^2 \cdot 2 = 8 \text{ mW}$$

$$P_{R_2} = 2^2 \cdot 10 = 40 \text{ mW}; \quad P_{R_5} = 2^2 \cdot 0,3 = 1,2 \text{ mW}$$

$$P_{R_3} = 2^2 \cdot 2 = 8 \text{ mW}; \quad P_{R_6} = 2^2 \cdot 7 = 28 \text{ mW}$$

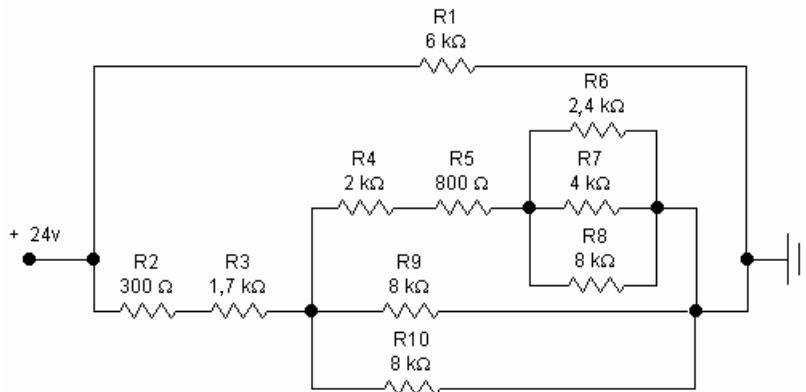
$$P_{R_7} = 0 \text{ W}$$

1.19. Kalkulatu zirkuituaren erresistentzia totala eta zenbateko korronea xurgatzen duen elikatze-iturritik.



1.19. irudia.

Ariketa hasteko, zirkuitu baliokidea marraztuko dugu, baina kontuan izan behar da R₁₁ eta R₁₂ erresistentzietatik ez dela korronterik pasatuko haien borneak zirkuitulaburrean daudelako; hori kontuan izanik, zirkuitu baliokidean kendu egingo ditugu bi erresistentzia horiek, zirkuituan ez baitute eginkizunik.



Ondoren, erresistentzia totala kalkulatu dugu:

$$R_{6,7,8} = \frac{1}{\frac{1}{2.4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6}} = 1,2 \text{ k}\Omega$$

$$R_{4,5,6,7,8} = 2 + 0,8 + 1,2 = 4 \text{ }\Omega$$

$$R_{9,10} = \frac{8}{2} = 4 \text{ k}\Omega$$

$$R_{4,5,6,7,8,9,10} = \frac{4}{2} = 2 \text{ k}\Omega$$

$$R_{2,3,4,5,6,7,8,9,10} = 2 + 0,3 + 1,7 = 4 \text{ k}\Omega$$

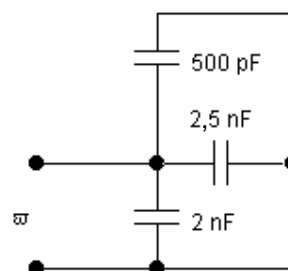
$$R_T = \frac{6 \cdot 4}{6 + 4} = 2,4 \text{ k}\Omega$$

$$R_T = 2,4 \text{ k}\Omega$$

eta, azkenik, korrontearen balioa:

$$I_T = \frac{24}{2,4} = 10 \text{ mA} \quad I_T = 10 \text{ mA}$$

- 1.20. Alboko irudian, kalkulatu zirkuituaren kapazitate totala.

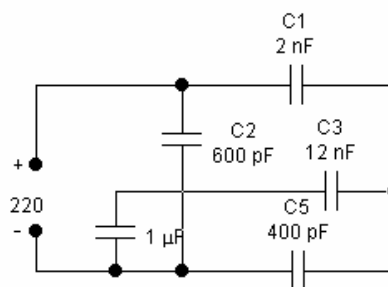


1.20. irudia.

Zirkuitua aztertzen badugu, konturatuko gara hiru kondentsadoreak paralelo daudela; hortaz, kapazitate totala kalkulatzeko, hiruren balioak nanofaradetara edo kilofaradetara pasatu eta batu berrik ez da egin behar.

$$C_T = 0,5 + 2 + 2,5 = 5 \text{ } \mu\text{F} \quad C_T = 5 \text{ } \mu\text{F}$$

- 1.21. Kalkulatu zenbatekoa izango den irudiko zirkuituaren kapazitate totala.



1.21. irudia.

Aurreko irudiko zirkuitua beste era batera marrazten badugu, errazago aztertuko dugu:

$$C_{3,4} = \frac{12}{2} = 6 \text{ } \mu\text{F}$$

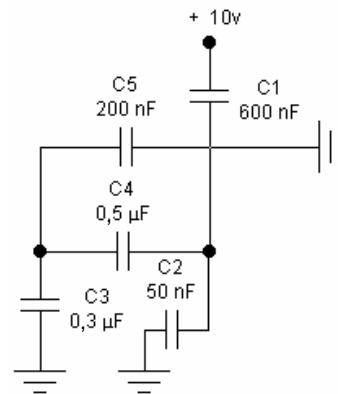
$$C_{3,4,5} = 6 + 0,4 = 6,4 \text{ } \mu\text{F}$$

$$C_{1,3,4,5} = \frac{6,4 \cdot 2}{6,4 + 2} = 1,52 \text{ } \mu\text{F}$$

$$C_T = 0,6 + 1,52 = 2,12 \text{ } \mu\text{F} \quad C_T = 2,12 \text{ } \mu\text{F}$$

1.22. Kalkulatu alboko zirkuituan:

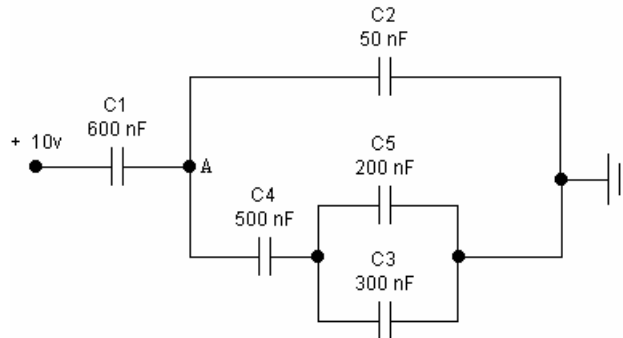
- Zirkuituaren kapazitate totalaren balioa.
- Zenbat elektrizitate metatzen den zirkuituan.
- Zenbateko tentsioa izango duen kondentsadore bakoitzak.



1.22. irudia.

a) **Zirkuituaren kapazitate totala**

Lehenik eta behin, zirkuitu baliokidea marraztuko dugu,



Kondentsadoreen arauak aplikatuz,

$$C_{3,5} = 200 + 300 = 500 \text{ } \mu\text{F}$$

$$C_{3,4,5} = \frac{500}{2} = 250 \text{ } \mu\text{F}$$

$$C_{2,3,4,5} = \frac{6,4 \cdot 2}{6,4 + 2} = 1,52 \text{ } \mu\text{F}$$

$$C_T = 250 + 50 = 300 \text{ } \mu\text{F} \quad C_T = 300 \text{ } \mu\text{F}$$

b) **Zenbat elektrizitate metatzen den zirkuituan**

Zirkuituan metaturiko elektrizitate kantitatea era honetara kalkulatuko dugu:

$$Q_T = 200 \cdot 10^{-9} \cdot 10 = 2 \cdot 10^{-6} \text{ C} \quad Q_T = 2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

c) **Zenbateko tentsioa izango duen kondentsadore bakoitzak**

C_1 kondentsadorean metaturiko elektrizitatea eta $C_{2,3,4,5}$ konexioan metatutakoa berdinak izango dira (bi multzoak seriean daudelako). Batean zein bestean metatutakoa zirkuituan metatutako elektrizitate totalaren berdina izango da.

$$Q_T = Q_1 = Q_{2,3,4,5}$$

$$V_{C_1} = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{2 \cdot 10^{-6}}{600 \cdot 10^{-9}} = 3,33 \text{ V} \quad V_{C_1} = 3,33 \text{ V}$$

$$V_{C_2} = 10 - 3,33 = 6,67 \text{ V} \quad V_{C_2} = 6,67 \text{ V}$$

Kondentsadoreak paraleloan konektatzen direnean, tentsio berdina izaten dute borneetan, baina metatutako elektrizitatea kapazitatearen arabera da. Orduan,

$$Q_{2,3,4,5} = Q_2 + Q_{3,4,5}$$

$$Q_2 = C_2 \cdot V_{C_2} = 5 \cdot 10^{-9} \cdot 6,67 = 3,3 \cdot 10^{-7} \text{ C}$$

$$Q_{3,4,5} = 2 \cdot 10^{-6} - 3,3 \cdot 10^{-7} = 1,6 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

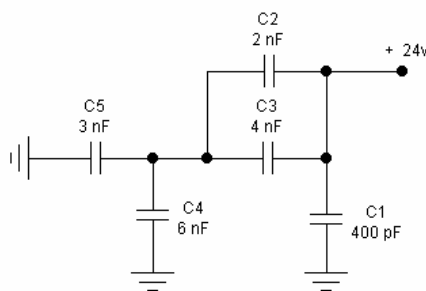
$$Q_{3,4,5} = Q_4 = Q_{3,5}$$

eta, azkenik,

$$V_{C_4} = \frac{Q_4}{C_4} = \frac{1,6 \cdot 10^{-6}}{500 \cdot 10^{-9}} = 3,2 \text{ V} \quad V_{C_3} = 3,37 \text{ V}$$

$$V_{C_3} = V_{C_6} = 6,67 - 3,3 = 3,37 \text{ V} \quad V_{C_4} = 3,32 \text{ V}$$

1.23. Irudiko zirkuituan, kalkulatu kapazitate totala eta zenbateko tentsioa duen kondentsadore bakoitzak borneetan.



1.23. irudia.

Irudiko zirkuituaren kapazitate totala izango da:

$$C_{4,5} = 3 + 6 = 9 \text{ } \mu\text{F}$$

$$C_{2,3} = 2 + 4 = 6 \text{ } \mu\text{F}$$

$$C_{2,3,4,5} = \frac{6 \cdot 9}{6 + 9} = 3,6 \text{ } \mu\text{F}$$

$$C_T = 3,6 + 0,4 = 4 \text{ } \mu\text{F} \quad C_T = 4 \text{ } \mu\text{F}$$

Metatutako elektrizitate totala

$$Q_T = 4 \cdot 10^{-9} \cdot 24 = 9,6 \cdot 10^{-8} \text{ C}$$

izango da.

Kondentsadore bakoitzaren borneetan dagoen tentsioaren balioa honela kalkulatu dugu.

$$Q_1 = 24 \cdot 0,4 \cdot 10^{-9} = 9,6 \cdot 10^{-9} \text{ C}$$

$$Q_{2,3,4,5} = Q_T - Q_1 = 9,6 \cdot 10^{-8} - 9,6 \cdot 10^{-9} = 8,64 \cdot 10^{-8} \text{ C}$$

$$Q_{2,3,4,5} = Q_{2,3} = Q_{4,5}$$

$$V_{C_2} = V_{C_3} = \frac{Q_{2,3}}{C_{2,3}} = \frac{8,64 \cdot 10^{-8}}{6 \cdot 10^{-9}} = 14,4 \text{ V}$$

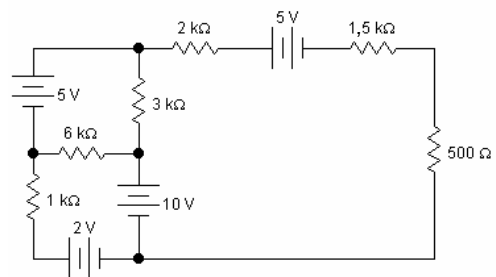
$$V_{C_3} = 9,6 \text{ V}$$

$$V_{C_5} = V_{C_4} = 24 - 14,4 = 9,6 \text{ V}$$

$$V_{C_2} = 14,4 \text{ V}$$

Laguntzak

- 1.24. Erreparatu zirkuituaren eskemari, eta kalkulatu adar bakoitzeko intentsitatea.



1.24. irudia.

Lehenik eta behin, sare bakoitzeko korronteak finkatuko ditugu (I_a , I_b , I_c), eta ondoren hiru sare-tako ekuazioak atera:

$$\begin{aligned} 5 &= 3(I_a - I_b) + 6(I_a - I_c) \\ 5 &= -3I_a + 7I_b \\ -8 &= -6I_a + 7I_c \end{aligned}$$

Ekuazioak ebazteko edozein metodo erabiliz,

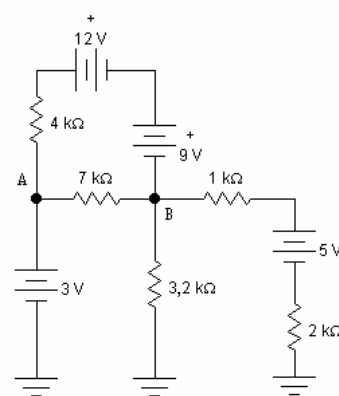
$$\begin{aligned} I_a &= 0,11 \text{ mA} \\ I_b &= 0,76 \text{ mA} \\ I_c &= -1,04 \text{ mA} \end{aligned}$$

I_c -ren emaitza negatiboa izateak esan nahi du sare horretan korrontearen benetako noranzkoa beste aldera dela, eta ez hasieran eman dioguna.

Adar bakoitzeko korrontea kontuan izanik:

$I_1 = I_b = 0,76 \text{ mA}$	$I_1 = 0,76 \text{ mA}$
$I_2 = I_b + I_c = 18 \text{ mA}$	$I_2 = 18 \text{ mA}$
$I_3 = I_b - I_a = 0,65 \text{ mA}$	$I_3 = 0,65 \text{ mA}$
$I_4 = I_a + I_c = 1,15 \text{ mA}$	$I_4 = 1,15 \text{ mA}$
$I_5 = I_a = 0,11 \text{ mA}$	$I_5 = 0,11 \text{ mA}$
$I_6 = I_c = 1,04 \text{ mA}$	$I_6 = 1,04 \text{ mA}$

- 1.25. Irudiko zirkuituaren eskeman, kalkulatu zenbateko tentsioa dagoen A eta B puntuen artean.



1.25. irudia.

Hasteko, sare bakoitzean korrontearen noranzkoa finkatuko dugu, eta ondoren Kirchoffen bigarren legea aplikatuko dugu.

$$\begin{aligned} -12 - 9 &= 4I_a + 7(I_a - I_b) \\ 3 &= 7(I_b - I_a) + 3.2(I_b - I_c) \\ -5 &= -3.2 \cdot I_b + 6.2 \cdot I_c \end{aligned}$$

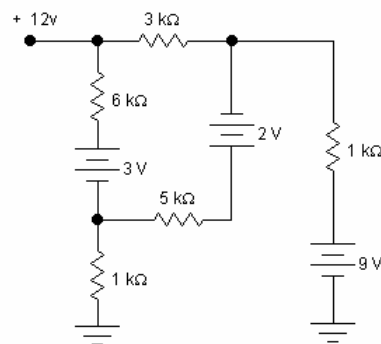
Sistema ebatzita;

$$\begin{aligned} I_a &= -3,92 \text{ mA} \\ I_b &= -3,16 \text{ mA} \end{aligned}$$

Eta kontuan izanik korrontearen noranzkoa sare bakoitzean:

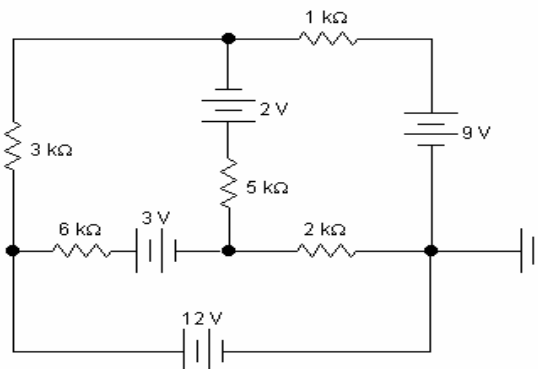
$$V_{a-b} = 7(|I_a| - |I_b|) = 7(3,92 - 3,16) = 5,32 \text{ V} \quad V_{AB} = 5,32 \text{ V mA}$$

1.26. Kalkulatu zenbateko potentzia xurgatzen duen zirkuituko erresistentzia bakoitzak.



1.26. irudia.

Lehenik eta behin, zirkuitua berrantolatu eta sare bakoitzeko korrontea definitu behar dugu:



Korronteen arabera planteatuko ditugu ekuazioak:

$$\begin{aligned} 2 + 3 &= 3I_a + 6(I_a - I_c) + 5(I_a - I_b) \\ -9 - 2 &= I_b + 2(I_b - I_c) + 5(I_b - I_a) \\ 12 - 3 &= 2(I_c - I_b) + 6(I_c - I_a) \end{aligned}$$

Ekuazio-sistema sinplifikatuz eta ebazteko edozein metodo erabiliz, korronteen balioak aterako ditugu.

$$\begin{aligned} 5 &= 14I_a - 5I_b - 6I_c \\ -11 &= -5I_a + 8I_b - 2I_c \\ 9 &= -6I_a - 2I_b + 8I_c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_a &= 1,077 \text{ mA} \\ I_b &= -0,23 \text{ mA} \\ I_c &= 1,875 \text{ mA} \end{aligned}$$

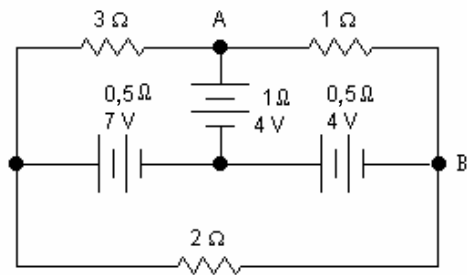
Sare bakoitzeko korrontea kalkulatu ondoren, kalkulatu dugu zenbat korronte pasatzen den adar bakoitzetik.

$$\begin{aligned} |I_1| &= |I_a| = 1,077 \text{ mA} \\ |I_2| &= |I_b| = 0,23 \text{ mA} \\ |I_3| &= |I_c| = 1,87 \text{ mA} \\ |I_4| &= |I_c - I_a| = 0,798 \text{ mA} \\ |I_5| &= |I_b| + |I_c| = 2,105 \text{ mA} \\ |I_6| &= |I_a| + |I_b| = 1,307 \text{ mA} \end{aligned}$$

Eta, azkenik, erresistentzia bakoitzak zenbat potentzia xurgatzen duen kalkulatu dugu.

$$\begin{aligned} P_{1K} &= I_2^2 \cdot 1 \cdot 10^3 = 5,29 \cdot 10^{-5} \text{ W} & P_{1K} &= 0,0005 \text{ mW} \\ P_{2K} &= I_5^2 \cdot 2 \cdot 10^3 = 8,8 \cdot 10^{-3} \text{ W} & P_{2K} &= 8,8 \text{ mW} \\ P_{3K} &= I_1^2 \cdot 3 \cdot 10^3 = 3,4 \cdot 10^{-3} \text{ W} & P_{3K} &= 3,4 \text{ mW} \\ P_{5K} &= I_6^2 \cdot 5 \cdot 10^3 = 8,5 \cdot 10^{-3} \text{ W} & P_{5K} &= 8,5 \text{ mW} \\ P_{6K} &= I_4^2 \cdot 6 \cdot 10^3 = 3,8 \cdot 10^{-3} \text{ W} & P_{6K} &= 3,8 \text{ mW} \end{aligned}$$

- 1.27. Kalkulatu irudiko zirkuituan zenbateko tentsioa dagoen A eta B puntuen artean.



1.27. irudia.

Orain arte azertu ditugun zirkuituetan, ez dugu kontuan izan elikatze-iturrien barne-erresistentzia; baina ariketa honetan kontuan izan beharko dugu.

Hasteko, sareetako ekuazioak planteatuko ditugu.

$$\begin{aligned} 7 - 4 &= 3 \cdot I_a + 1 \cdot (I_a - I_b) + 0,5 \cdot (I_a - I_c) \\ 4 + 4 &= 1 \cdot I_b + 0,5 (I_b - I_c) + 1 \cdot (I_b - I_a) \\ -7 - 4 &= 2 \cdot I_c + 0,5 \cdot (I_c - I_a) + 0,5 \cdot (I_c - I_b) \end{aligned}$$

Ekuazioak sinplifikatuz,

$$\begin{aligned} 3 &= 4,5 \cdot I_a - 1 \cdot I_b - 0,5 \cdot I_c \\ 8 &= -1 \cdot I_a + 2,5 \cdot I_b - 0,5 \cdot I_c \\ -11 &= -0,5 \cdot I_a - 0,5 \cdot I_b + 3 \cdot I_c \end{aligned}$$

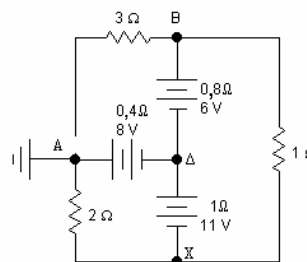
$$\begin{aligned} I_a &= 1A \\ I_b &= 3A \\ I_c &= -3A \end{aligned}$$

A eta B puntuen arteko tentsioa

$$V_{AB} = 1 \cdot I_b = 1 \cdot 3 = 3V \quad V_{AB} = 3V$$

izango da.

1.28. Zirkuitu honetan, korapiloen metodoa erabiliz, kalkulatu A,B,C eta D puntuek duten tentsioa eta adar bakoitzetik zenbateko korronea pasatzen den.



1.28. irudia.

Hasteko, konturatu behar dugu A puntua lurrera konektatua dagoela, beste tentsioen erreferentzia gisa erabiltzeko.

Ondoren, Kirchoffen lehenengo legea erabiliz, B korapiloko ekuazioa aterako dugu.

Kirchoffen lehenengo ekuazioak adierazten du korapilo baten sartzen diren korrone guztien batura aljebraikoa zero dela.

Adar bakoitzetik pasatzen den korronea adarraren ertzetako potentzial-diferentziaren eta adarreko erresistentziaren arteko zatidura izango da.

$$\frac{V_B}{3} + \frac{V_B - V_C}{1} + \frac{V_B - V_D}{0,8} = 0$$

Beste korapiloetako ekuazioak era berdinean aterako ditugu:

$$\frac{V_C}{2} + \frac{V_C - V_B}{1} + \frac{V_C - V_D + 11}{1} = 0$$

$$\frac{V_D + 8}{0,4} + \frac{V_D - V_B}{0,8} + \frac{V_D - V_C}{1} = 0$$

Aurreko ekuazioak sinplifikatuz,

$$18 = 6,2 \cdot V_B - 2,4 \cdot V_C - 3 \cdot V_D$$

$$-22 = -2 \cdot V_B + 5 \cdot V_C - 2 \cdot V_D$$

$$-5,28 = -0,4 \cdot V_B - 0,32 \cdot V_C + 1,52 \cdot V_D$$

eta sistema ebatzita, hauek izango dira emaitzak:

$$V_A = 0 \qquad V_A = 0 \text{ V}$$

$$V_B = -3,09 \text{ V} \qquad V_B = -3,1 \text{ V}$$

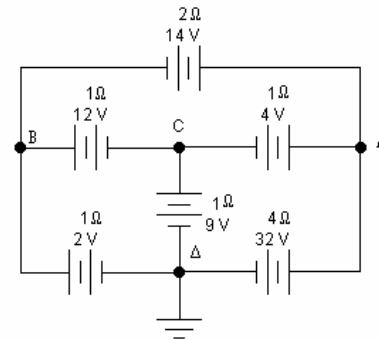
$$V_C = -8,03 \text{ V} \qquad V_C = -8 \text{ V}$$

$$V_D = -5,98 \text{ V} \qquad V_D = -6 \text{ V}$$

Puntu horietako tentsioak jakinik, adar bakoitzeko korronea kalkulatuko dugu:

$$\begin{aligned}
 I_1 &= \frac{|V_B|}{3} = \frac{3,09}{3} = 1,03 \text{ A} & I_1 &= 1 \text{ A} \\
 I_2 &= \frac{|V_C| - |V_B|}{1} = \frac{8,03 - 3,09}{1} = 4,94 \text{ A} & I_2 &= 5 \text{ A} \\
 I_3 &= \frac{|V_C|}{2} = \frac{8,03}{2} = 4,01 \text{ A} & I_3 &= 4 \text{ A} \\
 I_4 &= \frac{8 - |V_D|}{0,4} = \frac{8 - 5,98}{0,4} = 5,05 \text{ A} & I_4 &= 5 \text{ A} \\
 I_5 &= \frac{11 - (|V_C| - |V_D|)}{1} = \frac{11 - (8,03 - 5,98)}{1} = 8,95 \text{ A} & I_5 &= 9 \text{ A} \\
 I_6 &= \frac{6 - (|V_D| - |V_B|)}{0,8} = \frac{6 - (5,98 - 3,09)}{0,8} = 3,88 \text{ A} & I_6 &= 3,9 \text{ A}
 \end{aligned}$$

1.29. Korapiloen metodoa erabiliz, irudian agertzen den zirkuituan, kalkulatu zenbateko korronea pasatzen den adar bakoitzetik, eta zenbateko tentsioa izango den korapilo bakoitzean.



1.29. irudia.

D korapiloa erreferentzia gisa erabiliz, eta Kirchoffen lehenengo legea aplikatuz, ekuazio hauek aterako ditugu:

$$\begin{aligned}
 \frac{V_A - 32}{4} + \frac{V_A - V_C}{1} + \frac{V_A - V_B - 14}{2} &= 0 \\
 \frac{V_B - 2}{1} + \frac{V_B - V_A + 14}{2} + \frac{V_B - V_C - 12}{1} &= 0 \\
 \frac{V_C - 9}{2} + \frac{V_C - V_B + 12}{1} + \frac{V_C - V_A - 4}{1} &= 0
 \end{aligned}$$

Aurreko ekuazioak sinplifikatuz,

$$\begin{aligned}
 14 &= -V_A + 5 \cdot V_B - 2 \cdot V_C \\
 -23 &= -2 \cdot V_A + 2 \cdot V_B - 5 \cdot V_C \\
 152 &= 14 \cdot V_A + 4 \cdot V_B - 8 \cdot V_C
 \end{aligned}$$

eta sistema ebatzita, emaitzak hauek izango dira:

$$V_A = 16 \text{ V}$$

$$V_B = 8 \text{ V}$$

$$V_C = 5 \text{ V}$$

Adar bakoitzean Ohmen legea erabiliko dugu korronteak kalkulatzeko:

$$I_1 = \frac{V_B - 2}{1} = \frac{8 - 2}{1} = 6 \text{ A} \quad I_1 = 6 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{V_B + 14 - V_A}{2} = \frac{8 + 14 - 16}{2} = 3 \text{ A} \quad I_2 = 3 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{32 - V_A}{4} = \frac{32 - 16}{4} = 4 \text{ A} \quad I_3 = 4 \text{ A}$$

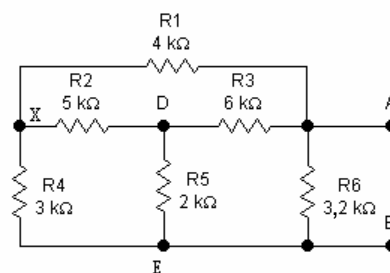
$$I_4 = \frac{V_C + 12 - V_B}{1} = \frac{5 + 12 - 8}{1} = 9 \text{ A} \quad I_4 = 9 \text{ A}$$

$$I_5 = \frac{V_A - 4 - V_C}{1} = \frac{16 - 4 - 5}{1} = 7 \text{ A} \quad I_5 = 7 \text{ A}$$

$$I_6 = \frac{9 - V_C}{2} = \frac{9 - 5}{2} = 2 \text{ A} \quad I_6 = 2 \text{ A}$$

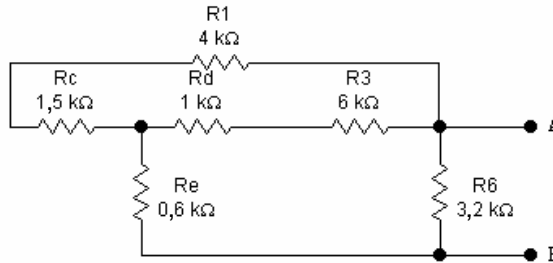
Laguntzak

1.30. Irudiko zirkuituan kalkulatu A eta B puntuen arteko erresistentzia.



1.30. irudia.

Kennellyren teorema aplikatuz, triangeluan agertzen den konfigurazioa izar motako konfigurazio bihurtuko dugu;



$$R_C = \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_4 + R_5} = \frac{5 \cdot 3}{5 + 3 + 2} = \frac{15}{10} = 1,5 \text{ k}\Omega$$

$$R_D = \frac{R_2 \cdot R_5}{R_2 + R_4 + R_5} = \frac{5 \cdot 2}{5 + 3 + 2} = \frac{10}{10} = 1 \text{ k}\Omega$$

$$R_E = \frac{R_4 \cdot R_5}{R_2 + R_4 + R_5} = \frac{3 \cdot 2}{5 + 3 + 2} = \frac{6}{10} = 0,6 \text{ k}\Omega$$

$$R_{3-D} = 1 + 6 = 7 \text{ k}\Omega$$

$$R_{1-C} = 1,5 + 4 = 5,5 \text{ k}\Omega$$

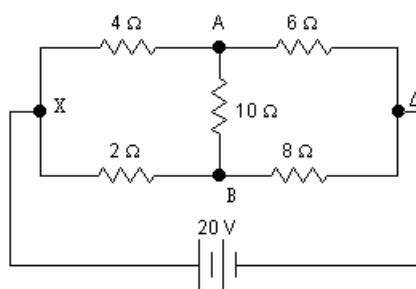
$$R_{1-3-C-D} = \frac{7 \cdot 5,5}{7 + 5,5} = 3,08 \text{ k}\Omega$$

$$R_{1-3-C-D-E} = 3,08 + 0,6 = 3,68 \text{ k}\Omega$$

$$R_T = \frac{3,68 \cdot 3,2}{3,68 + 3,2} = 1,71 \text{ k}\Omega$$

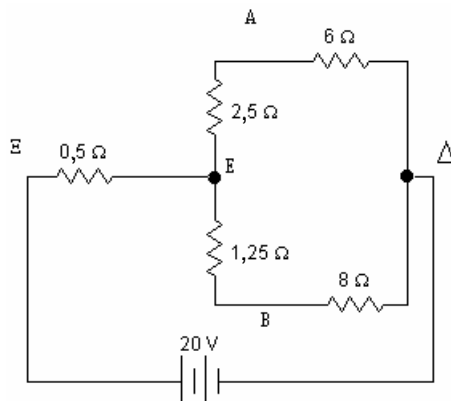
$$R_{AB} = 1,71 \text{ k}\Omega$$

- 1.31. Ondorengo zirkuituan, Kennellyren teoremak erabiliz, kalkulatu A eta B puntuen arteko tentsioa eta zenbateko korrontea pasatzen den 10 Ω-eko erresistentziatik.



1.31. irudia.

Kennellyren ekuazioak aplikatuz:



$$R_1 = \frac{r_2 \cdot r_3}{r_1 + r_2 + r_3} = \frac{2 \cdot 4}{10 + 2 + 4} = 0,5 \Omega$$

$$R_2 = \frac{r_1 \cdot r_3}{r_1 + r_2 + r_3} = \frac{10 \cdot 4}{10 + 2 + 4} = 2,5 \Omega$$

$$R_3 = \frac{r_1 \cdot r_2}{r_1 + r_2 + r_3} = \frac{10 \cdot 2}{10 + 2 + 4} = 1,25 \Omega$$

Zirkuituaren erresistentzia baliokidea hau izango da:

$$R_{bal} = R_1 + \frac{(R_2 + R_4) \cdot (R_3 + R_5)}{R_2 + R_3 + R_4 + R_5} = 0,5 + \frac{8,5 \cdot 9,25}{8,5 + 9,25} = 4,92 \Omega$$

eta elikatze-iturritik honenbesteko korrontea xurgatuko da:

$$I_T = \frac{V}{R_{bal.}} = \frac{20}{4,93} = 4,05 \text{ A}$$

Horrekin,

$$V_{CE} = R_1 \cdot I_T = 0,5 \cdot 4,05 = 2,025 \text{ V}$$

$$V_{E-lurrarekiko} = V_T - V_{CE} = 20 - 2,025 = 17,97 \text{ V}$$

$$I_1 = \frac{V_{ED}}{R_2 + R_5} = \frac{17,97}{2,5 + 6} = 1,94 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{V_{ED}}{R_3 + R_5} = \frac{17,97}{1,25 + 8} = 1,94 \text{ A}$$

$$V_{A-lurrarekiko} = V_E - V_{EA} = V_E - I_1 \cdot R_2 = 17,97 - 2,11 \cdot 2,5 = 12,69 \text{ V}$$

$$V_{B-lurrarekiko} = V_E - V_{EB} = V_E - I_2 \cdot R_3 = 17,97 - 1,94 \cdot 1,25 = 15,54 \text{ V} \quad V_{AB} = 2,85 \text{ V}$$

$$|V_A - V_B| = |12,69 - 15,54| = 2,85 \text{ V}$$

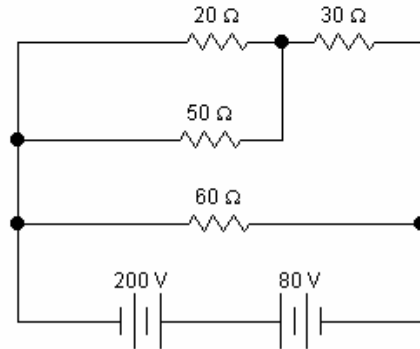
eta korronte hau pasatuko da 10 Ω-eko erresistentziatik:

$$I_{AB} = \frac{2,85}{10} = 0,285 \text{ A} \quad I_{AB} = 0,28 \text{ A}$$

1.32. Zerrendatu erresistentzia guztiak

irudiko zirkuituan; ondoren, kalkulatu:

- a) Zenbateko korronteak zeharkatzen duen erresistentzia bakoitza.
- b) Zenbateko tentsioa duen erresistentzia bakoitzak borne artean.
- c) Zenbateko potentzia xurgatzen duen erresistentzia bakoitzak.

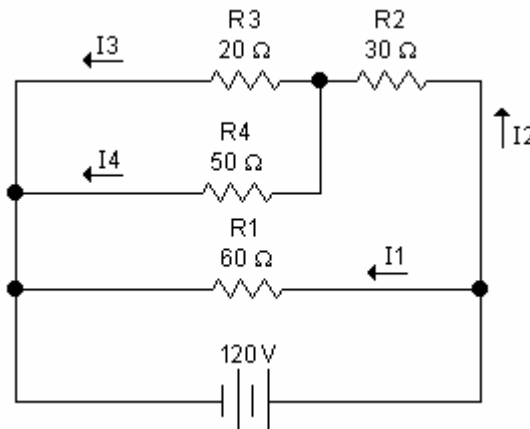


Datuak: $R_1=60 \Omega$, $R_2=30 \Omega$, $R_3=20 \Omega$, $R_4=50 \Omega$, $E_{ezk}=200 \text{ V}$ eta $E_{esk}=200 \text{ V}$.

1.32. irudia.

Zerrendatu aurretik, elikatze-iturri bien ordeztu bat bakarrik jarriko dugu, zirkuitua sinplifikatuz: horretarako, elikatze-iturri baliokidearen polaritatea jakiteko, bilatuko dugu zeinek daukan indar elektroeragile handiena (ezkerrekoak, kasu honetan), eta ondoren, batuketa aljebraikoa egingo dugu emaitza lortzeko.

$$E_B = E_{ezk} + E_{esk} = 200 \text{ V} + (-80 \text{ V}) \quad E_B = 120 \text{ V}$$



Gainera, a) atala ebazteko, erresistentzia bakoitzetik igaroko den korrontea ere marraztuko dugu.

a) Kalkulatu zenbateko korronteak zeharkatzen duen erresistentzia bakoitza

I_1 korrontearen baliotik hasiko gara. Tentsioaren eta erresistentziaren balioak dakizkigunez, Ohmen legea aplikatuko dugu zuzenean.

$$I_1 = \frac{E_B}{R_1} = \frac{120 \text{ V}}{60 \Omega} \quad I_1 = 2 \text{ A}$$

I_2 kalkulatzeko, kontuan izan R_2 -tik igarotzen den korrontea I_3 eta I_4 korronteetan banatzen dela gero; beraz, azken korronte bi horien baturak I_2 izan beharko du. R_2 erresistentziaren borneetan zenbat tentsio dagoen ez dakigunez gero, R_{234} erresistentzia baliokidea kalkulatu dugu, jakiteko zenbat korronte igarotzen den adar horretatik (I_2 korrontearen balioa, azken finean).

$$R_{234} = R_2 + (R_3 // R_4) = R_2 + \left(\frac{R_3 + R_4}{R_3 \cdot R_4} \right) = 30 \Omega + \left(\frac{20 \Omega + 50 \Omega}{20 \Omega \cdot 50 \Omega} \right) \quad R_{234} = 44,28 \Omega$$

Balio horiekin, Ohmen legea aplika dezakegu I_2 kalkulatzeko.

$$I_2 = I_{234} = \frac{E_B}{R_{234}} = \frac{120 \text{ V}}{44,28 \Omega} \quad I_2 = 2,7 \text{ A}$$

I_3 eta I_4 kalkulatzeko, jakin behar dugu zenbateko tentsioa daukaten borneen artean. Horretarako, kalkulatu dugu lehenik zenbat tentsio dagoen R_2 erresistentziaren borneetan.

$$V_{R2} = R_2 \cdot I_2 = 30 \Omega \cdot 2,7 \text{ A} \quad V_{R2} = 81 \text{ V}$$

R_2 erresistentziaren borneetan dagoena kenduko diogu bateriaren tentsioari.

$$V_{R3} = V_{R4} = V_B - V_{R2} = 120 \text{ V} - 81 \text{ V} \quad V_{R3} = V_{R4} = 39 \text{ V}$$

Balio horiekin, Ohmen legea aplikatuko dugu I_3 eta I_4 kalkulatzeko.

$$I_3 = \frac{E_{R3}}{R_3} = \frac{39 \text{ V}}{20 \Omega} \quad I_3 = 1,95 \text{ A}$$

$$I_4 = \frac{E_{R4}}{R_4} = \frac{39 \text{ V}}{50 \Omega} \quad I_4 = 0,78 \text{ A}$$

Egiaztatzeko ondo dagoen ala ez, korronteak batuko ditugu.

$$I_2 = I_3 + I_4 \Rightarrow 2,7 \text{ A} = 1,95 \text{ A} + 0,78 \text{ A}$$

2. zifra hamartarra mespretxatuz, emaitza berbera da; beraz, ondo ebatzi dugu.

b) **Kalkulatu zenbateko tentsioa duen erresistentzia bakoitzak borneen artean**

R_1 erresistentziaren borneetan bateriaren tentsioa dago.

Gainerako erresistentzien borneetan zenbat tentsio dagoen a) atalean kalkulatu behar izan dugu.

c) **Kalkulatu zenbateko potentzia xurgatzen duen erresistentzia bakoitzak**

Erresistentzia bakoitzak zenbat potentzia xurgatzen duen kalkulatzeko, Ohmen legearen bi aldagai erabil ditzakegu, bi aldagai horiek edozein direla ere.

$$P_{R1} = V_1 \cdot I_1 = \frac{(V_1)^2}{R_1} = R_1 \cdot (I_1)^2$$

Guk lehenengo ekuazioa aukeratuko dugu potentziak kalkulatzeko, baina beste edozein ere aukera genezakeen.

$$P_{R1} = V_1 \cdot I_1 = 120 \text{ V} \cdot 2 \text{ A} \qquad P_{R1} = 240 \text{ W}$$

$$P_{R2} = V_2 \cdot I_2 = 81 \text{ V} \cdot 2,7 \text{ A} \qquad P_{R2} = 218,7 \text{ W}$$

$$P_{R3} = V_3 \cdot I_3 = 39 \text{ V} \cdot 1,95 \text{ A} \qquad P_{R3} = 76 \text{ W}$$

$$P_{R4} = V_4 \cdot I_4 = 39 \text{ V} \cdot 0,78 \text{ A} \qquad P_{R4} = 30,4 \text{ W}$$

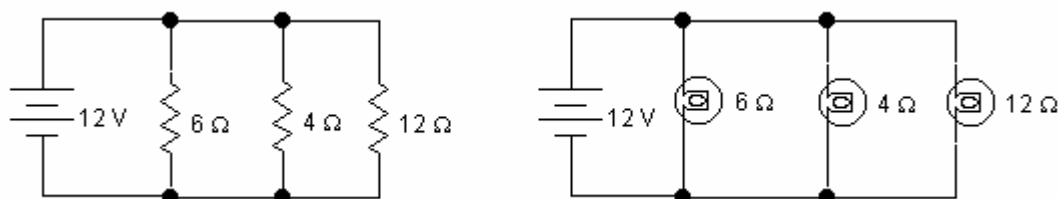
1.33. Ibilgailu baten 12 V-eko bateriari 6 Ω , 4 Ω eta 12 Ω -eko erresistentziak lotzen zaizkio.

- a) Marraztu zirkuitu elektrikoaren eskema.
- b) Kalkulatu zein korronte ateratzen den bateriatik eta zein korronte igarotzen den erresistentzia bakoitzetik.
- c) Kalkulatu zenbateko potentzia ematen duen bateriak W-etan, eta zenbatekoa xurgatzen duen erresistentzia bakoitzak mW-etan.

Datuak: $R_1=6 \Omega$, $R_2=4 \Omega$, $R_3=12 \Omega$, eta $E_B=12 \text{ V}$.

Marraztu zirkuitu elektrikoaren eskema.

Enuntziatuaren hasierako esaldia irakurrita bakarrik, ez dakigu nola konektatu erresistentziak: seriean edo paraleloan. Seriean konektatuko bagenu, b) ataleko emaitza guztiak berberak izango lirateke. Enuntziatua argitzeko, erresistentziak aipatu beharrea bonbillak aipatuko balitu, errazagoa izango litzateke ariketa hau ebaztea. Zergatik? Bada, bonbilla bakoitzak argitasuna sortzeko bere tentsio izendatua behar duelako; seriean konektatuz gero, seguruenik bat ere ez litzateke piztuko. Horren ondorioz, suposatuko dugu paraleloan daudela konektatuta.



Kalkulatu zein korrante ateratzen den bateriatik eta zein igarotzen den erresistentzia bakoitzetik.

Hiru erresistentziak paraleloan konektatuta daudenez gero, borneen artean izango duten tentsioaren balioa bateriarena izango da. Beraz, erresistentzia bakoitzean Ohmen legea aplikatuz, kalkulatu dugu zenbateko korranteak zeharkatzen duen adar bakoitza edo erresistentzia bakoitza.

$$I_{R1} = \frac{V_1}{R_1} = \frac{12 \text{ V}}{6 \Omega} \quad I_{R1} = 2 \text{ A}$$

$$I_{R2} = \frac{V_1}{R_2} = \frac{12 \text{ V}}{4 \Omega} \quad I_{R2} = 3 \text{ A}$$

$$I_{R3} = \frac{V_1}{R_3} = \frac{12 \text{ V}}{12 \Omega} \quad I_{R3} = 1 \text{ A}$$

Bateriatik ateratzen den korrantea izango da hiru erresistentzietatik igarotzen diren korranteen batura.

$$I_B = I_1 + I_2 + I_3 = 2 \text{ A} + 3 \text{ A} + 1 \text{ A} \quad I_B = 6 \text{ A}$$

Kalkulatu zenbateko potentzia ematen duen bateriak W-etan eta zenbatekoa xurgatzen duen erresistentzia bakoitzak mW-etan.

Potentziak kalkulatzeko, aurreko atalean legez jokatuko dugu: lehengo eta behin, kalkulatu dugu zenbat potentzia xurgatzen duen erresistentzia bakoitzak, eta ondoren, zenbat potentzia ematen duen bateriak, erresistentzien potentzien batura eginez.

Erresistentzia bakoitzak zenbat potentzia xurgatzen duen kalkulatzeko, Ohmen legearen bi aldagai erabil ditzakegu, bi aldagai horiek edozein direla ere.

$$P_{R1} = V_1 \cdot I_1 = \frac{(V_1)^2}{R_1} = R_1 \cdot (I_1)^2$$

Guk lehenengo ekuazioa aukeratuko dugu potentziak kalkulatzeko, baina beste edozein aukera genezakeen. Miliwattetan adierazteko, emaitza 1000z biderkatuko dugu.

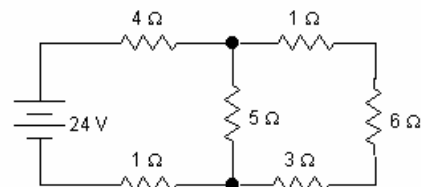
$$\begin{aligned} P_{R1} &= V_1 \cdot I_1 = 12 \text{ V} \cdot 2 \text{ A} & P_{R1} &= 24 \text{ W} = 24000 \text{ mW} \\ P_{R2} &= V_1 \cdot I_2 = 12 \text{ V} \cdot 3 \text{ A} & P_{R2} &= 36 \text{ W} = 36000 \text{ mW} \\ P_{R3} &= V_1 \cdot I_3 = 12 \text{ V} \cdot 1 \text{ A} & P_{R3} &= 12 \text{ W} = 12000 \text{ mW} \end{aligned}$$

Erresistentzien potentzien batura eginez kalkulatu dugu zenbateko potentzia ematen duen bateriak.

$$P_B = P_{R1} + P_{R2} + P_{R3} = 24 \text{ W} + 36 \text{ W} + 12 \text{ W} \quad P_B = 72 \text{ W}$$

1.34.

- Kalkulatu irudiko 5 Ω-eko erresistentziaren borneen arteko tentsioa.
- Marraztu nola konektatu beharko diren voltmetroa 5 Ω-eko erresistentzian tentsioa neurtzeko eta amperometroa 6 Ω-eko erresistentzian korrontea neurtzeko.
- Kalkulatu zenbateko korrontea pasatzen den 6 Ω-eko erresistentzian eta zenbateko potentzia xurgatzen duen.



Datuak: $R_1=4 \Omega$, $R_2=1 \Omega$, $R_3=6 \Omega$, $R_4=3 \Omega$, $R_5=5 \Omega$, $R_6=1 \Omega$, eta $E_B=24 \text{ V}$

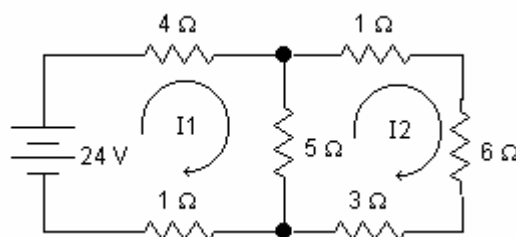
1.34. irudia.

Ariketa hau ebazteko hainbat modu daude, baina hemen bi azalduko ditugu: Kirchhoffen arauen bidezkoa eta erresistentzien sinplifikazioaren bidezkoa.

a1) Kalkulatu irudiko 5 Ω-eko erresistentziaren borneen arteko tentsioa

Ohmen legea 5 Ω-eko erresistentzian aplikatzeko, jakin behar dugu zenbateko korronea igarotzen den hortik. Horretarako, Kirchhoff-en arauak erabiliko ditugu, ariketa lehen modu honetan ebazteko.

Kirchhoff-en arauak aplikatzeko, lehenengo eta behin, noranzko berberean marraztuko ditugu korroneak sare guztietan (beheko irudian agertzen den moduan).



Ondoren, sare bietako ekuazio bana definitu behar dugu. Horretarako, ekuazioaren alde batean baterien indar elektroeragileak jarriko ditugu (korronea anodotik irteten denean, positiboa; eta bestela, negatiboa), eta ekuazioaren beste aldean, erresistentzien eta korroneen biderkadurak.

$$[I] \quad 24 \text{ V} = (4 \Omega + 5 \Omega + 1 \Omega) \cdot I_1 - 5 \Omega \cdot I_2 = 10 \Omega \cdot I_1 - 5 \Omega \cdot I_2$$

$$[II] \quad 0 \text{ V} = -5 \Omega \cdot I_1 + (1 \Omega + 6 \Omega + 3 \Omega + 5 \Omega) \cdot I_2 = -5 \Omega \cdot I_1 + 15 \Omega \cdot I_2$$

I_1 aldagaien balioak berdintzeko, [II] ekuazio osoa 5 zenbakiaz biderkatuko dugu, eta jarraian, ekuazio bien batura lortu. Gainera, eragiketa matematikoak egiteko, kendu egingo ditugu unitateak ekuazioetatik (eragiketak argiagoak izan daitezzen)

$$\begin{array}{l} [I] \quad 24 = 10 \cdot I_1 - 5 \cdot I_2 \\ [II] \quad 0 = -10 \cdot I_1 + 30 \cdot I_2 \\ \hline [III] \quad 24 = \quad \quad 25 \cdot I_2 \end{array}$$

[III] ekuaziotik erraz lor dezakegu I_2 korronearen balioa.

$$[III] \quad 24 = 25 \cdot I_2 \Rightarrow I_2 = \frac{24}{25} \quad I_2 = 0,96 \text{ A}$$

Balioa positiboa denez, I_2 korrontearen noranzkoa guk marraztu dugun berbera da. I_1 korrontearen balioa kalkulatzeko, I_2 korrontearen balioa ordezkatzeko dugu [I] ekuazioan.

$$[I] \quad 24 = 10 \cdot I_1 - 5 \cdot (0,96 \text{ A} = I_2) \Rightarrow I_1 = \frac{24 + (5 \cdot 0,96)}{10} \quad I_1 = 2,88 \text{ A}$$

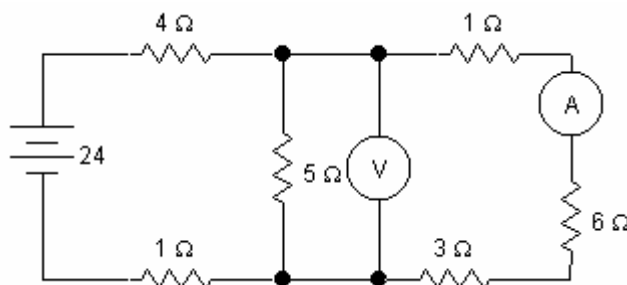
I_1 korrontea ere, positiboa denez, eskeman marraztu dugun noranzko berekoa izango da.

5 Ω -eko erresistentziatik igarotzen diren korronte bien balioak jakinda, Ohmen legea aplikatu, dugu horko tentsioa kalkulatzeko.

$$V_{5\Omega} = R_{5\Omega} \cdot (I_1 - I_2) = 5 \Omega \cdot (2,88 \text{ A} - 0,96 \text{ A}) \quad V_{5\Omega} = 9,5 \text{ V}$$

- b1) **Marraztu nola konektatuko diren 5 Ω -eko erresistentzian tentsioa neurtzeko voltmetroa eta 6 Ω -eko erresistentziatik pasatzen den korrontea neurtzeko anperometroa**

Tentsioak neurtzeko, voltmetroa erabili behar dugu. Neurgailu hori tentsioa neurtu nahi dugun erresistentziaren borne bietan konektatu behar dugu (osagairen bat balego, harekin paraleloan). Kasu honetan, 5 Ω -eko erresistentziarekin, paraleloan.



Anperometroa, oster, korronteen balioak neurtzeko erabiliko dugu. Tresna hori erabiltzeko, korrontea zein osagaitan neurtu nahi dugun, eten egin behar dugu osagai horren konexioa, eta anperometroa tartekatu. Kasu honetan, 6 Ω -eko erresistentziaren eta 1 Ω -eko erresistentziaren arteko haria eten ondoren, aske dauden borne bietara konektatuko dugu.

- c1) **Kalkulatu zenbateko korrontea pasatzen den 6 Ω -eko erresistentziatik eta zenbateko potentzia xurgatzen duen**

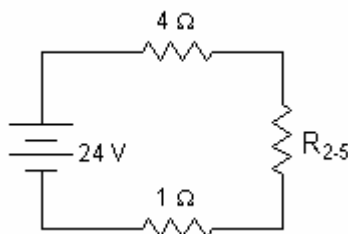
a1) atalean kalkulatu dugu zenbateko korrontea igarotzen den 6 Ω -eko erresistentziatik: I_2 korrontea, hain zuzen ere. $I_2 = 0,96 \text{ A}$

Potentziari dagokionez, hainbat eratarik kalkula dezakegu balioa, baina kasu honetan, erresistentziaren eta korrontearen balioak baino ez ditugu ezagutzen.

$$P_{6\Omega} = R_{6\Omega} \cdot (I_2)^2 = 6 \Omega \cdot (0,96 \text{ A})^2 \quad P_{6\Omega} = 5,53 \text{ A}$$

a2) Kalkulatu irudiko 5 Ω-eko erresistentziaren borneen arteko tentsioa

Ohmen legea aplikatzeko 5 Ω-eko erresistentzian, hortik igarotzen den korrontearen balioa jakin behar dugu. Horretarako, 5 Ω-eko erresistentziarekin paraleloan dauden erresistentzien baliokidea kalkulatu dugu lehenengo; eta gero, korrontea kalkulatu dugu; azkenean, Ohmen legea aplikatuz, eskatutako tentsioaren balioa jakingo dugu.



5 Ω-eko erresistentziarekin paraleloan dauden eskuineko hiru erresistentziak seriean konektatuta daude elkarren artean.

$$R_{2-5} = R_5 \parallel (R_1 + R_6 + R_3) = \frac{R_5 \cdot (R_1 + R_6 + R_3)}{R_5 + (R_1 + R_6 + R_3)} = \frac{5 \Omega \cdot (1 \Omega + 6 \Omega + 3 \Omega)}{5 \Omega + (1 \Omega + 6 \Omega + 3 \Omega)}$$

$$R_{2-5} = \frac{5 \Omega \cdot 10 \Omega}{5 \Omega + 10 \Omega} \quad R_{2-5} = 3,3 \hat{\Omega}$$

Sare bakarreko zirkuitu honetako korrontea kalkulatu dugu jarraian (kontuan izan hiru erresistentziak seriean konektatuta daudela).

$$I = \frac{V}{R} = \frac{V}{R_4 + R_{3,3} + R_1} = \frac{24 \text{ V}}{4 \Omega + 3,3 \hat{\Omega} + 1 \Omega} = \frac{24 \text{ V}}{8,3 \hat{\Omega}} \quad I = 2,88 \hat{\Omega}$$

5 Ω-eko erresistentziaren borneetako tentsioa kalkulatzeko, Ohmen legea aplikatu diogu R₂₋₅ erresistentziari.

$$V_{2-5} = V_{5\Omega} = R_{2-5} \cdot I = 3,3 \hat{\Omega} \cdot 2,88 \text{ A} \quad V_{5\Omega} = 9,6 \text{ V}$$

c2) **Kalkulatu zenbateko korrontea pasatzen den 6 Ω-eko erresistentziatik eta zenbateko potentzia xurgatzen duen**

R_{2-5} erresistentzia baliokideko tentsioa zein den jakinda, eta 5 Ω-eko erresistentziaren eskui-neko hiru erresistentziak seriean konektatuta daudenez gero, hirurak zeharkatzen dituen korrontea berbera izan behar du.

$$I_{6\Omega} = \frac{V_{2-5}}{(R_1 + R_6 + R_3)} = \frac{9,6 \text{ V}}{(1 \Omega + 6 \Omega + 3 \Omega)} \quad I_{6\Omega} = 0,96 \text{ A}$$

Potentziari dagokionez, hainbat eretara kalkula dezakegu balioa, baina kasu honetan, erresistentziaren eta korrontearen balioak baino ez ditugu ezagutzen:

$$P_{6\Omega} = R_{6\Omega} \cdot (I_2)^2 = 6 \Omega \cdot (0,96 \text{ A})^2 \quad P_{6\Omega} = 5,53 \text{ W}$$

1.35. Anastasiok, bai, gure koadrilako Anastasiok, ibilgailu-industriaren alorreko enpresa baten egiten du lan. Enpresak kalitateko domina guztiak ditu jadanik, eta *just in time* metodologiarekin dihardu lanean. Anastasio biltegiko arduraduna denez, beste eginkizun batzuen artean, materialaren eskaera guztiak egin eta kontrolatzen ditu. Bada, sarrera hori alde batera utzita, kontua da joan den asteleheneko lehen orduan eskaera garrantzitsua egin behar izan zuela, aste berean materiala jaso ahal izateko: 1,5 euroko 5.000 bozgorailu, kotxeen alarma-sistemarako. Bozgorailu horien ezaugarri tekniko nagusiak 5 V-eko elikadura eta 8 Ω-eko inpedantzia dira. Horiek horrela, asteburuan herriko jaiak izan zirela eta (biharamunak luzeak izaten dira, batez ere sasoi bat pasatu ondoren...), 5 V-eko elikaturakoak eskatu beharrean, 3 V-ekoak eskatu zituen. Eskatutako materiala ostiral arratsaldeko azken orduan heldu zen, eta *zer dira, bada, fundametzko herriko jaiak, errepikapen bana?* Bada, berehala albarana sinatu eta bat-batean etorri zitzaigun koadrilako txikiteora. Gaur, astelehena, albarana arretaz irakurri eta gero konturatu da *arazotxo galanta* daukala, bihar goizeko seietan hasten baita produkzioa. Iluntzean, arduratuta, laguntza eske etorri zaigu. Nola lagun diezaiokegu?

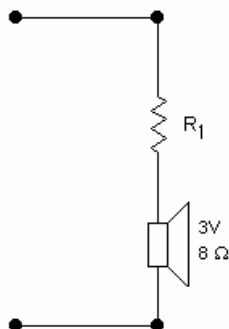
Datuak: $V_{\text{beharrekoa}}=5 \text{ V}$; $V_{\text{eskatutakoa}}=3 \text{ V}$; $Z_{\text{bozgorailua}}=8 \Omega$; $\text{kopurua}=5000$.

Ene! Ene! Ene! Gure Anastasio koitadua! Gizajoa!

Laguntzeko prest gaude, baina ez dakit lagundu ahal izango diogun, ez baitugu asti askorik. Irtenbide arina, merkea eta erraza bilatu behar izango dugu. *Arazotxoaren* planteamendua entzun eta gero, barre-algarak apur bat moteldu ondoren, errukitu egin gara eta, koadrilakoa delako edo, laguntzea erabaki dugu.

Irtenbiderik merkeena eta errazena da koadrilako bi Bilbora bidaltzea berehala (bietatik batek, gutxienez, telefono mugikorra piztuta kargatuta izan behar du; eta besteak, edo berdinak, VISAn diru franko izan behar du), eta gainerakook, Bilbora heltzen diren bitartean, soluzioa bilatu, diseinatu eta kalkulatu behar dugu.

Zirkuiturik sinpleena, tentsio-banatzailera edo tentsio-zatitzailea diseinatzea da. Izen harro hori eduki arren, erresistentzia bat seriean konektatu baino ez da egin behar.



R_1 erresistentziak borneen artean duen tentsioa kalkulatu dugu lehenengo eta behin.

$$V_{R1} = V_{\text{beharrekoa}} - V_{\text{eskatutakoa}} = 5 \text{ V} - 3 \text{ V} \quad V_{R1} = 2 \text{ V}$$

Jarraian, kalkulatu dugu bozgorailua zenbateko korranteak zeharkatuko duen.

$$I_{\text{bozgorailua}} = \frac{V_{\text{eskatutakoa}}}{Z_{\text{bozgorailua}}} = \frac{3 \text{ V}}{8 \Omega} \quad I_{\text{bozgorailua}} = 0,375 \text{ A}$$

Eta azkenik, Ohmen legea aplikatuz, R_1 erresistentziaren balioa kalkulatu dugu.

$$R_1 = \frac{V_{R1}}{I_{\text{bozgorailua}}} = \frac{2 \text{ V}}{0,375 \text{ A}} \quad R_1 = 5,3 \hat{\Omega}$$

Baina, erresistentzia erosteko orduan potentzia ere zehaztu behar da; beraz, kalkula dezagun deia egin orduko.

$$P_{R1} = R_1 \cdot I_{\text{bozgorailua}}^2 = 5,3 \hat{\Omega} \cdot (0,375 \text{ A})^2 \quad P_{R1} = 0,75 \text{ W}$$

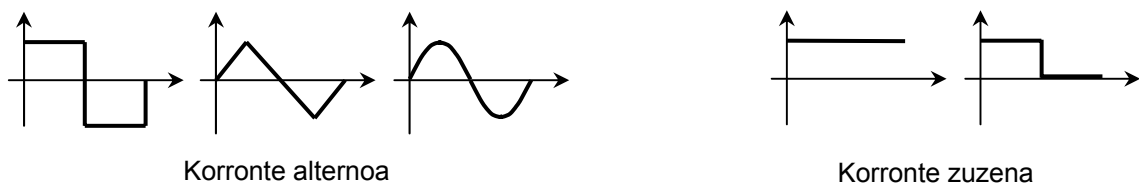
Badaezpada, babesteko, watt bateko erresistentziak eskatzeko esan diegu Bilbora bidali ditugunei, eta bakoitzak hiru euro-zentimo baino balio ez duenez gero, 150 euroko inbertsioa egin behar izango du VISaren jabeak.

Anastasiari lagundu ahal izatea espero dugu (eta besteak beste, kalitatearen desadostasunek eragiten duten paper-jarioa eta gerentearen zaparrada saihestea).

2 KORRONTE ALTERNOA

2.1 Sarrera

Korronte zuzenean, tentsioaren eta korrontearen balioek beti positibo (zeroa ere tartean izan daiteke) edo beti negatibo (zeroa barne) izan behar dute. Korronte alternoan, berriz, balio positiboak eta negatiboak alternatu egiten dira aldika.



2.2 Korronte alternoaren ezaugarri orokorrak

Korronte alternoaren ezaugarri nagusiak hiru dira: maiztasuna (f), periodoa (T) eta abiadura angeluarra (ω).

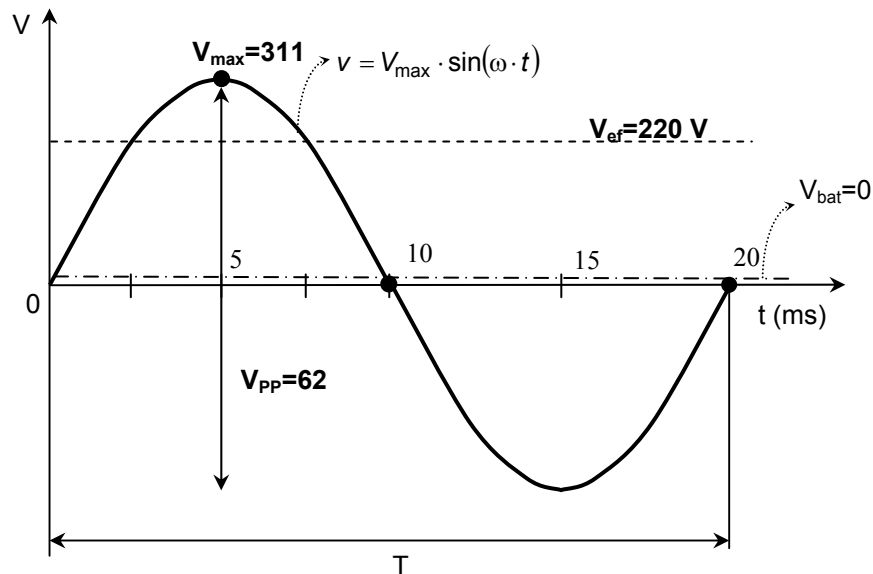
- ✓ **Maiztasunak** adierazten du zenbat aldiz pasatzen den puntu zehatz batetik denbora-unitatean noranzko berebean. Ziklo/segundoko edo **Hertzetan** (Hz) neurtzen da.
- ✓ **Periodoa** maiztasunaren alderantzizko magnitudea da; edo beste era batera definituta, zenbat denbora behar duen ziklo bakoitza osatzeko. Neurtzeko, segundoak (s) erabiltzen dira.
- ✓ **Abiadura angeluarra** adierazten du zenbateko angelua biratzen den denbora-unitatean. Neurtzeko, **radianak** (rad) erabiltzen dira gradu/segundoak erabili beharrean.

Maiztasuna eta periodoa honela erlazionatzen dira matematikoki: $f = \frac{1}{T}$; eta maiztasuna eta abiadura angeluarra: $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$.

Korronte alternoan gehien erabiltzen diren uhin-itxurak sinusoidalak direnez gero, gai honetako definizio guztiak sinusoide-uhinei buruzkoak izango dira. Hauek dira uhin alternoetako baliorik garrantzitsuenak:

- ✓ **Aldiuneko balioa** (v): seinalearen anplitudeak edozein unetan duen balioa da: $v = V_{\max} \cdot \sin(\omega \cdot t)$.
- ✓ **Balio maximoa** (V_{\max}): seinaleak hartzen duen balio absolutu handiena.
- ✓ **Puntatik puntarako balioa** (V_{pp}): Balio maximoaren bikoitza: $V_{pp} = 2 \cdot V_{\max}$.

- ✓ **Batez besteko balioa** (V_{bat}): ziklo-erdi baten aldiuneko balioen batez besteko aljebraikoa da.
- ✓ **Balio efikaza** (V_{ef}): ziklo osoko aldiuneko balioen batez bestekoaren erro karratua da. Sinusoide-uhinetan, $V_{ef} = \frac{V_{max}}{\sqrt{2}}$ balioa dauka.



■ Potentzia aktiboa (P)

Potentzia aktiboa (batzuek potentzia eraginkor ere deitzen diote) da energia bihurtzen den potentzia bakarra. Beste era batera esanda, hartzailean lan eraginkorra sortzen duen bakarra (energia mekanikoa motorren kasuan, adibidez).

Matematikoki, $P = V \cdot I \cdot \cos \varphi$ formularen bidez adierazten da, eta **watt**etan (W) neurtu.

■ Potentzia erreaktiboa (Q)

Harilek eta kondentsadoreek sortzen duten potentzia da, eta ez du hartzailean inongo lan eraginkorrik sortzen. Zenbait hargailu induktibok behar-beharrezkoa dute mota honetako potentzia ondo funtzionatzeko, baina, berez, kaltegarria izaten da (faktura ordaintzeko orduan, batez ere). Potentzia erreaktiboa gutxitzeko, hartzaileen elikatze-iturririko sarreran kondentsadoreak ezartzen dira –horrela, ahuldu egiten da lineatik xurgatutako korronea–.

Matematikoki, $Q = V \cdot I \cdot \sin \varphi$ formularen bidez adierazten da, eta voltampere erreaktiboetan (VAr) neurtu.

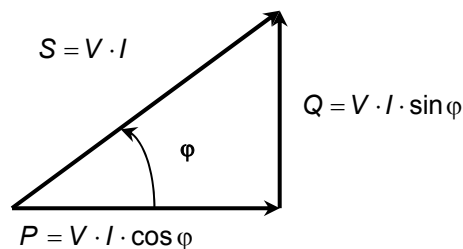
■ Itxurazko potentzia (S)

Sare elektrikitik xurgatzen den potentzia da, eta bere balioa da potentzia eraginkorraren eta erreaktiboaren arteko batura bektoriala. Potentzia mota hau ordaintzen zaio, hain zuzen ere, enpresa hornitzaileari. Komenigarria izaten da, beraz, potentzia aktiboaren balioaren ahalik eta parekoena izatea (ordaintzen dena eta benetan erabiltzen dena ahalik eta antzerakoenak izan daitezen).

Matematikoki, $S = V \cdot I$ formularen bidez adierazten da, eta voltamperetan (VA) neurtu. $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$ formula ere erabil liteke haren balioa kalkulatzeko.

■ Potentzien triangelua

Potentzien triangeluaren bidez adierazten da nola erlazionatzen diren hiru potentzia motak.

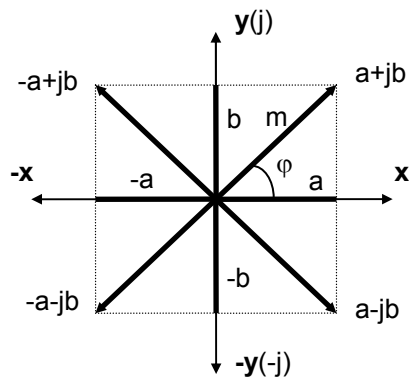


■ Zenbaki konplexuak

Korronte zuzenari buruzko ariketak ebazteko, nahikoa izan da zenbaki errealak menperatzea, eragiketa matematikoak egiteko. Korronte alternoan, ostera, bektoreak erabili behar dira desfaseak direla eta; ondorioz, zenbaki konplexuak errealen ordeztu.

Zenbaki konplexuak adierazteko hainbat modu dauden arren, hemen bi modu erabiliko ditugu: errepresentazio aljebraikoa ($Z=a+bj$), eta errepresentazio polarra ($Z = m\angle\varphi$).

Bektoreak zati errealaz (a) eta zati irudikariaz (b) osatzen dira. Zati errealak X ardatzean adierazten da (positiboak eskuinaldean eta negatiboak ezkerrean), eta zati irudikaria, Y ardatzean (positiboak goialdean eta negatiboak behealdean). Zati irudikaria zenbaki negatiboaren erroaz biderkatzen da ($j = \sqrt{-1}$) zati errealetik bereizteko.



Algebraikotik polarrera

$$m = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\varphi = \arctg \frac{b}{a}$$

Polarretik aljebraikora

$$a = m \cdot \cos \varphi$$

$$b = m \cdot \sin \varphi$$

■ Eragiketa matematikoak zenbaki konplexuekin

Nolako eragiketa egin behar den, errepresentazio bata edo bestea erabiltzea komeni da. Esate baterako, batuketak eta kenketak egiteko, errepresentazio aljebraikoa erabiliko dugu, eta biderketak eta zatiketak egiteko, errepresentazio polarra.

Eragiketak planteatuz gain, adibideak ere erakutsiko ditugu. Eman dezagun, bi balio ditugula: $\bar{Z}_1 = a + jb = 4 + j3$ eta $\bar{Z}_2 = m \angle \varphi = 3 \angle -45^\circ$. Eragiketak egiteko errepresentazio mota bietan adieraziko ditugu inpedantzia biak.

$$Z_1 = 4 + j3 \Rightarrow Z_1 = n \angle \phi \Rightarrow n = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \text{ eta } \phi = \arctg \frac{3}{4} = 36,87^\circ$$

$$Z_2 = 3 \angle -45^\circ \Rightarrow Z_2 = c + jd \Rightarrow c = 3 \cdot \cos -45^\circ = 2,12 \text{ eta } d = 3 \cdot \sin -45^\circ = -2,12$$

Ondorioz $Z_1 = 4 + j3 = 5 \angle 36,87^\circ$ eta $Z_2 = 3 \angle -45^\circ = 2,12 - j2,12$ lortzen dira.

✓ **Batuketa:** $\bar{Z}_T = \bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 = (a + c) + j(b + d)$

Adibidean: $\bar{Z}_T = \bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 = (4 + 2,12) + j(3 - 2,12) = 6,12 + j0,88$

✓ **Kenketa:** $\bar{Z}_T = \bar{Z}_1 - \bar{Z}_2 = (a - c) + j(b - d)$

Adibidean: $\bar{Z}_T = \bar{Z}_1 - \bar{Z}_2 = (4 - 2,12) + j(3 - (-2,12)) = 1,88 + j5,12$

✓ **Biderketa:** $\bar{Z}_T = \bar{Z}_1 \cdot \bar{Z}_2 = (m \cdot n) \angle (\varphi + \phi)$

Adibidean: $\bar{Z}_T = \bar{Z}_1 \cdot \bar{Z}_2 = (5 \cdot 3) \angle (36,87^\circ + (-45^\circ)) = 15 \angle -8,13^\circ$

✓ **Zatiketa:** $\bar{Z}_T = \bar{Z}_1 \div \bar{Z}_2 = (m \div n) \angle (\varphi - \phi)$

Adibidean: $\bar{Z}_T = \bar{Z}_1 \div \bar{Z}_2 = (5 \div 3) \angle (36,87^\circ - (-45^\circ)) = 1,6 \angle 81,87^\circ$

Batzuetan, inpedantziak paraleloan daudenean batez ere, inpedantzia baliokidea kalkulatzeko erre-presentazio aljebraikoa erabiltzen da eragiketak egiteko. Baina arazoa agertzen da zenbakitzailean. Eman dezagun, Z_1 eta Z_2 paraleloan egonik, inpedantzia baliokidea lortzea nahi dugula.

$$\bar{Z}_T = \bar{Z}_1 // \bar{Z}_2 = \frac{\bar{Z}_1 \cdot \bar{Z}_2}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2} = \frac{(4 + j3) \cdot (2,12 - j2,12)}{(4 + j3) + (2,12 - j2,12)} = \frac{8,48 + j6,36 - j8,48 - j^2 6,36}{6,12 + j0,88}$$

$$\bar{Z}_T = \frac{(8,48 - (-6,36)) + j(6,36 - 8,48)}{6,12 + j0,88} = \frac{14,84 - j2,12}{6,12 + j0,88}$$

Eragiketa hori ezin da matematikoki zuzenean egin, eta horrexegatik biderkatuko ditugu bai izendatzailea, bai eta zenbakitzailea, izendatzailearen konjokatuaz.

$$\bar{Z}_T = \frac{14,84 - j2,12}{6,12 + j0,88} \cdot \frac{(6,12 - j0,88)}{(6,12 - j0,88)} = \frac{90,82 - j13,06 - j12,97 + j^2 1,87}{6,12^2 + 0,88^2}$$

$$\bar{Z}_T = \frac{90,82 - j13,06 - j12,97 + j^2 1,87}{6,12^2 + 0,88^2} = \frac{92,69 - j26,03}{38,23} = 2,42 - j0,68$$

2.3 Osagai pasiboak korrante alternoan

Korrante alternoan korrantearen eta tentsioaren balioak aldakorrak direnez, kondentsadoreak eta harilak daukaten erresistentzia elektrikoa ez da konstantea izaten, maiztasunaren menpekoa baizik. Horregatik, beste magnitude berria erabiltzen da: **inpedantzia**. Neurtzeko unitatea Ω -a da eta **Z** letraz izendatzen da.

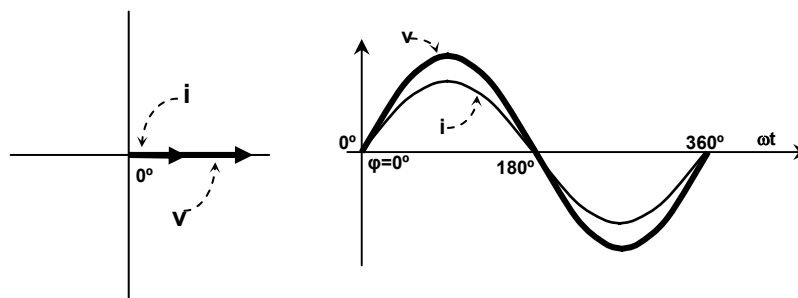
Ohm-en legea, korrante alternora egokituta, hau da: $I = \frac{V}{Z}$

Erresistentzia, kondentsadorea eta harila osagai pasiboak dira; hau da, ezin dute energia eman, baina bai xurgatu.

Erresistentzia

Zirkuituan R erresistentzia ohmikoa baino ez dagoenean ($Z = R$), eragiketak egitean korrante zuzenean bezala jokatzen da: tentsio edo korrantearen balio efikazak erabiliz.

Erresistentziaren erreaktantzia R balio bera da, eta ez du desfaserik sortzen ($\varphi=0^\circ$); ondorioz, tentsioaren eta korrantearen uhinak sinkronizatuta daude.

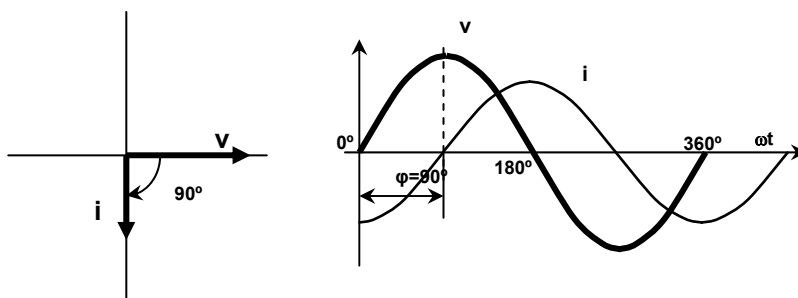


■ Harila

Korrante alternoko zirkuituetan, harilek garrantzi handia daukate, makina bat tresnek baitauzkate barruan (motorrek, transformadoreek eta bestek).

Korrante alternoak harila zeharkatzen duenean, harilak korrontearen aldaketari aurka egingo dio. Korrantea handitzen hasten denean, fluxu magnetikoak ere gauza bera egiten du: korronteari ez utzi handitzen. Behin korronteak bere balio maximotik igaro eta txikitzen hasten denean, fluxu magnetikoa txikitzen hasi, eta korrantea txikitzea eragotziko du.

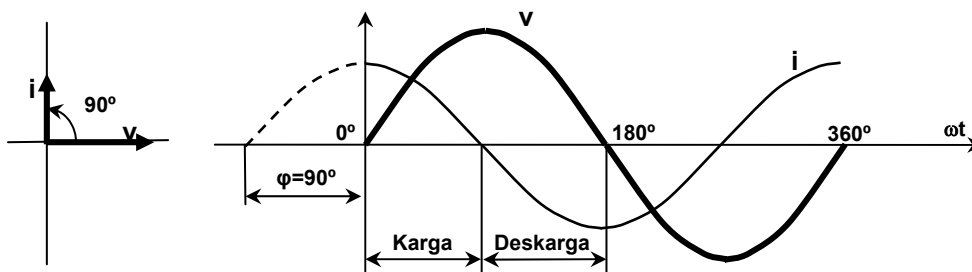
Induktantzia edo haril hutsak atzeratu egiten du korrantea tentsioarekiko $\varphi = 90^\circ$ -ko angeluarekin. Harilak korrante elektrikoari jartzen dion trabari **erreaktantzia induktiboa** (X_L) deitzen zaio, eta ohmetan neurtzen da. $Z = X_L = \omega \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L$



■ Kondentsadorea

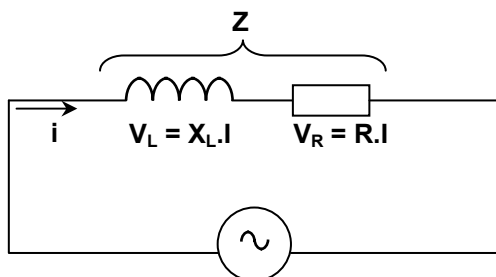
Kondentsadoreari tentsioa aplikatzen diogunean, aurretik karga barik egon bada, korrante handia xurgatzen du. Kondentsadorea kargatu ahala, beraren muturren artean agertzen den tentsioa handitzen doa korrantea txikitzen doan heinean. Karga prozesua amaitzen denean, korrantea zero da, eta tentsioa, maximoa.

Kondentsadore hutsak aurreratu egiten du korronea tentsioarekiko $\varphi = 90^\circ$ -ko angeluarekin. Kondentsadoreak korronte elektrikoari jartzen dion trabari **erreaktantzia kapazitiboa** (X_C) deitzen zaio, eta ohmetan neurtzen da. $Z = X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}$

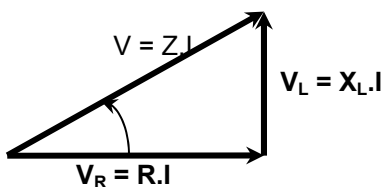


R-L seriean

Erreaktantzia induktiboa eta erresistentzia seriean jartzen direnean, korronte berberak zeharkatuko ditu biak; elikatze-iturriko tentsioa, ostera, osagai bien artean banatuko da. Zirkuituan harila dagoenez gero, V_L tentsioa 90° aurreratuko da korrontearekiko (edo korronea 90° atzeratu tentsioarekiko). Beraz, tentsioa eta korronea desfasatuta daudenez gero, eragiketa matematiko guztiak bektorialki egin behar izango dira.



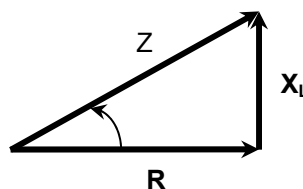
Beheko irudian agertzen dira tentsioen eta inpedantzien triangeluak; baita batura bektorialak egiteko formulak ere.



Tentsioen triangelua

$$V = \sqrt{V_R^2 + V_L^2}$$

$$\varphi = \arctg \frac{V_L}{V_R}$$



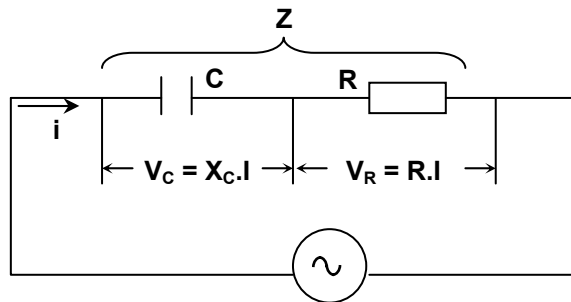
Inpedantzien triangelua

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

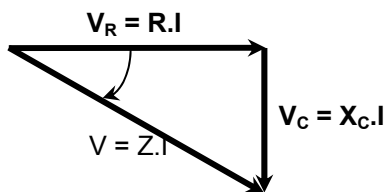
$$\varphi = \arctg \frac{X_L}{R}$$

■ R-C seriean

Kondentsadorea eta erresistentzia seriean jartzen direnean, korrante berberak zeharkatuko ditu biak, aurreko zirkuituan legez; elikatze-iturriko tentsioa, ostera, osagai bien artean banatuko da. Zirkuituan erresistentziaz gain kondentsadorea ere badagoenez, V_C tentsioa 90° atzeratuko da korrontearekiko (edo korrontea 90° aurreratu tentsioarekiko). Beraz, tentsioa eta korrontea desfasatuta daudenez gero, eragiketa matematiko guztiak bektorialki egin behar izango dira.



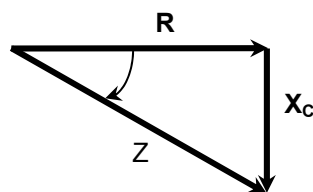
Beheko irudian tentsioen eta inpedantzien triangeluak agertzen dira, baita batura bektorialak egiteko formulak ere.



Tentsioen triangelua

$$V = \sqrt{V_R^2 + V_C^2}$$

$$\varphi = \arctg \frac{V_C}{V_R}$$



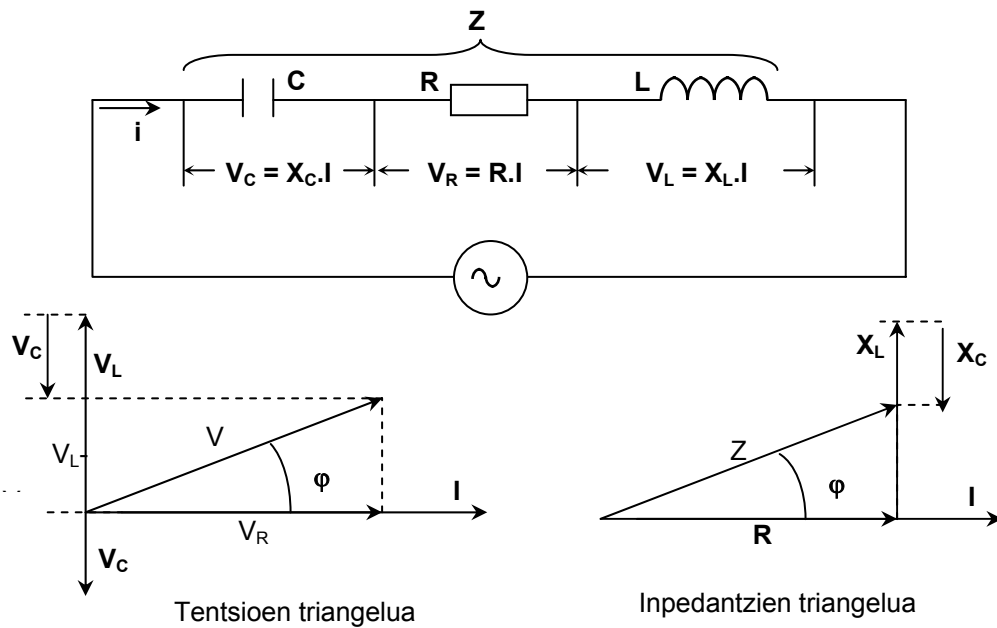
Inpedantzien triangelua

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$$

$$\varphi = \arctg \frac{X_C}{R}$$

■ R-L-C seriean

Zirkuitu honetan, kondentsadorearen eta bobinaren efektuak aurkakoak izaten dira: bobinak korrontea atzeratu egiten du tentsioarekiko, eta kondentsadoreak, ostera, aurreratu.



Erreaktantzia inductiboa, erreaktantzia kapazitiboa eta erresistentzia seriean jartzen direnean, korrante berberak zeharkatuko ditu hirurak; elikatze-iturriko tentsioa, oster, hiru osagaien artean banatuko da. Erreaktantiak daudenez eta tentsioa eta korrantea desfasetuta daudenez, eragiketa matematiko guztiak bektorialki egin beharko dira.

Beheko irudian tentsioen eta inpedantzien triangeluak agertzen dira, baita batura bektorialak egiteko formulak ere. Kasu honetan, suposatu dugu harilaren erreaktantiaren balioa kondentsadorearena baino handiagoa dela. Kondentsadorearena izango balitz handiena, desfaseak negatiboak izango lirateke.

$$V = \sqrt{V_R^2 + (V_L - V_C)^2}$$

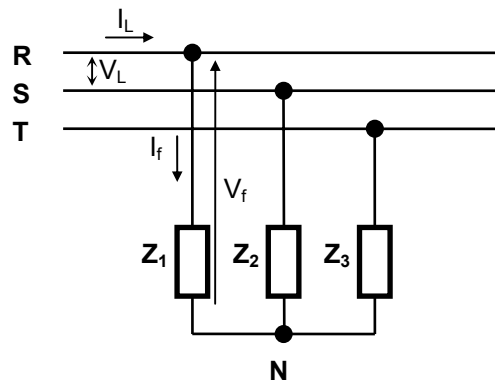
$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$\varphi = \arctg \frac{V_L - V_C}{V_R}$$

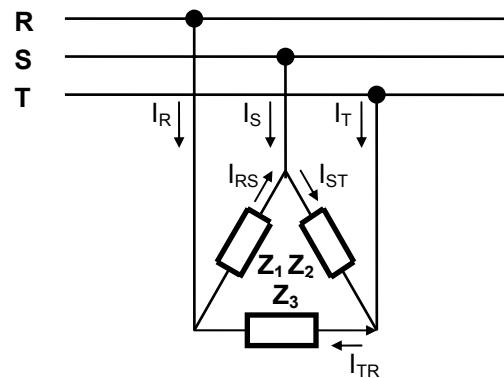
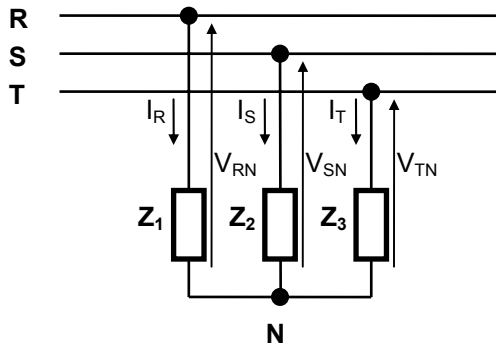
$$\varphi = \arctg \frac{X_L - X_C}{R}$$

2.4 Nola ebatzi potentziak korrante alternoko sistema trifasikoetan

Energia xurgatzeko osagaiak hiru haril izaten dituzte, eta, beraz, sei terminal edo borne. Praktikan, bi konexio modu daude hiru haril horiek elkarren artean konektatzeko: **izar** moduko konexioa eta **triangelu** moduko konexioa.



- ✓ **Tentsio simple edo fasekoa (V_f):** elikatze-iturriek neutroarekiko daukaten tentsioa. Izar-konexioetan erabiltzen da batik bat.



- ✓ **Tentsio konposatua edo lineakoa (V_L):** faseen artean agertzen dena. Tentsio sinpleen konposaketa dela-eta deitzen zaio tentsio konposatu.
- ✓ **Lineako intentsitatea (I_L):** elikadurako hari bakoitzetik igarotzen den korrontea da.
- ✓ **Faseko intentsitatea (I_f):** elikatze-iturriko hari bakoitzetik neutrorantz igarotzen den korrontea.

Korrontea: $I_L = I_f$

Korrontea: $I_L = \sqrt{3} \cdot I_f$

Tentsioa: $V_L = \sqrt{3} \cdot V_f$

Tentsioa: $V_L = V_f$

Triangeluan, karga bakoitzari (V_L) lineako tentsioa edo tentsio konposatua ezartzen zaio. Aldiz, karga bakoitza (I_f) faseko korronte elektrikoak igarotzen du. Beraz, (I_L) lineako intentsitatea kargen artean banatzen da.

Izarrean, (I_L) lineako intentsitateak igarotzen du karga bakoitza. Tentsioa, berriz, inpedantzien artean banatzen da.

Potentziak ebazteko, dela izarrean konektatuta dela triangeluan konektatuta, formula matematiko berberak erabili behar dira.

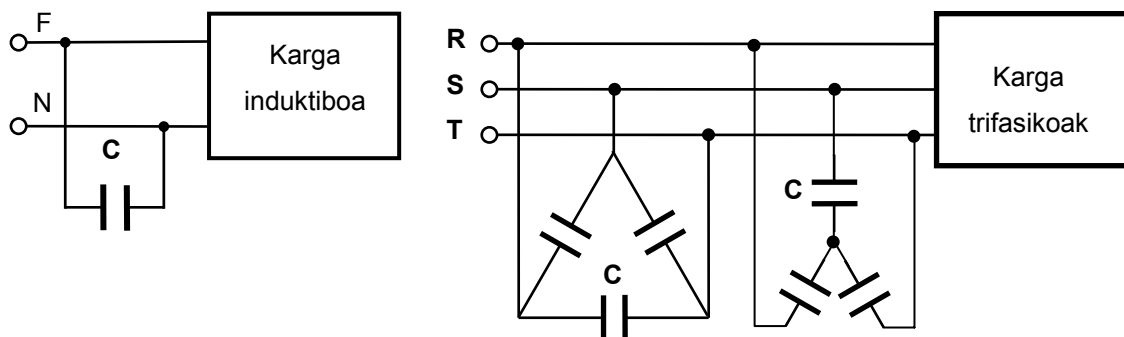
$$P = \sqrt{3} \cdot V_L \cdot I_L \cdot \cos \varphi$$

$$Q = \sqrt{3} \cdot V_L \cdot I_L \cdot \sin \varphi$$

$$S = \sqrt{3} \cdot V_L \cdot I_L$$

2.5 Potentzia-faktorea

Instalazio industrial gehienetan karga inductiboak erabili ohi dira (motorrak, transformadoreak...). Elementu horiek guztiak eremu magnetikoa behar izaten dute ondo funtzionatzeko, eta, ondorioz, potentzia erreaktiboa garatzen dute. Energia erreaktibo hori, eremu magnetikoa sortzeko erabili eta gero, berriro itzultzen da sare elektrikora; beraz, benetan erabili behar dugun energia izan arren, erabili ondoren itzultzen denez gero, elektrizitatez hornitzen duen enpresari ez litzaioke ordaindu behar. Errealitatean ez da horrela gertatzen, enpresa hornitzaileari S (iturrazko potentzia) ordaintzen baitzaio; zenbat eta handiagoa izan φ tentsioaren eta korrontearen arteko angelua, gehiago ordaindu behar da, nahiz eta benetan erabilitako potentzia P (potentzia aktiboa) izan.



Zirkuitu baten potentzia-faktorea adierazten du potentzia aktiboaren eta iturrazko potentziaren arteko erlazioa. φ angeluaren kosinuaren bidez –tentsioaren eta intentsitatearen arteko desfasea adierazten duen angelua– zehazten da potentzia-faktorea.

$$\text{Potentzia - faktorea} = \frac{P}{S} = \frac{V \cdot I \cdot \cos \varphi}{V \cdot I} = \cos \varphi$$

■ Nola hobetu potentzia-faktorea zirkuitu monofasikoetan

Instalazioetan potentzia-faktore ona edukiz gero, etekin hobea aterako zaio ordainduriko energiari. Horren arabera, bezeroarentzat onuragarria izaten da potentzia-faktore ona edukitzea. Sare elektrikoan sorrarazten duen korrontearen gehikuntzak energia elektrikoaren hornitzen duen enpresaren kostuak handitzen ditu.

Harilkatuek sortutako potentzia erreaktibo inductiboa gutxitzeko, kondentsadoreak ezartzen dira sareekin paraleloan. Kondentsadoreek, hasierako zikloetan kargatu ondoren, energia erreaktiboz hornitzen dituzte harilkatuak, eta harilkatuek sare elektrikitik xurgatzeari uzten diote.

Sare elektriko monofasikoetan kondentsadore bakarra ezartzen da; eta sistema trifasikoetan, aldiz, balio bereko hiru kondentsadore, izarrean edo triangeluan konektatuta.

Potentzia-faktorearen hobekuntzarekin batera, sare elektrikitik xurgatutako **S** itxurazko potentzia gutxitzea lortzen da, eta potentzia aktibo berdina mantentzen da. Horrek guztiak nabarmen gutxitzen du korrontea, eta, ondorioz, hainbat abantaila (elikatze-iturriko harien diametroa txikitzea, hainbeste potentzia ez galtzea, eta guztietan garrantzitsuena: gutxiago ordaintzea) eragiten du.

Potentzia-faktorea hobetzeko ariketak grafikoki eta matematikoki ebazteko, instalazioaren jatorrizko potentzia-faktoreari dagokion angelua φ_1 hizkiaz adierazten da, eta hobetuta lortu nahi den potentzia-faktoreari, berriz, φ_2 sinboloaz. Beraz, P potentzia aktiboaren balioa berbera izango da, baina jatorrizko Q potentzia erreaktiboari kondentsadore bidez gutxitzen zaion Q_C kenduta, Q' geldituko da.

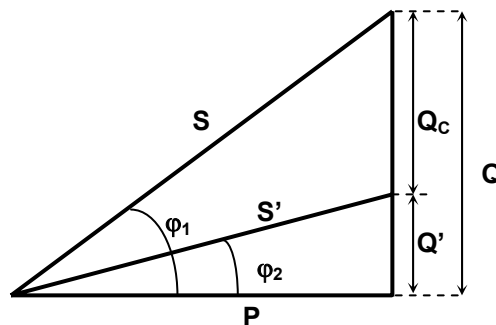
Potentzia erreaktibo hori zirkuitutik kentzeko, kalkulatu dugu zenbateko korrontea jaso behar izango duen kondentsadoreak. Jarraian, Ohmen legea aplikatuz, kalkulatu dugu zenbateko erreaktantzia izan behar duen kondentsadore-bateriak. Eta, azkenean, kondentsadore-bateriaren balioa kalkulatu dugu. Kontuan izan kondentsadore-bateria horrek elikatze-iturriko tentsioa jasateko bestekoa izan behar duela.

$$Q_C = Q - Q' = P \cdot (tg\varphi_1 - tg\varphi_2)$$

$$Q_C = V_C \cdot I_C \Rightarrow I_C = \frac{Q_C}{V_C}$$

$$X_C = \frac{V_C}{I_C}$$

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega \cdot X_C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot X_C}$$



■ Nola hobetu potentzia-faktorea zirkuitu trifasikoetan

Sistema trifasikoetan modu berean jokatzen behar da, berezitasun batzuk kontuan izanda. Alde batetik, hiru kondentsadore konektatu behar direnez gero, Q_C potentzia erreaktiboa hiruren artean banatu behar izango da; bestetik, kondentsadoreak nola konektatzen diren (izarrean edo triangeluan), korronteen eta tentsioen balioak aldatu egingo dira.

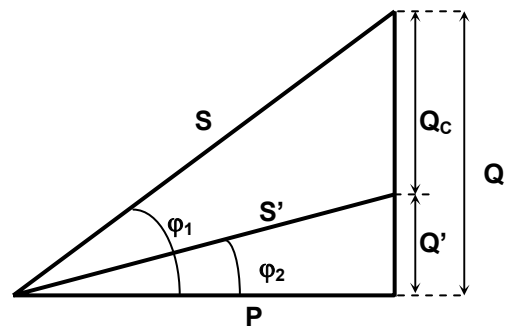
$$Q_C = Q - Q' = P \cdot (\operatorname{tg}\varphi_1 - \operatorname{tg}\varphi_2)$$

$$\frac{Q_C}{3} = V_C \cdot I_C \Rightarrow I_C = \frac{Q_C}{3 \cdot V_C}$$

Izarrean: $X_C = \frac{V_C / \sqrt{3}}{I_C}$

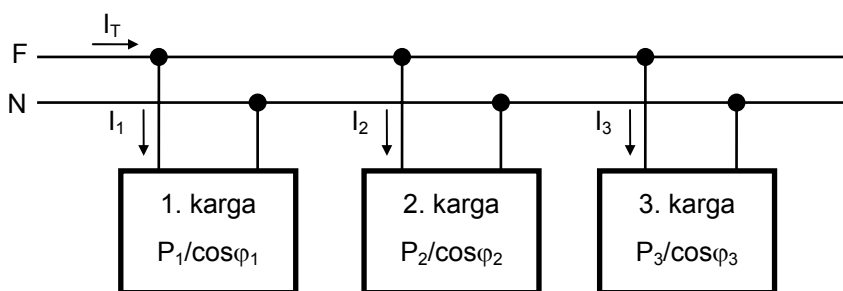
Triangeluan: $X_C = \frac{V_C}{I_C / \sqrt{3}}$

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega \cdot X_C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot X_C}$$

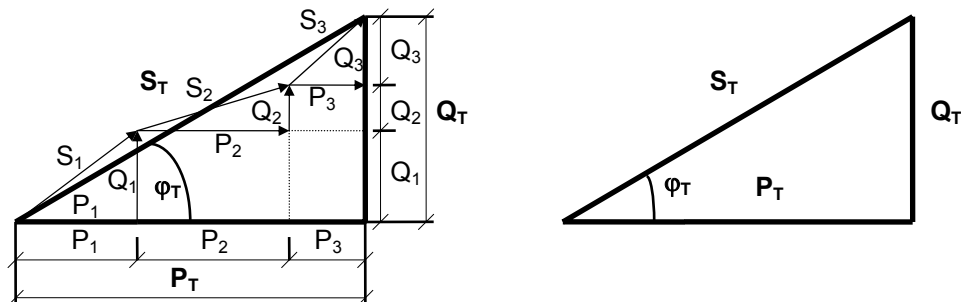


■ Potentzien eragiketak zenbait hartzailez osaturiko instalazioetan

Etxeko edozein gelatan arreta apur batez aztertuz gero, edonor kontura daiteke hainbat tresna elektriko konektatzen direla sare elektrikorara (argiak, irratiak eta abar). Tresna horiek paraleloan konektatzen dira sarera, eta zirkuitu bakarra osatzen dute. Hurrengo irudiko zirkuitua monofasikoa izan arren, hemen aipatzen den guztiak sistema trifasikoetarako ere balio du.



Goiko irudian oinarritutako instalazio osoaren potentzia, potentzia-faktorea eta korrontea kalkulatzeko da helburua. Horrelako ariketak ebazteko, jakin behar dugu zein diren osagai bakoitzaren potentzia aktiboa eta potentzia faktorearen balioak.



Hainbat hargailu elikatze-iturri berdinerako konektatzen direnean, bai potentzia aktiboak bai potentzia erreaktiboak batu egiten dira, potentzia mota bakoitzaren totala kalkulatzeko.

$$P_T = \sum P = P_1 + P_2 + P_3 \qquad Q_T = \sum Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

Itxurazko potentzia potentzien triangulutik abiatuta kalkula daitezke trigonometriako arauekin.

$$S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2}$$

Datu horiekin, jadanik kalkula daitezke potentzia-faktorea.

$$P_T = S_T \cdot \cos \varphi_T \Rightarrow \cos \varphi_T = \frac{P_T}{S_T}$$

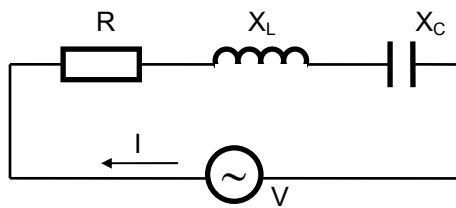
Gauza bera egin daitezke korrante totala kalkulatzeko elikatze-iturriko tentsioa zein den jakinda.

$$S_T = V \cdot I_T \Rightarrow I_T = \frac{S_T}{V}$$

2.6 Erresonantzia

Sare elektrikoari konektatu zaion RLC zirkuituan tentsioa eta korrontea fasean daudenean, *erresonantzia-egoeran* dagoela esaten da. Beste modu batean esateko, zirkuituaren inpedantzia balio-kidea erresistibo hutsa izatea lortzen denean gertatzen da. Erresonantzia-egoera maiztasun-balio batean bakarrik izaten da, eta **erresonantzia-maiztasun** deritzo. Zertarako erabiltzen da? Sistema elektrotan hainbat tresna sintonizatzeko (irradiak, telebistak, telefono mugikorrak...), akustikan iragazkiak doitzeko eta abar.

■ Erresonantzia seriean



$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}\right)^2}$$

Honelako zirkuituak kutxa akustikoetan bozgorailu bakoitzarentzako maiztasunak mugatzeko erabili ohi dira batez ere. Ohmen legean oinarrituta, erakusten den moduan adieraz daiteke irudiko RLC serieko zirkuituko inpedantzia baliokidea:

Erresonantzia-maiztasuna azaltzen da zirkuituaren inpedantzia baliokidea zeharo erresistiboa denean (beraz, harilkatuaren eta kondentsadorearen balioak zero direnean).

$$X_L - X_C = 0 \Rightarrow X_L = X_C \Rightarrow \omega \cdot L = \frac{1}{\omega \cdot C} \Rightarrow \omega^2 = \frac{1}{L \cdot C} \Rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$$

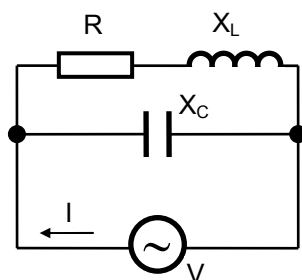
Pultsazioa maiztasunaren menpe jarriz kalkulatzen da erresonantzia-maiztasuna.

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f \Rightarrow 2 \cdot \pi \cdot f = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} \Rightarrow f_r = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$$

Normalean, erresonantzia-maiztasunak zein izan behar duen jakiten da, eta kondentsadorearen balio estandar komertziala aukeratu ondoren, harilaren balioa kalkulatzen da (harilak neurrikoak egiten baitira).

■ Paraleloko erresonantzia

Honelako zirkuituak irratietako, telebistetako eta beste hainbat tresnatako kanalak sintonizatzeko erabili ohi dira batez ere. Erresonantzia-maiztasuna kalkulatzeko, serieko zirkuituan legez jokutzen da.

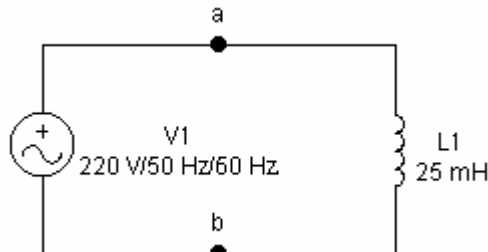


$$f_r = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$$

2.1. 25mH-ko autoindukzio-koefizientea daukan haril bat konektatu da bai Europako sare elektrikora (50 Hz) bai Amerikako sare elektrikora (60 Hz).

Kalkulatu:

- Harilaren erreaktantzia inductiboa (X_L).
- Korrontearen balio efikaza (I_{ef}).
- Korrontearen balio maximoa (I_{max}).
- Abiadura angeluarra edo pultsazioa (ω).
- Periodoa (T).
- Marraztu tentsioaren eta korrontearen diagrama bektoriala.



2.1. irudia.

Datuak: $V_{eu}=220\text{ V}/50\text{ Hz}$ (Europar) eta $V_{am}=220\text{ V}/60\text{ Hz}$ (Amerikan)

a) Harilaren erreaktantzia inductiboa (X_L)

$X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L$ dela jakinda, balioak ordeztu baino ez dugu egin behar.

Europar: $X_{Leu} = 2 \cdot \pi \cdot f_{eu} \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot 50\text{ Hz} \cdot 25 \cdot 10^{-3}\text{ H}$

$X_{Leu} = 7,85\ \Omega$

Ameriketetan: $X_{Lam} = 2 \cdot \pi \cdot f_{am} \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot 60\text{ Hz} \cdot 25 \cdot 10^{-3}\text{ H}$

$X_{Lam} = 9,42\ \Omega$

b) Korrontearen balio efikaza (I_{ef})

Balio efikaza kalkulatzeko, Ohmen legea aplikatu behar dugu.

Europar: $I_{efeu} = \frac{V_{eu}}{X_{Leu}} = \frac{220\text{ V}}{7,85\ \Omega}$

$I_{efeu} = 28,02\text{ A}$

Ameriketetan: $I_{efam} = \frac{V_{am}}{X_{Lam}} = \frac{220\text{ V}}{9,42\ \Omega}$

$I_{efam} = 23,34\text{ A}$

c) Korrontearen balio maximoa (I_{max})

Sare elektrikoetako uhinak sinusoide-itxurakoak direnez gero, korrontearen balio maximoa kalkulatzeko, balio efikaza bider $\sqrt{2}$ egin behar dugu.

Europar: $I_{max\ eu} = I_{efeu} \cdot \sqrt{2} = 28,02\text{ A} \cdot \sqrt{2}$

$I_{max\ eu} = 39,63\text{ A}$

Ameriketetan: $I_{max\ am} = I_{efam} \cdot \sqrt{2} = 23,34\text{ A} \cdot \sqrt{2}$

$I_{max\ am} = 33\text{ A}$

d) Abiadura angeluarra edo pultsazioa (ω)

Abiadura angeluarrak sare elektrikoko maiztasunarekin bakarrik dauka zerikusia, eta ez zirkuituari konektatzen zaizkion osagaiekin.

Europar: $\omega_{eu} = 2 \cdot \pi \cdot f_{eu} = 2 \cdot \pi \cdot 50 \text{ Hz}$

$\omega_{eu} = 314,16 \text{ rad / s}$

Ameriketean: $\omega_{am} = 2 \cdot \pi \cdot f_{am} = 2 \cdot \pi \cdot 60 \text{ Hz}$

$\omega_{am} = 377 \text{ rad / s}$

e) Periodoa (T)

Periodoak, abiadura angeluarrak moduan, maiztasunarekin bakarrik dauka zerikusia.

Europar: $T_{eu} = \frac{1}{f_{eu}} = \frac{1}{50 \text{ Hz}}$

$T_{eu} = 0,02 \text{ ms}$

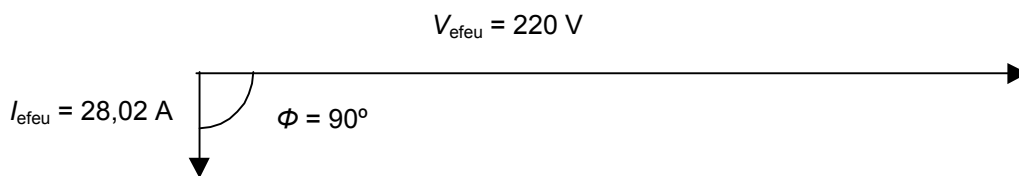
Ameriketean: $T_{am} = \frac{1}{f_{am}} = \frac{1}{60 \text{ Hz}}$

$T_{am} = 0,01\hat{6} \text{ s} = 16,\hat{6} \text{ ms}$

f) Marraztu tentsioaren eta korrontearen diagrama bektoriala

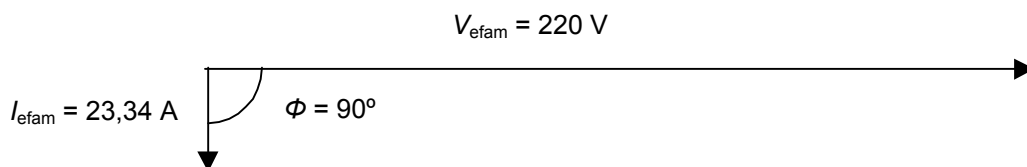
Induktantzia (edo harila) hutsak korrontea 90° atzeratzen du tentsioarekiko.

Europar:



2.1a. irudia.

Ameriketean:

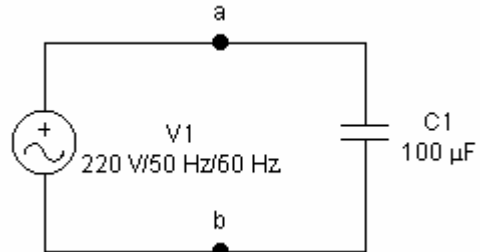


2.1b. irudia.

2.2. 100 μF -eko kapazitatea daukan

kondentsadorea konektatu da Europako sare elektrikora (50 Hz) eta Amerikako sare elektrikora (60 Hz). Kalkulatu:

- Kondentsadorearen erreaktantzia kapazitiboa (X_C).
- Korrontearen balio efikaza (I_{ef}).
- Korrontearen balio maximoa (I_{max}).
- Abiadura angeluarra edo pulsazioa (ω).
- Periodoa (T).
- Marraztu tentsioaren eta korrontearen diagrama bektoriala



2.2. irudia.

Datuak: $V_{eu}=220 \text{ V}/50 \text{ Hz}$ (Europar) eta $V_{am}=220 \text{ V}/60 \text{ Hz}$ (Amerikan)

a) Kondentsadorearen erreaktantzia kapazitiboa (X_C)

$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}$ dela jakinda, balioak ordeztu baino ez dugu egin behar.

$$\text{Europar: } X_{C_{eu}} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f_{eu} \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 100 \cdot 10^{-6} \text{ F}} \quad \boxed{X_{C_{eu}} = 31,83 \Omega}$$

$$\text{Ameriketar: } X_{C_{am}} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f_{am} \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 60 \text{ Hz} \cdot 100 \cdot 10^{-6} \text{ F}} \quad \boxed{X_{C_{am}} = 26,52 \Omega}$$

b) Korrontearen balio efikaza (I_{ef})

Balio efikaza kalkulatzeko, Ohmen legea aplikatu behar dugu.

$$\text{Europar: } I_{efe} = \frac{V_{eu}}{X_{C_{eu}}} = \frac{220 \text{ V}}{31,83 \Omega} \quad \boxed{I_{efe} = 8,29 \text{ A}}$$

$$\text{Ameriketar: } I_{efam} = \frac{V_{eu}}{X_{C_{am}}} = \frac{220 \text{ V}}{26,52 \Omega} \quad \boxed{I_{efam} = 6,91 \text{ A}}$$

c) Korrontearen balio maximoa (I_{\max})

Sare elektrikoetako uhinak sinusoide-itxurakoak direnez gero, korrontearen balio maximoa kalkulatzeko, balio efikaza bider $\sqrt{2}$ egin behar dugu.

Europar: $I_{\max eu} = I_{efeu} \cdot \sqrt{2} = 6,91 \text{ A} \cdot \sqrt{2}$

$I_{\max eu} = 9,77 \text{ A}$

Ameriketar: $I_{\max am} = I_{efam} \cdot \sqrt{2} = 8,29 \text{ A} \cdot \sqrt{2}$

$I_{\max am} = 11,72 \text{ A}$

d) Abiadura angeluarra edo pultsazioa (ω)

Abiadura angeluarrak sare elektriko maiztasunarekin bakarrik dauka zerikusia, eta ez zirkuitari konektatzen zaizkion osagaiekin.

Europar: $\omega_{eu} = 2 \cdot \pi \cdot f_{eu} = 2 \cdot \pi \cdot 50 \text{ Hz}$

$\omega_{eu} = 314,16 \text{ rad / s}$

Ameriketar: $\omega_{am} = 2 \cdot \pi \cdot f_{am} = 2 \cdot \pi \cdot 60 \text{ Hz}$

$\omega_{am} = 377 \text{ rad / s}$

e) Periodoa (T)

Periodoak, abiadura angeluarrak bezala, maiztasunarekin bakarrik dauka zerikusia.

Europar: $T_{eu} = \frac{1}{f_{eu}} = \frac{1}{50 \text{ Hz}}$

$T_{eu} = 0,02 \text{ s} = 20 \text{ ms}$

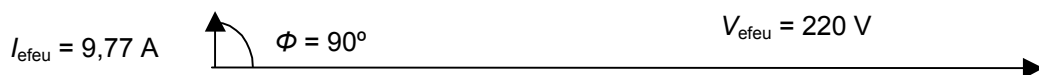
Ameriketar: $T_{am} = \frac{1}{f_{am}} = \frac{1}{60 \text{ Hz}}$

$T_{am} = 0,01\hat{6} \text{ s} = 16,\hat{6} \text{ ms}$

f) Marraztu tentsioaren eta korrontearen diagrama bektoriala.

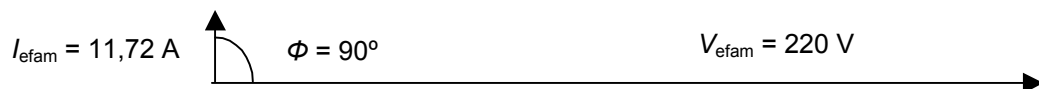
Kondentsadore hutsak korrontea 90° aurreratzen du tentsioarekiko.

Europar:



2.2a. irudia.

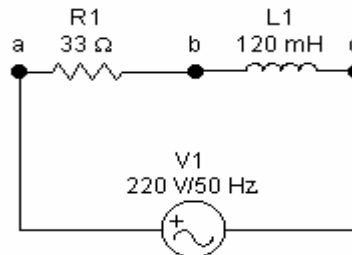
Ameriketar:



2.2b. irudia.

2.3. R_1 eta L_1 seriean konektatuta dituen zirkuitu bat sare elektrikora konektatu da. Kalkulatu:

- Zirkuitu osoaren erreaktantzia (X_T).
- Korrontearen balio efikaza (I_{ef}).
- Tentsioaren eta korrontearen arteko desfasea (φ).
- Zenbateko tentsioa erortzen den harilean (V_L).
- Zenbateko tentsioa erortzen den erresistentzian (V_R).
- Marraztu tentsioaren eta korrontearen diagrama bektoriala.



2.3. irudia.

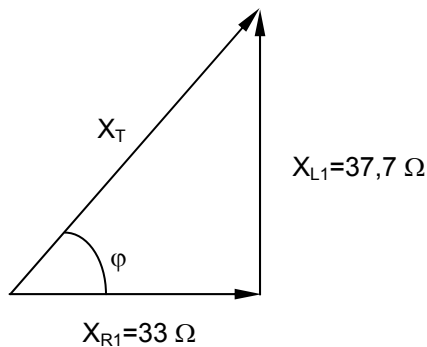
Datuak: $V_1=220\text{ V}/50\text{ Hz}$; $R_1=33\ \Omega$ eta $L_1=0,12\text{ H}$

a) Zirkuitu osoaren erreaktantzia (X_T)

R_1 erresistentzia eta L_1 harila seriean konektatuta daudenez gero, lehenengo eta behin, bakoitzaren erreaktantziaren balioa kalkulatu dugu.

$$R_1 = 33\ \Omega \text{ eta } X_{L1} = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_1 = 2 \cdot \pi \cdot 50\text{ Hz} \cdot 120 \cdot 10^{-3}\text{ H}$$

$$X_{L1} = 37,7\ \Omega$$



2.3a. irudia.

Erreaktantzia bien arteko desfasea 90° -koa denez, trigonometriaren bidez kalkulatu dugu modulua.

$$X_T = \sqrt{X_{R1}^2 + X_{L1}^2} = \sqrt{(33\ \Omega)^2 + (37,7\ \Omega)^2}$$

$$X_T = 50,19\ \Omega$$

b) Korrontearen balio efikaza (I_{ef})

Balio efikaza kalkulatzeko, Ohmen legea aplikatu behar dugu.

$$I_{ef} = \frac{V_1}{X_T} = \frac{220 \text{ V}}{50,19 \Omega} \quad \boxed{I_{ef} = 4,38 \text{ A}}$$

c) Tentsioaren eta korrontearen arteko desfasea (φ)

φ kalkulatzeko, a) atalean marraztutako erreaktantzien triangela izango dugu kontuan, eta trigonometriako arauak aplikatuko dizkiogu.

$$\varphi = \arctan \frac{X_{L1}}{X_{R1}} = \arctan \frac{37,7 \Omega}{33 \Omega} \quad \boxed{\varphi = 48,8^\circ}$$

d) Harilean erortzen den tentsioa (V_L)

R_1 erresistentzia eta L_1 harila seriean konektatuta daudenez, zirkuituari ezarritako tentsioa bi osagaien artean banatuko da. Gainera, osagai bietan zehar korronte berbera igaroko da, bide bakarra baitauka.

$$V_L = X_{L1} \cdot I_{ef} = 37,7 \Omega \cdot 4,38 \text{ A} \quad \boxed{V_L = 165,12 \text{ V}}$$

e) Erresistentzian erortzen den tentsioa (V_R)

Aurreko atalean azaldutakoari jarraituz, era berean kalkulatu dugu V_R .

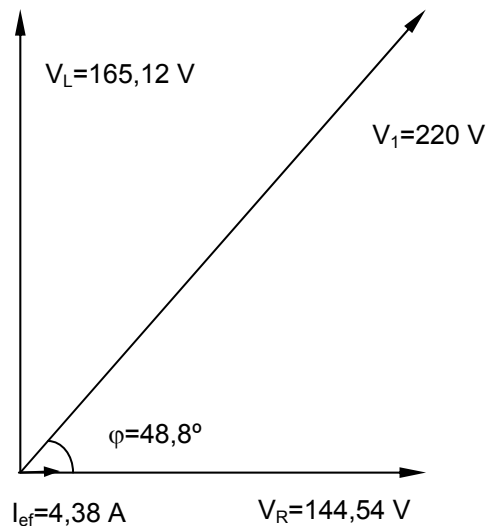
$$V_R = X_{R1} \cdot I_{ef} = 33 \Omega \cdot 4,38 \text{ A} \quad \boxed{V_R = 144,54 \text{ V}}$$

OHARRA: Badaezpada, ondo dagoen ala ez egiaztatzeko, bektorialki kalkulatu dugu sarre-rako tentsioaren balioa.

$$V_1 = \sqrt{(V_R)^2 + (V_L)^2} = \sqrt{(144,54 \text{ V})^2 + (165,12 \text{ V})^2} = 219,45 \text{ V} \approx 220 \text{ V}$$

f) Marraztu tentsioaren eta korrontearen diagrama bektoriala.

R_1 erresistentziak desfaserik sortzen ez duenez gero, erreferentzia moduan hartuko dugu.

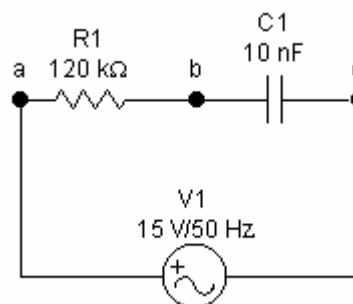


2.3b. irudia.

2.4. R_1 eta C_1 seriean konektatuta dituen zirkuitua 15 V/50 Hz-eko seinalea sortzen duen uhin-sorgailura konektatu da.

Kalkulatu:

- Zirkuitu osoaren erreaktantzia (X_T).
- Korrontearen balio efikaza (I_{ef}).
- Tentsioaren eta korrontearen arteko desfasea (φ).
- Zenbateko tentsioa erortzen den kondentsadorean (V_C).
- Zenbateko tentsioa erortzen den erresistentzian (V_R).
- Marraztu tentsioaren eta korrontearen diagrama bektoriala.



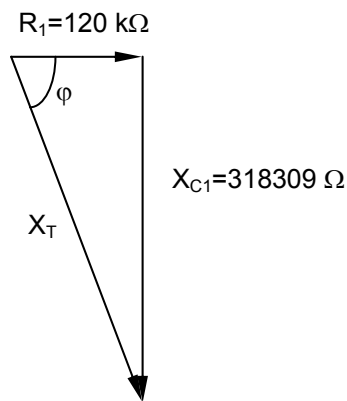
2.4. irudia.

Datuak: $V_1=15$ V/50 Hz; $R_1=120$ k Ω eta $C_1=10$ nF

a) Zirkuitu osoaren erreaktantzia (X_T)

R_1 erresistentzia eta C_1 kondentsadorea seriean konektatuta daudenez gero, lehenengo eta behin, bakoitzaren erreaktantziaren balioa kalkulatu dugu.

$$R_1 = 120 \text{ k}\Omega \text{ eta } X_{C1} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C_1} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 10 \cdot 10^{-9} \text{ F}} \quad \boxed{X_{C1} = 318309 \Omega}$$



2.4a. irudia.

Erreaktantzia bien arteko desfasea 90° -koa denez, trigonometriaren bidez kalkulatu dugu modulua.

$$X_T = \sqrt{X_{R1}^2 + X_{C1}^2} = \sqrt{(120 \text{ k}\Omega)^2 + (318309 \Omega)^2} \quad \boxed{X_T = 340177 \Omega}$$

b) Korrontearen balio efikaza (I_{ef})

Balio efikaza kalkulatzeko, Ohmen legea aplikatu behar dugu.

$$I_{ef} = \frac{V_1}{X_T} = \frac{220 \text{ V}}{340177 \Omega} \quad \boxed{I_{ef} = 0,6467 \text{ mA}}$$

c) Tentsioaren eta korrontearen arteko desfasea (φ)

φ kalkulatzeko, a) atalean marraztutako erreaktantzien triangela izango dugu kontuan, eta trigonometriako arauak aplikatu dizkiogu.

$$\varphi = \arctan \frac{X_{C1}}{X_{R1}} = \arctan \frac{318309 \Omega}{120000 \Omega} \quad \boxed{\varphi = 69,34^\circ}$$

d) Kondentsadorean erortzen den tentsioa (V_C)

R_1 erresistentzia eta C_1 harila seriean konektatuta daudenez, zirkuituari ezarritako tentsioa bi osagaien artean banatuko da. Gainera, osagai bietan zehar korrante berbera igaroko da, bide bakarra baitauka.

$$V_C = X_{C1} \cdot I_{ef} = 318309 \, \Omega \cdot 0,6467 \, mA \quad \boxed{V_C = 205,85 \, V}$$

e) Erresistentzian erortzen den tentsioa (V_R)

Aurreko atalean azaldutakoari jarraituz, era berean kalkulatu dugu V_R .

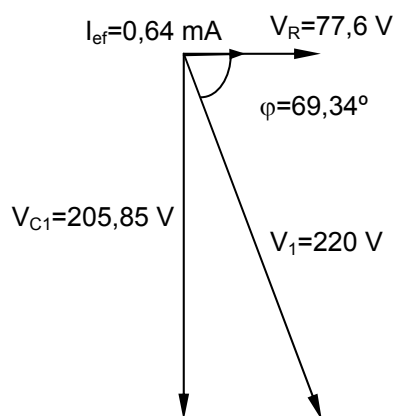
$$V_R = X_{R1} \cdot I_{ef} = 120 \, k\Omega \cdot 0,6467 \, mA \quad \boxed{V_R = 77,6 \, V}$$

OHARRA: Badaezpada, ondo dagoen ala ez egiaztatzeko, bektorialki kalkulatu dugu sarre-rako tentsioaren balioa.

$$V_1 = \sqrt{(V_R)^2 + (V_C)^2} = \sqrt{(77,6 \, V)^2 + (205,85 \, V)^2} = 219,99 \, V \approx 220 \, V$$

f) Marraztu tentsioaren eta korrantearen diagrama bektoriala

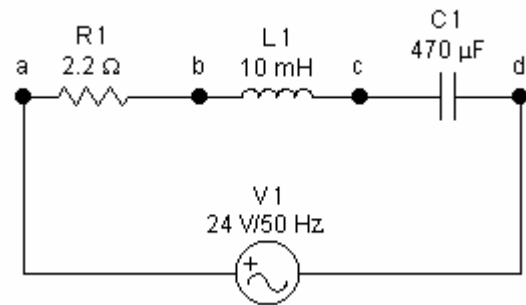
R_1 erresistentziak desfaserik sortzen ez duenez gero, erreferentzia moduan hartuko dugu. V_{C1} , kondentsadore hutsak sortutakoa izanik, ardatzerdi irudikari negatiboan marraztuko dugu.



2.4b. irudia.

2.5. R_1 , L_1 eta C_1 seriean konektatuta dituen zirkuitua 24 V/50 Hz-eko seinalea sortzen duen uhin-sorgailura konektatu da.

- Kalkulatu zenbateko tentsioa erortzen den osagai bakoitzean (V_C , V_R eta V_L).
- Marraztu tentsioaren eta korrontearen diagrama bektoriala.



2.5. irudia.

Datuak: $V_1=24$ V/50 Hz; $R_1=2,2\Omega$; $C_1=470$ μ F eta $L_1=10$ mH.

a) Osagai bakoitzean erortzen den tentsioa (V_C , V_R eta V_L)

Hiru osagaiak seriean konektatuta daudenez gero, korrante berbera igarotzen da hiruretan zehar. Tentsioa, berriz, hiruren artean banatuko da.

Osagai bakoitzeko tentsio-jauzia kalkulatzeko, Ohmen legea aplikatuko dugu; horretarako, aurretik ezagutu behar dugu korrontearen balioa. Baina korrontearen balioa zein den jakiteko, nahitaez ezagutu behar dugu hiru osagaien erreaktantzia baliokidea. Beraz, erreaktanzien baliok kalkulatzen hasiko gara.

$$R_1 = 2,2 \Omega$$

$$X_{C1} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C_1} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 470 \cdot 10^{-6} \text{ F}} \quad \boxed{X_{C1} = 6,77 \Omega}$$

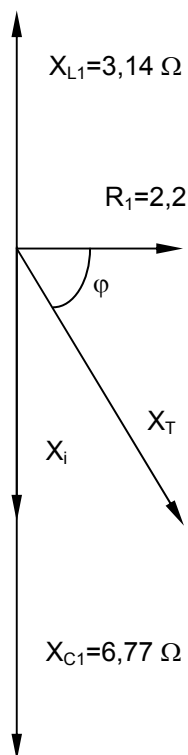
$$X_{L1} = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_1 = 2 \cdot \pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 10 \cdot 10^{-3} \text{ H} \quad \boxed{X_{L1} = 3,14 \Omega}$$

Trigonometriako arauak aplikatuko ditugu X_T erreaktanzia modulu kalkulatzeko.

$$X_T = 4,24 \Omega$$

X_T erreaktanzia balioa jakinda, korrontearen balio efikaza kalkulatu dugu Ohmen legea aplikatuz.

$$I_{ef} = \frac{V_1}{X_T} = \frac{24 \text{ V}}{4,24 \Omega} \quad \boxed{X_{ef} = 5,66 \text{ A}}$$



2.5a. irudia.

$$V_{R1} = 12,45 \text{ V}$$

$$V_{L1} = 17,77 \text{ V}$$

Datu horiekin, hiru tentsio-jauziak kalkula ditzakegu.

$$V_{ab} = V_{R1} = R_1 \cdot I_{ef} = 2,2 \Omega \cdot 5,66 \text{ A} \quad \boxed{V_{R1} = 12,45 \text{ V}}$$

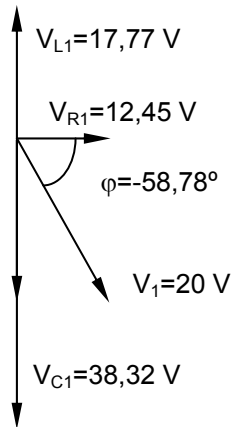
$$V_{bc} = V_{L1} = X_{L1} \cdot I_{ef} = 3,14 \Omega \cdot 5,66 \text{ A} \quad \boxed{V_{L1} = 17,77 \text{ V}}$$

$$V_{cd} = V_{C1} = X_{C1} \cdot I_{ef} = 6,77 \Omega \cdot 5,66 \text{ A} \quad \boxed{V_{C1} = 38,32 \text{ V}}$$

b) Marraztu tentsioaren eta korrontearen diagrama bektoriala.

Ezarritako tentsioaren desfasea kalkulatzeko, trigonometriako arauak aplikatuko ditugu.

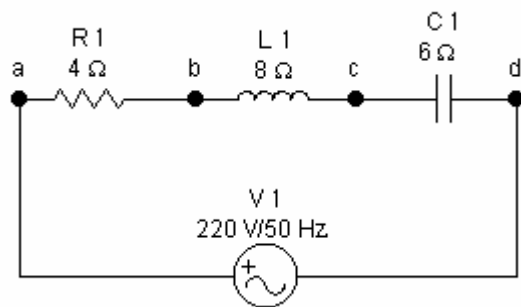
$$\varphi = \arctan \frac{X_{L1} - X_{C1}}{X_{R1}} = \arctan \frac{3,14 \Omega - 6,77 \Omega}{2,2 \Omega} \quad \boxed{\varphi = -58,78^\circ}$$



2.5b. irudia.

2.6. Alboko zirkuitua kontuan izanda, erantzun galderei eta arrazoitu erantzunak:

- Kalkulatu zenbateko korrontea igarotzen den zirkuitutik.
- Kalkulatu potentzia aktiboaren, erreaktiboaren eta itxurazkoaren balioak, baita potentzia-faktorea ere. Marraztu potentzien triangela.
- Marraztu tentsioaren eta korrontearen diagrama bektoriala, elikatze-tentsioa erreferentziatzat hartuz.
- Kalkulatu harilaren eta kondentsadorearen balioak.



2.6. irudia.

Datuak: $V_1=220 \text{ V}/50 \text{ Hz}$; $R_1=4 \Omega$; $X_{C1}=-j6 \Omega$ eta $X_{L1}=j8 \Omega$.

a) Kalkulatu zenbateko korrontea igarotzen den zirkuitutik (I_{ef})

Hiru osagaiak seriean konektatuta daudenez gero, korronte berbera igarotzen da hiruretan zehar. Tentsioa, berriz, hiruren artean banatuko da. Erreaktantzia osoa kalkulatzeko, serieko konezioan erresistentzia baliokidea lortzeko egindako eragiketak egingo ditugu.

$$X_T = X_{R1} + X_{L1} + X_{C1} = 4 \Omega + j8 \Omega + (-j6 \Omega)$$

$$X_T = 4 + j2 \Omega$$

Trigonometriako arauak aplikatuko ditugu X_T errepresentazio polarrean kalkulatzeko.

$$m_{X_T} = \sqrt{(4 \Omega)^2 + (2 \Omega)^2} \quad \boxed{m_{X_T} = 4,47 \Omega}$$

$$\varphi = \arctan \frac{2 \Omega}{4 \Omega} \quad \boxed{\varphi = 26,56^\circ}$$

X_T erreaktantziaren balioa jakinda, korrontearen balio efikaza kalkulatu dugu Ohmen legea aplikatuz.

$$I_{ef} = \frac{V_1}{X_T} = \frac{220 \angle 0^\circ V}{4,47 \angle 26,56^\circ \Omega} \quad \boxed{I_{ef} = 49,21 \angle -26,56^\circ A}$$

- b) **Kalkulatu potentzia aktiboaren, erreaktiboaren eta itxurazkoaren balioak, baita potentzia-faktorearena ere (P, Q, S, $\cos \varphi$). Marraztu potentzien triangelua**

Potentzien balioak kalkulatzeko, tentsioa (V), intentsitatea (I) eta desfasea (φ) aldagaiak behar ditugu.

$$\text{Potentzia aktiboa: } P = V_1 \cdot I_{ef} \cdot \cos \varphi = 220 V \cdot 49,21 A \cdot \cos 26,56^\circ \quad \boxed{P = 9683,6 W}$$

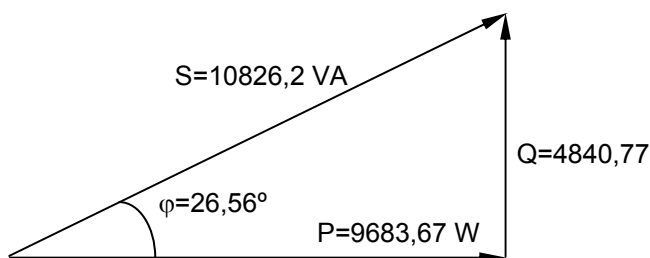
$$\text{Potentzia erreaktiboa: } Q = V_1 \cdot I_{ef} \cdot \sin \varphi = 220 V \cdot 49,21 A \cdot \sin 26,56^\circ \quad \boxed{Q = 4840,7 VAR}$$

$$\text{Itxurazko potentzia: } S = V_1 \cdot I_{ef} = 220 V \cdot 49,21 A \quad \boxed{S = 10826,2 VA}$$

Korrontearen eta tentsioaren arteko angelua lehendik dakigunez, potentzia-faktorea kalkulatzeko, aski dugu φ -ren kosinua kalkulatzearekin.

$$\text{Potentzia-faktorea: } \cos \varphi = \cos 26,56^\circ \quad \boxed{\cos \varphi = 0,89}$$

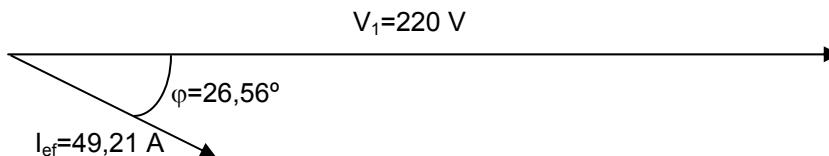
Balio guztiak kalkulatu ondoren, angeluak eta emaitzak diagrama bektorialean marraztuko ditugu.



2.6a. irudia.

c) **Marratzu tentsioaren eta korrontearen diagrama bektoriala, elikatze-tentsioa erreferentziatuz hartuz**

a) atalean kalkulatu ditugu bai korrontearen balioa, bai korrontearen eta tentsioaren arteko desfasea. Beraz, modu proportzionalan marratzu baino ez dugu egin behar.



2.6b. irudia.

d) **Kalkulatu zein diren harilaren eta kondentsadorearen balioak (C1, L1)**

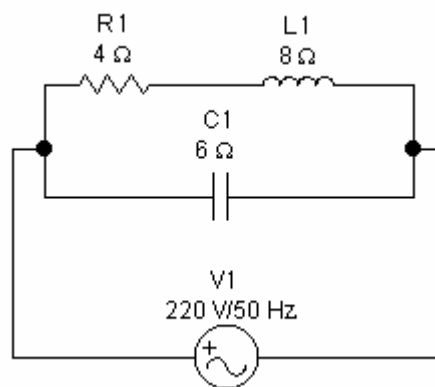
Erreaktanzien balioak erabiliz kalkula ditzakegu bai C1 kondentsadorearen balioa, bai L1 harilaren balioa.

$$X_{C1} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C_1} \Rightarrow C_1 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot X_{C1}} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 6 \Omega} \quad \boxed{C_1 = 530 \mu\text{F}}$$

$$X_{L1} = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_1 \Rightarrow L_1 = \frac{X_{L1}}{2 \cdot \pi \cdot f} = \frac{8 \Omega}{2 \cdot \pi \cdot 50 \text{ Hz}} \quad \boxed{L_1 = 325,4 \text{ mH}}$$

2.7. Alboko zirkuitua kontuan izanda, erantzun galderei eta arrazoitu erantzunak:

- a) Kalkulatu zenbateko korrontea igarotzen den zirkuitutik.
- b) Kalkulatu potentzia aktiboaren, erreaktiboaren eta itxurazkoaren balioak, baita potentzia-faktorea ere.
- c) Marratzu potentzien triangelua.
- d) Marratzu tentsioaren eta korrontearen diagrama bektoriala, elikatze-tentsioa erreferentziatuz hartuz.
- e) Kalkulatu harilaren eta kondentsadorearen balioak.



2.7. irudia.

Datuak: $V_1=220 \text{ V}/50 \text{ Hz}$; $R_1=4 \Omega$; $X_{C1}=-j6 \Omega$ eta $X_{L1}=j8 \Omega$.

a) Kalkulatu zenbateko korrontea igarotzen den zirkuitutik (I_{ef})

R_1 erresistentziak eta L_1 harilak zirkuituaren adar bat osatzen dute, eta hortik igarotzen den korronteari I_{RL} deituko diogu; C_1 kondentsadoretik igarotzen denari I_C deituko diogu. I_{RL} kalkulatzeko, lehengo eta behin, inpedantzia baliokidea kalkulatu dugu.

$$X_{RL} = X_1 + X_L = 4 \Omega + j8 \Omega$$

Zatiketak matematikoki egiteko, errepresentazio polarra egokiagoa da errepresentazio aljebraikoa baino.

$$m_{RL} = \sqrt{(4 \Omega)^2 + (8 \Omega)^2} \quad \boxed{m_{RL} = 8,94 \Omega}$$

$$\varphi = \arctan \frac{8 \Omega}{4 \Omega} \quad \boxed{\varphi = 63,43^\circ}$$

Goiko adarretik doan korrontearen balio efikaza kalkulatu dugu Ohmen legea aplikatuz.

$$I_{RL} = \frac{V_1}{X_{RL}} = \frac{220 \angle 0^\circ V}{8,94 \angle 63,43^\circ \Omega} \quad \boxed{I_{RL} = 3,46 \angle -63,43^\circ A}$$

Jarraian, beheko adarretik doan korrontearen balio efikaza kalkulatu dugu Ohmen legea aplikatuz. Horretarako, kontuan izan behar dugu -90° -ko desfasea sortzen duela kondentsadoreak.

$$I_C = \frac{V_1}{X_C} = \frac{220 \angle 0^\circ V}{6 \angle -90^\circ \Omega} \quad \boxed{I_C = 36,66 \angle 90^\circ A}$$

I_T adar bietako korronteen batura geometrikoa izango da. Horretarako modurik errazena eragiketarako modu aljebraikoan egitea izango dugu.

$$I_{RL} = 3,46 \angle -63,43^\circ A \Rightarrow I_{RL} = 3,46 \cdot \cos(-63,43^\circ) + j3,46 \cdot \sin(-63,43^\circ)$$

$$I_C = 36,66 \angle 90^\circ A \Rightarrow I_C = 36,66 \cdot \cos(90^\circ) + j36,66 \cdot \sin(90^\circ)$$

$$\vec{I}_T = \vec{I}_{RL} + \vec{I}_C = 1,54 - j3,09 + 0 + j36,66 \quad \boxed{I_T = 1,54 + j33,57 A}$$

- b) Kalkulatu potentzia aktiboaren, erreaktiboaren eta itxurazkoaren balioak, baita potentzia-faktorearena ere (P , Q , S , $\cos\varphi$). Marraztu potentzien triangelua

Trigonometriako arauak aplikatuko ditugu I_T kalkulatzeko errepresentazio polarrean.

$$m_{xT} = \sqrt{(1,54 \text{ A})^2 + (33,57 \text{ A})^2} \quad \boxed{m_{xT} = 33,6 \text{ A}}$$

$$\varphi = \arctan \frac{33,57 \text{ A}}{1,54 \text{ A}} \quad \boxed{\varphi = 87,37^\circ}$$

Potentzien balioak kalkulatzeko, tentsioa (V), intentsitatea (I) eta desfasea (φ) aldagaiak behar ditugu.

$$\text{Potentzia aktiboa: } P = V_1 \cdot I_{ef} \cdot \cos \varphi = 220 \text{ V} \cdot 33,6 \text{ A} \cdot \cos 87,37^\circ \quad \boxed{P = 339,2 \text{ W}}$$

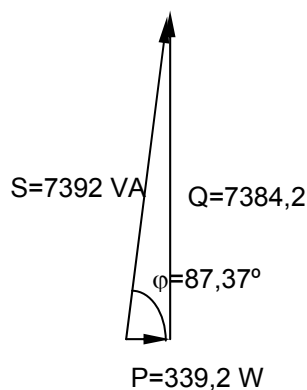
$$\text{Potentzia erreaktiboa: } Q = V_1 \cdot I_{ef} \cdot \sin \varphi = 220 \text{ V} \cdot 33,6 \text{ A} \cdot \sin 87,37^\circ \quad \boxed{Q = 7384,2 \text{ VAR}}$$

$$\text{Itxurazko potentzia: } S = V_1 \cdot I_{ef} = 220 \text{ V} \cdot 33,6 \text{ A} \quad \boxed{S = 7392 \text{ VA}}$$

Korrontearen eta tentsioaren arteko angelua lehendik dakigunez, potentzia-faktorea kalkulatzeko, aski dugu φ -ren kosinua kalkulatzearekin.

$$\text{Potentzia-faktorea: } \cos \varphi = \cos 87,37^\circ \quad \boxed{\cos \varphi = 0,04^\circ}$$

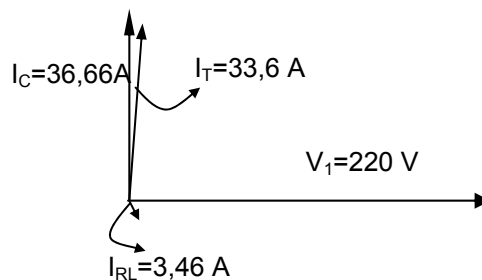
Balio guztiak kalkulatu ondoren, angeluak eta emaitzak diagrama bektorialean marraztuko ditugu.



2.7a. irudia.

c) **Marratzu tentsioaren eta korrontearen diagrama bektoriala, elikatze-tentsioa erreferentziatatzat hartuz.**

a) atalean kalkulatu ditugu bai korrontearen balioa, bai korrontearen eta tentsioaren arteko desfasea. Beraz, modu proportzionalen marratzu baino ez dugu egin behar.



2.7b. irudia.

d) **Kalkulatu zein diren harilaren eta kondentsadorearen balioak (C_1 , L_1)**

Erreaktanzien balioak erabiliz kalkula ditzakegu bai C_1 kondentsadorearen balioa, bai L_1 harilaren balioa.

$$X_{C1} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C_1} \Rightarrow C_1 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot X_{C1}} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 6 \Omega} \quad \boxed{C_1 = 530 \mu\text{F}}$$

$$X_{L1} = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_1 \Rightarrow L_1 = \frac{X_{L1}}{2 \cdot \pi \cdot f} = \frac{8 \Omega}{2 \cdot \pi \cdot 50 \text{ Hz}} \quad \boxed{L_1 = 325,4 \text{ mH}}$$

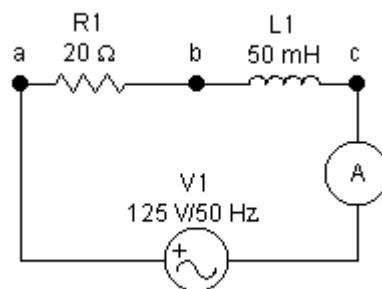
2.8. Kontaktore baten harilkatuak 20 Ω -eko erresistentzia eta 50 mH-ko autoindukzio-koefizientea ditu. Aplikatzen zaion tentsio sinusoidalaren ezaugarriak dira: 125 V eta 50 Hz.

- Marratzu zirkuitu baliokidea, eta jarri tresna egokia harilkatutik zenbat korronte pasatzen den neurtzeko.
- Zirkuitu baliokidea kontuan harturik, kalkulatu zenbat korronte pasatzen den erresistentziatik eta zenbat harilkatutik, eta zenbat tentsio daukan bakoitzak borneetan.
- Marratzu diagrama bektoriala, eta adierazi V eta I.

Datuak: $V_1=125 \text{ V}/50 \text{ Hz}$; $R_1=20 \Omega$ eta $L_1= 50 \text{ mH}$.

- a) **Marraztu zirkuitu baliokidea, eta jarri tresna egokia harilkatutik zenbat korronte pasatzen den neurtzeko**

Zirkuitu baliokidea marrazteko, kontuan izango dugu hiru osagai daudela. Normalean, harilkatuek barneko erresistentzia bat izan ohi dute seriean (kasu honetan, modu ez-zuzenean adierazten digute, korronte bakarra aipatzen baitute). Gainera, korrontea neurtzeko, amperemetroa erabili behar dugu nahitaez, eta tresna hori seriean konektatu behar dugu beti.



2.8a. irudia.

- b) **Zirkuitu baliokidea kontuan harturik, kalkulatu zenbat korronte pasatzen den erresistentziatik eta zenbat harilkatutik, eta zenbat tentsio daukan bakoitzak borneetan**

Korrontea kalkulatzeko, lehenengo eta behin, zirkuitu osoaren erreaktantzia (X_T) kalkulatu beharko dugu. Horretarako, R_1 erresistentzia eta L_1 harila seriean konektatuta daudenez gero, osagai bakoitzaren erreaktantiaren balioak kalkulatuko ditugu.

$$X_{L1} = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_1 = 2 \cdot \pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 50 \cdot 10^{-3} \text{ Hz} \quad \boxed{X_{L1} = 15,7 \Omega}$$

Erreaktantzia bien arteko desfasea 90° -koa denez, trigonometriaren bidez kalkulatu dugu modulua.

$$X_T = \sqrt{(R_1)^2 + (X_{L1})^2} = \sqrt{(20 \Omega)^2 + (15,7 \Omega)^2} \quad \boxed{X_T = 25,42 \Omega}$$

$R_1 = 20 \Omega$

Korrontearen balio efikaza kalkulatzeko, Ohmen legea aplikatu behar dugu.

$$I = \frac{V}{R} \Rightarrow I_{ef} = \frac{V_1}{X_T} = \frac{125 \text{ V}}{25,42 \Omega} \quad \boxed{I_{ef} = 4,91 \text{ A}}$$

Harilean zenbateko tentsioa erortzen den kalkulatzeko (V_L), kontuan izan behar dugu, R_1 erresistentzia eta L_1 harila seriean konektatuta daudenez, zirkuituari ezarritako tentsioa bi osagaien artean banatuko dela. Gainera, osagai bietatik korrante berbera igaroko da, bide bakarra baitauka.

$$V_L = X_{L1} \cdot I_{ef} = 15,7 \, \Omega \cdot 4,91 \, A \quad \boxed{V_L = 77,18 \, V}$$

Erresistentzian zenbateko tentsioa erortzen den kalkulatzeko (V_R), aurreko atalean azaldutako prozedura jarraituko dugu.

$$V_R = X_{R1} \cdot I_{ef} = 20 \, \Omega \cdot 4,91 \, A \quad \boxed{V_R = 98,31 \, V}$$

OHARRA: Badaezpada, ondo dagoen ala ez egiaztatzeko, bektorialki kalkulatu dugu sarre-rako tentsioaren balioa.

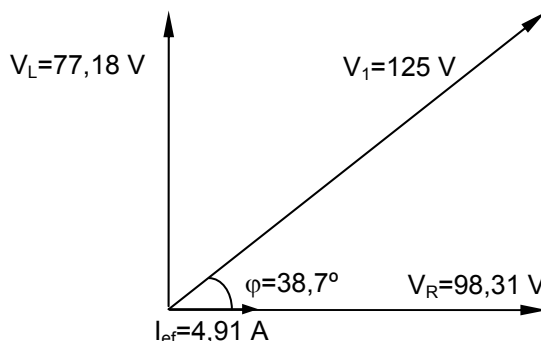
$$V_1 = \sqrt{(V_R)^2 + (V_L)^2} = \sqrt{(98,31 \, V)^2 + (77,18 \, V)^2} = 124,98 \, V \approx 125 \, V$$

c) Marraztu diagrama bektoriala, eta adierazi V eta I

Tentsioaren eta korrontearen arteko φ desfasea kalkulatzeko, erreaktantzien triangelua izango dugu kontuan, eta trigonometriako arauak aplikatuko dizkiogu.

$$\varphi = \arctan \frac{X_{L1}}{X_{R1}} = \arctan \frac{15,7 \, \Omega}{20 \, \Omega} \quad \boxed{\varphi = 38,7^\circ}$$

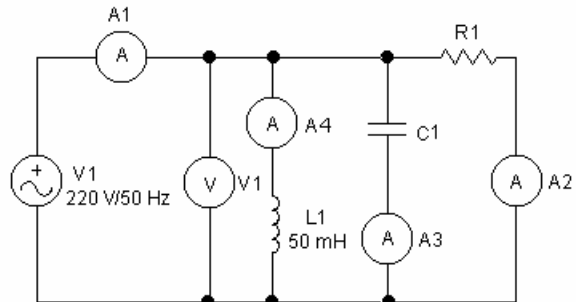
R_1 erresistentziak desfaserik sortzen ez duenez gero, erreferentzia moduan hartuko dugu.



2.8b. irudia.

2.9. Beheko irudiko zirkuituan egindako neurketetatik, hauexek dakizkigu: $A_2=1$ A eta $A_3= 2$ A. Elikatze-iturriak sortzen duen seinalea $220\sqrt{2}$ V eta 50 Hz-ekoa da. Halaber, L_1 harilaren autoindukzio-koefizientea 50 mH-koa da. Kalkulatu:

- Zenbat neurtzen duen voltmetroak.
- Zein diren R_1 erresistentziaren eta C_1 kondentsadorearen balioak.
- Zein balio irakurriko duen A_4 anperemetroak.
- Zein balio irakurriko duen A_1 anperemetroak.



2.9. irudia.

Datuak: $A_2=1$ A, $A_3= 2$ A, $V_1=220\sqrt{2}$ V, $f=50$ Hz eta $L_1=50$ mH.

a) Zenbat neurtzen duen voltmetroak

Jakina da voltmetroa paraleloan konektatu behar dugula tentsioa neurtu nahi diogun osagaiarekin. Kasu honetan, elikatze-iturriak seinale sinusoidala (beraz, alternoa) sortzen duenez gero, tentsio alternoa neurtzeko moduan ezarri beharko dugu voltmetroa. Horrela, tentsioaren balio efikaza irakurriko dugu. Datuen arabera, elikatze-iturriak sortzen duen tentsioaren balioa $220\sqrt{2}$ V-ekoa dela adierazten dutenez, horixe izango da seguruenik seinalearen balio maximoa. Ondorioz, irakurriko dugun tentsioaren balioa:

$$V_1 = V_{ef} = \frac{V_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{220\sqrt{2} V}{\sqrt{2}} \quad \boxed{V_1 = V_{ef} = 220 V}$$

b) Zein diren R_1 erresistentziaren eta C_1 kondentsadorearen balioak

R_1 erresistentziaren eta C_1 kondentsadorearen balioak zein diren kalkulatzeko, Ohmen legean oinarrituko gara. R_1 erresistentziaren balioa kalkulatzeko, kontuan hartu beharko dugu haren borneetan agertzen den tentsioa elikatze-iturriaren bera izango dela, eta hortik igarotzen den korronea, berriz, A_2 anperemetroak neurtzen duena.

$$R = \frac{V}{I} \Rightarrow R_1 = \frac{V_{V1}}{I_{A2}} = \frac{220 V}{1 A} \quad \boxed{R_1 = 220 \Omega}$$

X_C erreaktantziaren balioa kalkulatzeko, lehen egin dugun legez arituko gara oraingoan ere; kasu honetan,

$$R = \frac{V}{I} \Rightarrow X_C = \frac{V_1}{I_{A3}} = \frac{220 \text{ V}}{2 \text{ A}} \quad \boxed{X_C = 110 \Omega}$$

Hurrengo pausoa da, behin X_C erreaktantziaren balioa jakinda, C_1 kondentsadorearen balioa kalkulatzea.

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot X_C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 110 \Omega} \quad \boxed{C_1 = 28,93 \mu\text{F}}$$

c) Zein balio irakurriko duen A4 anperemetroak

A4 anperemetroa L harila dagoen adarrean kokatuta dago. Hortik zenbateko korrontea igarotzen den kalkulatzeko, lehenengo eta behin, X_L harilaren erreaktantzia kalkulatu dugu, eta gero Ohmen legean oinarrituko gara hortik zenbat korrontea igarotzen den kalkulatzeko.

$$X_L = \omega L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 50 \cdot 10^{-3} \text{ H} \quad \boxed{X_L = 15,7 \Omega}$$

$$I = \frac{V}{R} \Rightarrow I_{A4} = \frac{V_1}{X_L} = \frac{220 \text{ V}}{15,7 \Omega} \quad \boxed{I_{A4} = 14 \text{ A}}$$

d) Zein balio irakurriko duen A1 anperemetroak

A1 anperemetroak neurtuko du zenbateko korrontea osoa sortzen duen elikatze-iturriak. Zirkuituak hiru adar paralelo dituzenez gero, adarretan banatutako hiru korrontek bektorialki batu beharko ditugu, modurik errazenean kalkulatzeko.

$$I_{A1} = \vec{I}_{A2} + \vec{I}_{A3} + \vec{I}_{A4} = 1 \text{ A} - j2 \text{ A} + j14 \text{ A} \quad \boxed{I_{A1} = 1 + j12 \text{ A}}$$

Baina anperemetroak alde erreala eta irudikaria bereizten ez dituzenez, moduluen balioa kalkulatu beharko dugu, horixe irakurriko baitu.

$$I_{A1} = \sqrt{(1 \text{ A})^2 + (14 \text{ A})^2} \quad \boxed{I_{A1} = 14,03 \text{ A}}$$

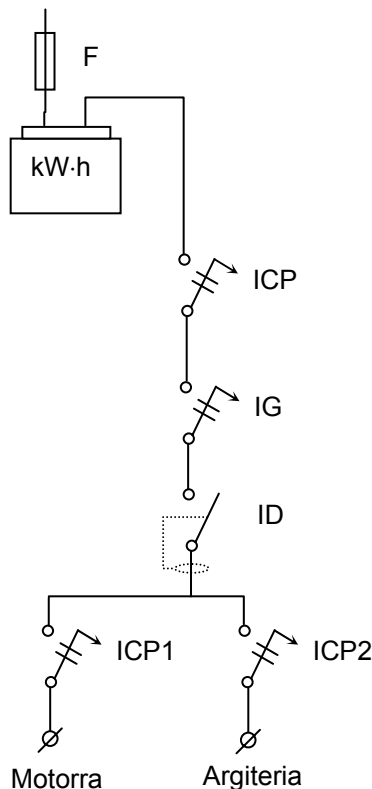
Laguntzak

2.10. Instalazio elektriko bat ondorengo hargailuek osatzen dute:

- ✓ Motor bat (220 V, 2 ZP eta $\cos\varphi= 0,6$)
 - ✓ Argiztatzeko hiru goritasun-lanpara (220 V eta 100 W-koa bakoitza)
- a) Marraztu instalazioaren hari bakarreko eskema. Bertan, honako osagai hauek agertu behar dira: fusible orokorra, energia neurtzeko kontadorea, ICP-a, diferentziala eta bi PIA. Azaldu osagai bakoitzaren betebeharra.
 - b) Kalkulatu instalazioaren potentzia aktiboa, erreaktiboa eta itxurazkoa. Horrez gain, kalkulatu zenbateko korrontea igarotzen den hargailu guztietan barrena.
 - c) Kalkulatu energia aktiboa eta erreaktiboa hargailuek 10 ordu funtzionatzen egon ondoren; gero, marraztu potentzien triangelua. Zein izango da kontadorearen neurketa 10 ordu horien ondoren?
 - d) Nola hobetuko zenuke potentzi faktorea? Adierazi eskema baten bidez.

Datuak: Motorra: ($V=220\text{ V}$; $P_{M1}=2\text{ ZP}$ eta $\cos\varphi= 0,6$), 3 goritasun-lanpara ($V=220\text{ V}$ eta $P_L=100\text{ W}$) eta $t=10$ ordu.

- a) **Marraztu instalazioaren hari bakarreko eskema. Osagai hauek agertu behar dute: fusible orokorra, energia neurtzeko kontadorea, ICPa, diferentziala eta bi PIA. Azaldu osagai bakoitzaren betebeharra**



2.10a. irudia.

Sarrerako fusiblea erabiltzen da energia banatzen duen instalazioa babesteko bezero edo erabiltzailearen instalazioko zirkuitulaburretatik.

Kontadorea energia kontatzeko erabiltzen da.

ICPa PIA bezalako magnetotermikoa da. Haren zeregina da erabiltzaileak kontratatuta daukan energia mugatzea (etxean tresna elektriko ugari konektatzen ditugunean salto egiten duena da, hain zuzen ere).

Etengailu diferentziala (ID) erabiltzen da korrontearen galeratik edo deribazio arriskutsuetatik babesteko (pertsonek babesten gaituena, azken finean).

PIA etengailu magnetotermikoak erabiltzen dira zirkuitua atal independentetan banatzeko. Gainintentsitate eta zirkuitulaburretatik babesteko osagaia da.

- b) Kalkulatu instalazioaren potentzia aktiboa, erreaktiboa eta itxurazkoa. Horrez gain, kalkulatu zenbateko korrontea igarotzen den hargailu guztietan barrena.**

Instalazio osoaren potentzia aktiboa kalkulatzeko, osagai guztien potentziak batuko ditugu.

$$P_T = \sum P = P_{M1} + P_{L1} + P_{L2} + P_{L3} = 2 ZP \cdot 736 ZP/W + 100 W + 100 W + 100 W$$

$$\boxed{P_T = 1772 W}$$

Enuntziatuak ez du aipatzen goritasun-lanparen potentzia-faktorerik; ondorioz, suposa dezakegu erresistentzia hutsak direla, eta ez dutela ez potentzia erreaktiborik ez eta itxurazko potentziarik ere xurgatzen.

Ondoren, motorraren itxurazko potentzia kalkulatu dugu potentzia aktiboan oinarrituta.

$$P_{M1} = S_{M1} \cdot \cos \varphi \Rightarrow S_{M1} = \frac{P_{M1}}{\cos \varphi} = \frac{1772 W}{0,6} \quad \boxed{S_{M1} = 2953,3 VA}$$

Motorraren itxurazko potentzia zenbatekoa den jakinda, trigonometriako arauak erabiliko ditugu, bai angelua zein den jakiteko, bai angeluaren sinua zenbatekoa den jakiteko.

$$\cos \varphi = 0,6 \Rightarrow \varphi = \arccos 0,6 \quad \boxed{\varphi = 53,72^\circ}$$

$$\sin \varphi = \sin 53,12^\circ \quad \boxed{\sin \varphi = 0,8}$$

Jarraian, motorraren potentzia erreaktibo kalkulatu dugu.

$$Q_{M1} = S_{M1} \cdot \sin \varphi = 2953,3 \text{ VA} \cdot 0,8 \quad \boxed{Q_{M1} = 2362,6 \text{ VAR}}$$

Potentzia aktibo totala kalkulatu dugun bezalaxe kalkulatu dugu instalazio osoaren potentzia erreaktibo, kontuan izanez goritasun-lanparek ez dutela potentzia erreaktiborik xurgatzen.

$$Q_T = \sum Q = Q_{M1} + Q_{L1} + Q_{L2} + Q_{L3} = 2362,6 \text{ VAR} + 0 \text{ VAR} + 0 \text{ VAR} + 0 \text{ VAR} \quad \boxed{Q_T = 2362,6 \text{ VAR}}$$

Instalazio osoaren itxurazko potentzia kalkulatu dezakegu potentzien triangelutik abiatuta, trigonometriako arauekin.

$$S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2} = \sqrt{(2953,3 \text{ W})^2 + (2362,6 \text{ VAR})^2} \quad \boxed{S_T = 2540,55 \text{ VA}}$$

Instalazio osoaren itxurazko potentzia zein den jakinda, kalkulatu dezakegu zenbat korrante igarotzen den zirkuitutik.

$$S_T = V \cdot I_T \Rightarrow I_T = \frac{S_T}{V} = \frac{2540,55 \text{ VA}}{220 \text{ V}} \quad \boxed{I_T = 11,54 \text{ A}}$$

- c) **Kalkulatu energia aktiboa eta erreaktibo hargailuak 10 ordu funtzionatzen egon ondoren; gero, marraztu potentzien triangelua. Zein izango da kontadorearen neurketa 10 ordu horien ondoren?**

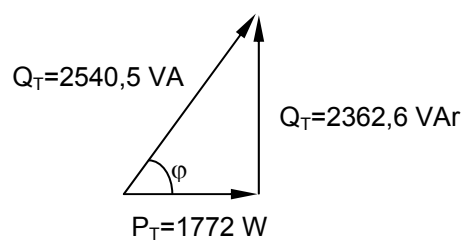
Kontadore elektrikoak itxurazko potentzia neurtzen du (horixe ordaintzen dugu, hain justu, fakturan batera). Baina benetan, bestea erabiltzen dugu; hots, energia aktiboa da eraginkorra.

$$E_P = P_T \cdot t = 1772 \text{ W} \cdot 10 \text{ h} \quad \boxed{E_P = 17,72 \text{ kWh}}$$

$$E_S = S_T \cdot t = 2540,55 \text{ VA} \cdot 10 \text{ h} \quad \boxed{E_S = 25,4 \text{ VAh}}$$

$$E_Q = Q_T \cdot t = 2362,6 \text{ VAR} \cdot 10 \text{ h} \quad \boxed{E_Q = 23,62 \text{ VARh}}$$

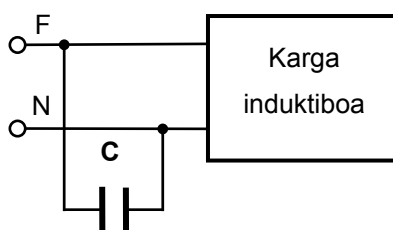
Kalkulatu ditugun datu horiekin, interpretazio hau egin dezakegu: benetan 17,72 kW-h-ko energia erabili dugula, baina 25,4 kW-h-koa ordaindu dugula.



2.10b. irudia.

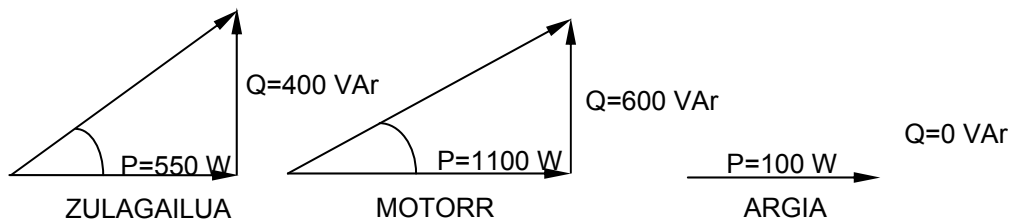
c) **Nola hobetuko zenuke potentzia-faktorea? Adierazi eskema baten bidez**

Potentzia-faktorea hobetzeko, sistema monofasikoa denez, instalazio elektrikoaren sarreran kondentsadore bakarra edo batera ezartzen da borneekin paralelo. Horrela, ondo funtzionatzeko energia erreaktiboa behar duten osagai guztiek (motorrak, transformadoreak...) ziklo-laudenean xurgatzen duten potentzia erreaktiboa, hurrengo ziklo-laudenean sare elektrikora itzuli beharrean, kondentsadore(et)an gordetzen da, jarraian datorren ziklo-laudenean kondentsadore(eta)tik jasotzeko.



2.10c. irudia.

- 2.11. 220 V eta 50 Hz-eko tentsio monofasikoaz elikatzen da lantegi baten instalazioa. Beheko irudian, instalazioa osatzen duten potentzia-triangeluak (motorra, argiteria eta zulagailua) agertzen dira. Kalkulatu:
- Zein korrante xurgatzen duen lantegiko zirkuitu bakoitzak.
 - Zein den lantegi osoaren potentzia-faktorea.
 - Lantegiko instalazio elektrikoaren sarreran 50 μ F-eko kondentsadore multzo bat konektatzen bada, zein izango den instalazioaren potentzia-faktore berria.
 - Adierazi zein korrante aldatu diren egoera berri horretan.



2.11. irudia.

Datuak: $V_1=220$ V/50 Hz; $P_Z=550$ W; $Q_Z=400$ VAr; $P_M=1100$ W; $Q_M=600$ VAr; $P_A=100$ W eta $Q_A=0$ VAr.

a) Zein korrante xurgatzen duen lantegiko zirkuitu bakoitzak

Korronteak kalkulatzeko, zirkuitu bakoitzaren itxurazko potentzia kalkulatu dugu, eta horrekin, korrante bakoitza.

$$S_M = \sqrt{P_M^2 + Q_M^2} = \sqrt{(1100 \text{ W})^2 + (600 \text{ VAr})^2} \quad \boxed{S_M = 1253 \text{ VA}}$$

$$S_A = \sqrt{P_A^2 + Q_A^2} = \sqrt{(100 \text{ W})^2 + (0 \text{ VAr})^2} \quad \boxed{S_A = 100 \text{ VA}}$$

$$S_Z = \sqrt{P_Z^2 + Q_Z^2} = \sqrt{(550 \text{ W})^2 + (400 \text{ VAr})^2} \quad \boxed{S_Z = 680 \text{ VA}}$$

$$S_M = V \cdot I_M \Rightarrow I_M = \frac{S_M}{V} = \frac{1253 \text{ VA}}{220 \text{ V}} \quad \boxed{I_M = 5,7 \text{ A}}$$

$$S_A = V \cdot I_A \Rightarrow I_A = \frac{S_A}{V} = \frac{100 \text{ VA}}{220 \text{ V}} \quad \boxed{I_A = 0,45 \text{ A}}$$

$$S_Z = V \cdot I_Z \Rightarrow I_Z = \frac{S_Z}{V} = \frac{680 \text{ VA}}{220 \text{ V}} \quad \boxed{I_Z = 3 \text{ A}}$$

b) Zein den lantegi osoaren potentzia-faktorea

Hainbat hargailu elikadura berdinerara konektatzen direnean, potentzia mota bakoitzaren guztizkoa kalkulatzeko, batu egiten dira bai potentzia aktiboak, bai potentzia erreaktiboak.

$$P_T = \sum P = P_M + P_A + P_Z = 1100 \text{ W} + 100 \text{ W} + 550 \text{ W} \quad \boxed{P_T = 1750 \text{ W}}$$

$$Q_T = \sum Q = Q_M + Q_A + Q_Z = 600 \text{ VAR} + 0 \text{ VAR} + 400 \text{ VAR} \quad \boxed{Q_T = 1000 \text{ VAR}}$$

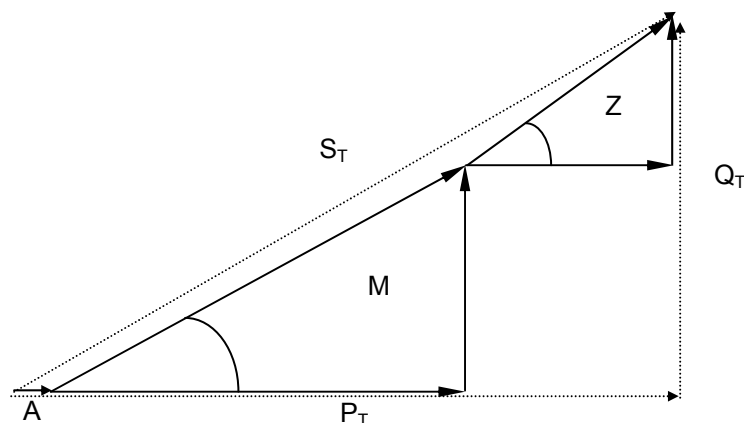
Itxurazko potentzia potentzien triangelutik abiatuta kalkula dezakegu, trigonometriako arauekin.

$$S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2} = \sqrt{(1750 \text{ W})^2 + (1000 \text{ VAR})^2} \quad \boxed{S_T = 2015,5 \text{ VA}}$$

Datu horiekin, potentzia-faktorea kalkula dezakegu.

$$P_T = S_T \cdot \cos \varphi_T \Rightarrow \cos \varphi_T = \frac{P_T}{S_T} = \frac{1750 \text{ W}}{2015,5 \text{ VA}} \quad \boxed{\cos \varphi_T = 0,86}$$

Angelua eta itxurazko potentzia osoaren balioak grafikoki ere kalkula genitzakeen, potentziak proportzionalki marraztuta, azpiko irudian agertzen den moduan.

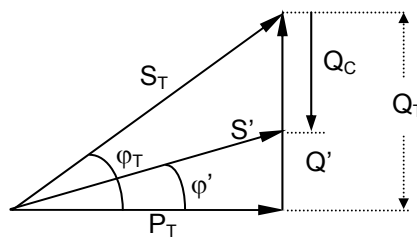


2.11a. irudia.

- c) Lantegiko instalazio elektrikoaren sarreran 50 μF -eko kondentsadore multzo bat konektatzen bada, zein izango den instalazioaren potentzia-faktore berria

Kondentsadore multzoa jartzen denean, zirkuitu osoaren itxurazko potentzia gutxitu egiten da (P_T potentzia aktiboaren balioak berdin segitzen du, eta irudiko Q' geratzen da). Horren ondorioz, potentzia-faktore berria $\cos\varphi'$ izango da.

Kalkuluak egiteko, lehenengo eta behin, kondentsadorearen erreaktantiaren balioa ebatziko dugu.



2.11b. irudia.

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 50 \cdot 10^{-6} \text{ F}} \quad X_C = 63,6 \hat{\Omega}$$

Jarraian, Ohmen legea aplikatuz, kalkulatu dugu zenbateko korronea igarotzen den kondentsadorean.

$$I_C = \frac{V_C}{X_C} = \frac{220 \text{ V}}{63,66 \text{ A}} \quad \boxed{I_C = 3,45 \text{ A}}$$

Korrontearen balioa zein den jakinda, kalkula dezakegu zenbateko potentzia erreaktiboa xurgatzen duen kondentsadoreak.

$$Q_C = V_C \cdot I_C = 220 \text{ V} \cdot 3,45 \text{ A} \quad \boxed{Q_C = 760,26 \text{ VAR}}$$

Zirkuituaren potentzia aktiboaren balioak berdin jarraituko duenez, trigonometrikoki kalkula dezakegu angeluaren balioa.

$$Q_C = P_T \cdot (\tan \varphi_T - \tan \varphi') \Rightarrow \tan \varphi' = \tan \varphi_T - \frac{Q_C}{P_T}$$

φ_T angeluaren balioa b) atalean ebatzitako emaitzatik (potentzia-faktorea) lortuko dugu.

$$\cos \varphi_T = 0,86 \Rightarrow \varphi_T = \arccos 0,86 \quad \boxed{\varphi_T = 29,75^\circ}$$

$$\tan \varphi' = \tan \varphi_T - \frac{Q_C}{P_T} = \tan 29,75^\circ - \frac{760,26 \text{ VAR}}{1750 \text{ W}} \quad \boxed{\tan \varphi = 0,137}$$

$$\varphi' = \arctan 0,137 \quad \boxed{\varphi = 7,8^\circ}$$

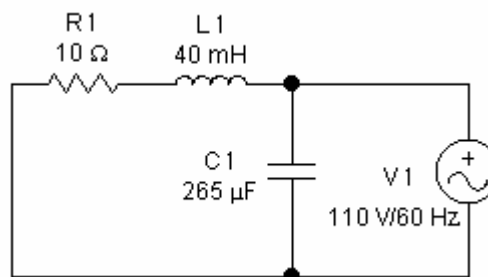
$$\cos \varphi' = \cos 7,8^\circ \quad \boxed{\cos \varphi = 0,99}$$

d) Adierazi zein korronte aldatu diren egoera berri horretan

Potentzia erreaktiboa daukaten osagai guztietan nabaritu da kondentsadorearen eragina. Lantegi honetan, argiztatzeko zirkuituan izan ezik (ez baitauka potentzia erreaktiborik), gainerako zirkuitu guztietan izango du eragina. Beraz, korronte osoan, motorren korrontean eta zulagailuaren korrontean izango du eragina kondentsadore multzoak.

2.12. Alboko irudia kontuan izanda:

- a) Kalkulatu zenbateko korronteak zeharkatzen duen zirkuituko adar bakoitza.
- b) Marraztu korronte horien diagrama fasoriala.
- c) Kalkulatu zenbateko potentzia aktiboa eta erreaktiboa sortzen dituen tentsio-iturriak.
- d) Zein izan beharko luke kondentsadorearen balioak haren potentzia erreaktiboaren modulua eta harilarena berdinak izateko?



2.12. irudia.

Datuak: $V_1=110 \text{ V}/60 \text{ Hz}$, $R_1=10 \Omega$, $L_1= 40 \text{ mH}$ eta $C_1=265 \mu\text{F}$.

a) Kalkulatu zenbateko korronteak zeharkatzen duen zirkuituko adar bakoitza.

Zirkuitu honetan bi adar (bata, kondentsadorean, eta bestea, erresistentzian eta harilean zeharrekoa) daudenez, bi balio kalkulatu beharko ditugu. Korrontea kalkulatzeko, Ohmen legean oinarrituko gara. Kondentsadorearen adarreko korrontea kalkulatu baino lehen, X_C erreaktantzia kapazitiboaren balioa lortuko dugu.

$$X_C = -j \frac{1}{\omega \cdot C} = -j \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C} = -j \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 60 \text{ Hz} \cdot 265 \cdot 10^{-6} \text{ F}} \quad \boxed{X_C = -j10 \Omega}$$

Erreaktantiaren balioa kalkulatu ondoren, Ohmen legea aplikatuko dugu.

$$I = \frac{V}{R} \Rightarrow I_C = \frac{V}{X_C} = \frac{110 \text{ V}}{10 \Omega} \quad \boxed{I_C = -j11 \text{ A}}$$

Bigarren adarrean, R_1 eta L_1 daude seriean konektatuta; aurrekoan bezala, lehenengo, erreaktantiaren balioa kalkulatu dugu.

$$X_{RL} = R + j\omega \cdot L = R + j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L = 10 + j2 \cdot \pi \cdot 60 \text{ Hz} \cdot 40 \cdot 10^{-3} \text{ H} \quad \boxed{X_{RL} = 10 + j15,07 \Omega}$$

Erreaktantiaren balioa kalkulatu ondoren, Ohmen legea aplikatuko dugu.

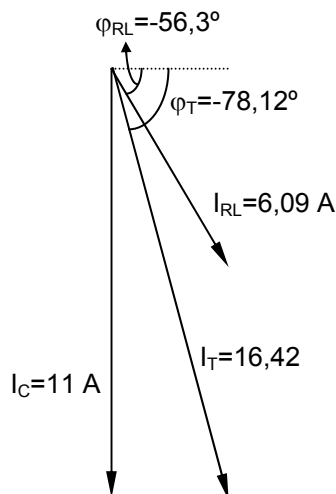
$$I = \frac{V}{R} \Rightarrow I_{RL} = \frac{V}{X_{RL}} = \frac{110 \text{ V}}{10 + j15,07 \Omega}$$

Eragiketa hori matematikoki ezin denez zuzenean egin, izendatzailearen konjokatuaz biderkatu ditugu izendatzailea eta zenbakitzailea.

$$I_{RL} = \frac{110}{10 + j15,07} \cdot \frac{(10 - j15,07)}{(10 - j15,07)} = \frac{1100 - j1650}{100 + 225} \quad \boxed{I_{RL} = 3,38 - j5,07 \Omega}$$

b) Marraztu korrante horien diagrama fasoriala

Korronteen diagrama marrazteko, moduluak eta argumentuak kalkulatu ditugu, errepresentazio polarrean marraztu ahal izateko.



2.12b. irudia.

$$m_{IRL} = \sqrt{(3,38)^2 + (-5,07)^2} = 6,09$$

$$\varphi_{IRL} = \arctan \frac{-5,07}{3,38} = -56,3^\circ$$

$$m_{IT} = \sqrt{(3,38)^2 + (-16,07)^2} = 16,42$$

$$\varphi_{IT} = \arctan \frac{-16,05}{3,38} = -78,12^\circ$$

c) Kalkulatu zenbateko potentzia aktiboa eta erreaktiboa sortzen dituen tentsio-iturriak

Aurreko atalean kalkulatu ditugunez, intentsitate totalaren moduluak eta argumentuak kalkulatzeko, potentzien formulak aplikatu baino ez dugu egin behar.

$$Q_T = V \cdot I_T \cdot \sin \varphi_T = 110V \cdot 16,42A \cdot \sin 78,12^\circ \quad \boxed{Q_T = 1767,5 \text{ VAR}}$$

$$P_T = V \cdot I_T \cdot \cos \varphi_T = 110V \cdot 16,42A \cdot \cos 78,12^\circ \quad \boxed{P_T = 371,8 \text{ VAR}}$$

- d) Zein izan beharko luke kondentsadorearen balioak haren potentzia erreaktiboaren modulua eta harilarena berdinak izateko?

Harilak xurgatzen duen potentzia erreaktiboak kalkulatu dugu I_{RL} korrontearen moduluan oinarrituta.

$$Q_{L1} = X_{L1} \cdot (I_{RL})^2 = 15,07 \, \Omega \cdot (6,09 \, A)^2 \quad \boxed{Q_{L1} = 558,91 \, VAR}$$

Kondentsadorearen erreaktantiaren eta elikadurako tentsioaren menpe jarri beharko dugu potentziaren formula matematikoa.

$$Q_{L1} = Q_{C1} \Rightarrow Q_{C1} = X_{C1} \cdot (I_{C1})^2 = X_{C1} \cdot \left(\frac{V_1}{X_{C1}} \right)^2 = \frac{(V_1)^2}{X_{C1}} \Rightarrow X_{C1} = \frac{(V_1)^2}{Q_{C1}} = \frac{(110 \, V)^2}{558,91 \, VAR}$$

$$\boxed{X_{C1} = 21,64 \, \Omega}$$

Kondentsadorearen erreaktantiaren balioarekin, berehala kalkula dezakegu zenbatekoa izango den kondentsadorea bera.

$$X_{C1} = \frac{1}{\omega \cdot C_1} \Rightarrow C_1 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot X_{C1}} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 60 \, Hz \cdot 21,64 \, \Omega} \quad \boxed{C_1 = 122,5 \, \mu F}$$

2.13. 220 V eta 50 Hz-eko tentsio alterno

sinusoidala duen zirkuitu batean, bi elementu konektatu dira seriean: bata, $L = 0,1$ H-ko haril ideala (erresistentziarik gabekoa); eta bestea, $40 \, \mu F$ -eko kondentsadorea.

- Marrastu eskema, eta adierazi bertan zirkuitutik pasatzen den korrontea eta kondentsadorearen tentsioa ezagutzeko neurgailu aproposak.
- Kalkulatu korronte horren intentsitatea.
- Marrastu tentsioaren eta korrontearen diagrama, eta kalkulatut haien balioak.

2.13. irudia.

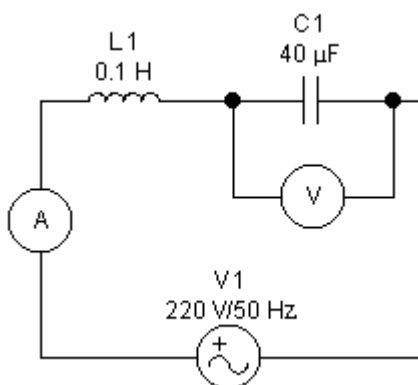
Datuak: $V_1 = 220 \, V / 50 \, Hz$, $L_1 = 0,1 \, H$ eta $C_1 = 40 \, \mu F$.

a) **Marraztu eskema eta adierazi bertan zirkuitutik pasatzen den korrontea eta kondentsadorearen tentsioa ezagutzeko neurgailu aproposak**

Anperemetroa seriean konektatu behar denez gero, eta gainera zirkuituko hiru elementuak ere seriean konektatuta daudenez, amperemetroa edozein lekutan tartekatuko dugu, korronteak bide bakarra baitauka igarotzeko.

Voltmetroa, berriz, paraleloan konektatu behar dugu beti tentsioa neurtu nahi diogun osagaia-ekin: kasu honetan, kondentsadorearekin konektatuko dugu paraleloan.

Ez ahaztu amperemetroa eta voltmetroa AC (alternoan) moduan funtzionatzeko ezarri behar ditugula, neurri faltsurik ez irakurtzeko.



2.13a. irudia.

b) **Kalkulatu korronte horren intentsitatea**

Intentsitatea kalkulatzeko, Ohm-en legean oinarrituko gara. Horretarako, lehenengo eta behin, L harilaren eta C kondentsadorearen erreaktantziak kalkulatuko ditugu.

$$X_{L1} = \omega \cdot L_1 = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_1 = 2 \cdot \pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 0,1 \text{ H} \quad \boxed{X_{L1} = j3,14 \Omega}$$

$$X_{C1} = \frac{1}{\omega \cdot C_1} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C_1} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 40 \cdot 10^{-6} \text{ F}} \quad \boxed{X_{C1} = -j79,43 \Omega}$$

Seriean konektatuta daudenez, erreaktantzia osoa honela kalkulatuko dugu:

$$X_T = X_{L1} + X_{C1} = j3,14 \Omega + (-j79,57 \Omega) \quad \boxed{X_T = -j76,43 \Omega}$$

Emaitza horrekin, Ohmen legea aplikatuz, intentsitatearen balioa kalkula dezakegu.

$$I_T = \frac{V}{X_T} = \frac{220 \angle 0^\circ \text{ V}}{76,43 \angle -90^\circ \text{ A}} \quad \boxed{I_T = 2,87 \angle 90^\circ \text{ A}}$$

Beraz, zirkuitu osoak korrontea 90° aurreratzen du tentsioarekiko.

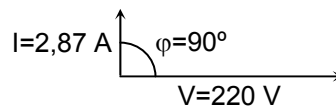
c) Marraztu tentsioaren eta korrontearen diagrama, eta kalkulatu haien balioak

Ezer marraztu orduko, tentsio eta korronte guztien balioak kalkulatuko ditugu. Korronteari dagokionez, a) atalean aipatu dugun moduan, bide bakarra dauka; eta ondorioz, L_1 harila eta C_1 kondentsadorea zeharkatzen dituen korrontea berbera izango da. Tentsioari dagokionez, berriz, harilkatuan eta kondentsadorean banatuko da elikadurarena.

Tentsioen balioak kalkulatzeko, Ohmen legea aplikatu behar dugu berriro.

$$V_{C1} = X_{C1} \cdot I_T = 79,57 \angle -90^\circ \Omega \cdot 2,87 \angle 90^\circ \text{ A} \quad \boxed{V_{C1} = 228 \angle 90^\circ \text{ V}}$$

$$V_{L1} = X_{L1} \cdot I_T = 3,14 \angle 90^\circ \Omega \cdot 2,87 \angle 90^\circ \text{ A} \quad \boxed{V_{L1} = 8 \angle 90^\circ \text{ V}}$$



2.13b. irudia.

Badaezpada, emaitzak zuzenak direla egiaztatuko dugu trigonometrikoki.

$$V_1 = V_{C1} + V_{L1} = 228V - 8V \approx 220V$$

Beraz, ondo dago.

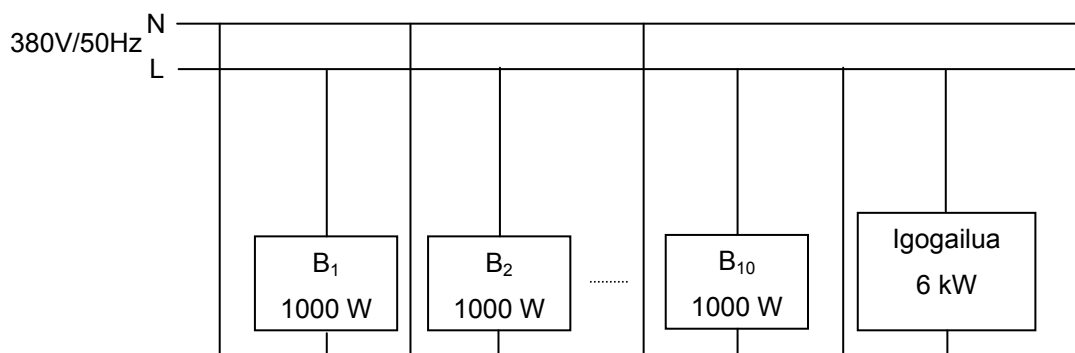
2.14. Baserri bat 380 V eta 50 Hz-eko linea monofasiko batetik elikatzen da. Baserrian 1000 W-eko 10 berogailu elektriko daude, eta karga-igogailu bat (6 kW eta $\cos \varphi = 0,6$).

- Marraztu instalazioaren eskema.
- Kalkulatu zirkuituko itxurazko potentzia eta potentzia-faktorea.
- Kalkulatu lineako korrontea eta zenbat pasatzen den karga bakoitzetik.
- Potentzia-faktore berria 0,95ekoa izatea nahi bada, kalkulatu jarri beharreko kondentsadore-bateriaren balioa.

Datuak: $V_1=380$ V/50 Hz; $P_B=1000$ W; $P_I=6$ kW eta $\cos\varphi_I=0,6$.

a) Marraztu instalazioaren eskema

Nahiz eta errealitatean nahitaezkoak diren instalazioetan, marraztu dugun eskeman ez dugu jarri babeseko elementurik (fusiblea, ICP, diferentziala, PIA, kontadorea...), elementu horiek ez baitaude eraginik egin behar ditugun kalkuluetan.



2.14a. irudia.

b) Kalkulatu zirkuituko itxurazko potentzia eta potentzia-faktorea

Hainbat argailu elikadura berdinerara konektatzen direnean, potentzia aktiboak eta potentzia erreaktiboak batu egiten dira potentzia mota bakoitzaren guztizkoa kalkulatzeko.

$$P_T = \sum P = P_1 + P_2 + \dots + P_{10} + P_I = 1 \text{ kW} + 1 \text{ kW} + \dots + 1 \text{ kW} + 6 \text{ kW} \quad \boxed{P_T = 16 \text{ kW}}$$

Berogailuek ez daukate potentzia erreaktiborik, baina igogailuak bai. Beraz, igogailuaren itxurazko potentzia eta angelua kalkulatuko ditugu lehenengo eta behin.

$$P_I = S_I \cdot \cos \varphi_I \Rightarrow S_I = \frac{P_I}{\cos \varphi_I} = \frac{6000 \text{ W}}{0,6} \quad \boxed{S_I = 10000 \text{ VA}}$$

$$\cos \varphi_I = 0,6 \Rightarrow \varphi_I = \arccos 0,6 \quad \boxed{\varphi_I = 53,13^\circ}$$

Balio horiekin, igogailuaren potentzia erreaktiboa kalkula dezakegu.

$$Q_I = S_I \cdot \sin \varphi_I = 10000 \text{ VA} \cdot \sin 53,13^\circ \quad \boxed{Q_I = 8000 \text{ VAR}}$$

Orain, potentzia erreaktibo totala kalkulatuko dugu.

$$Q_T = \sum Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_{10} + Q_I = 0 \text{ VAR} + 0 \text{ VAR} + \dots + 0 \text{ VAR} + 8000 \text{ VAR}$$

$$\boxed{Q_T = 8000 \text{ VAR}}$$

Potentzien triangelutik abiatuta kalkula dezakegu itxurazko potentzia, trigonometriako arauekin.

$$S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2} = \sqrt{(16000 \text{ W})^2 + (8000 \text{ VAR})^2} \quad \boxed{S_T = 17888,5 \text{ VA}}$$

Datu horiekin, potentzia-faktorea kalkula dezakegu.

$$P_T = S_T \cdot \cos \varphi_T \Rightarrow \cos \varphi_T = \frac{P_T}{S_T} = \frac{16000 \text{ W}}{17888,5 \text{ VA}} \quad \boxed{\cos \varphi_T = 0,89}$$

c) Kalkulatu lineako korronea eta zenbat pasatzen den karga bakoitzetik

Lehenengo eta behin, lineako korronea kalkulatuko dugu itxurazko potentzia totaletik.

$$S_T = V \cdot I_T \Rightarrow I_T = \frac{S_T}{V} = \frac{17888,5 \text{ VA}}{380 \text{ V}} \quad \boxed{I_T = 47 \text{ A}}$$

10 berogailu elektrikoak berdinak direnez gero, horietako edozeinetatik zenbateko korronea igarotzen den kalkulatuko dugu. Potentzia erreaktiborik ez daukatenez, $\cos \varphi_B = 1$ izango da.

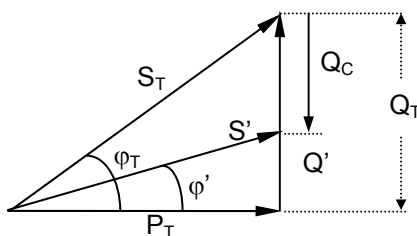
$$P_B = V \cdot I_B \cdot \cos \varphi_B \Rightarrow I_B = \frac{P_B}{V \cdot \cos \varphi_B} = \frac{1000 \text{ W}}{380 \text{ V} \cdot 1} \quad \boxed{I_B = 2,63 \text{ A}}$$

Karga-igogailuan, berriz, potentzia-faktorea ez da unitatea.

$$P_I = V \cdot I_I \cdot \cos \varphi_I \Rightarrow I_I = \frac{P_I}{V \cdot \cos \varphi_I} = \frac{6000 \text{ W}}{380 \text{ V} \cdot 0,6} \quad \boxed{I_I = 26,31 \text{ A}}$$

- d) **Potentzia-faktore berria 0,95ekoa izatea nahi bada, kalkulatu jarri beharreko kondensadore-bateriaren balioa**

Kondensadore multzoa jartzen denean, zirkuitu osoaren itxurazko potentzia gutxitzen da (P_T potentzia aktiboaren balioak berdin segitzen du, eta irudiko Q' geratzen da). Horren ondorioz, potentzia-faktore berria $\cos \varphi'$ izango da.



2.14b. irudia.

Kalkuluak egiteko, lehenengo eta behin, angeluak lortuko ditugu, bai zirkuituak berez daukana, baita jarri beharrekoa ere.

$$\cos \varphi_T = 0,89 \Rightarrow \varphi_T = \arccos 0,89 \quad \boxed{\varphi_T = 27,12^\circ}$$

$$\cos \varphi' = 0,95 \Rightarrow \varphi' = \arccos 0,95 \quad \boxed{\varphi' = 18,19^\circ}$$

Datu horiekin kalkula dezakegu zenbat potentzia erreaktibo kenduko duen kondensadore-bateriak.

$$Q_C = P_T \cdot (\tan \varphi_T - \tan \varphi') = 16000 \text{ W} \cdot (\tan 27,12^\circ - \tan 18,19^\circ) \quad \boxed{Q_C = 2937,2 \text{ VAR}}$$

Ondoren, kalkulatu dugu zenbat korrante jaso behar izango duen kondensadoreak potentzia erreaktibo hori zirkuitutik kentzeko:

$$Q_C = V_C \cdot I_C \Rightarrow I_C = \frac{Q_C}{V_C} = \frac{2937,2 \text{ VAR}}{380 \text{ V}} \quad \boxed{I_C = 7,73 \text{ A}}$$

Jarraian, Ohmen legea aplikatuz, kalkulatu dugu zenbateko erreaktantzia izan behar duen kondentsadore-bateriak.

$$X_C = \frac{V_C}{I_C} = \frac{380 \text{ V}}{7,73 \text{ A}} \quad \boxed{X_C = 49,1 \Omega}$$

Eta, azkenean, kondentsadore-bateriaren balioa kalkulatu dugu:

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega \cdot X_C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot X_C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 49,1 \Omega} \quad \boxed{C = 64,8 \mu\text{F}}$$

Kontuan izan kondentsadore-bateria horrek gai izan behar duela 380 V-eko tentsioa jasateko.

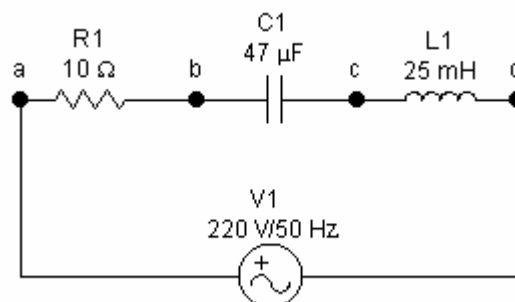
2.15. 10 Ω-eko erresistentzia bat, 47 μF-eko kondentsadore bat eta 25 mH-ko haril bat konektatu dira sare elektrikora.

- Marratzu zirkuitua.
- Kalkulatu zenbateko potentzia aktiboa, erreaktiboa eta itxurazkoa xurgatzen duen sare elektrikotik. Marratu potentzien triangela.
- Kalkulatu zenbateko potentzia xurgatzen duen osagai bakoitzak, eta zein motatakoa den.

Datuak: $V_1=220\text{V}/50\text{Hz}$; $R_1=10 \Omega$; $C_1= 47 \mu\text{F}$ eta $L_1=25 \text{ mH}$.

a) Marratu zirkuitua

Hiru osagaiak seriean konektatuta daudenez gero, korronte berbera igarotzen da hiruretan zehar. Tentsioa, berriz, hiruren artean banatuko da.



2.15a. irudia.

- b) Kalkulatu zenbateko potentzia aktiboa, erreaktiboa eta itxurazkoa xurgatzen den sare elektrikotik. Marraztu potentzien triangelua

Edozein motatako potentzien kalkulua egin ahal izateko, tentsioaren, korrontearen eta desfasearen balioak ezagutu behar ditugu aldez aurretik. Ariketa honetan, tentsioa baino ez dakigu; beraz, lehenengo eta behin, korrontearen balioa zein den jakiteko, nahitaez jakin behar dugu hiru osagaien erreaktantzia baliokidea.

$$R_1 = 10 \Omega$$

$$X_{C1} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C_1} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 47 \cdot 10^{-6} \text{ F}} \quad \boxed{X_{C1} = 67,72 \Omega}$$

$$X_{L1} = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_1 = 2 \cdot \pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 25 \cdot 10^{-3} \text{ H} \quad \boxed{X_{L1} = 7,85 \Omega}$$

$$X_T = X_{R1} + j(X_{L1} - X_{C1}) = 10 \Omega + j(7,85 \Omega - 67,72 \Omega)$$

Trigonometriako arauak aplikatuko ditugu X_T erreaktantiaren modulua eta argumentua kalkulatzeko.

$$m_{XT} = \sqrt{(X_{R1})^2 + (X_{L1} - X_{C1})^2} = \sqrt{(10 \Omega)^2 + (7,85 \Omega - 67,72 \Omega)^2} \quad \boxed{m_{XT} = 60,7 \Omega}$$

$$\varphi_{XT} = \arctan \frac{X_{L1} - X_{C1}}{X_{R1}} = \arctan \frac{7,85 \Omega - 67,72 \Omega}{10 \Omega} \quad \boxed{\varphi_{XT} = -80,51^\circ}$$

X_T erreaktantiaren balioa jakinda, korrontearen balio efikaza kalkulatu dugu Ohmen legea aplikatuz. Zatiketa hori matematikoki ezin denez zuzenean egin, izendatzailearen konjokatuaz biderkatuko ditugu izendatzailea eta zenbakitzailea.

$$I_T = \frac{220 \text{ V}}{10 - j59,87 \Omega} = \frac{220 \text{ V}}{10 - j59,87 \Omega} \cdot \frac{(10 + j59,87)}{(10 + j59,87)} \quad \boxed{I_T = 0,6 + j3,57 \text{ A}}$$

Trigonometriako arauak aplikatuko ditugu I_T erreaktantiaren modulua eta argumentua kalkulatzeko.

$$m_{IT} = \sqrt{(0,6)^2 + (3,57)^2} \quad \boxed{m_{IT} = 3,62 \text{ A}}$$

$$\varphi_{IT} = \arctan \frac{3,57}{0,6} \quad \boxed{\varphi_{IT} = 80,45^\circ \text{ A}}$$

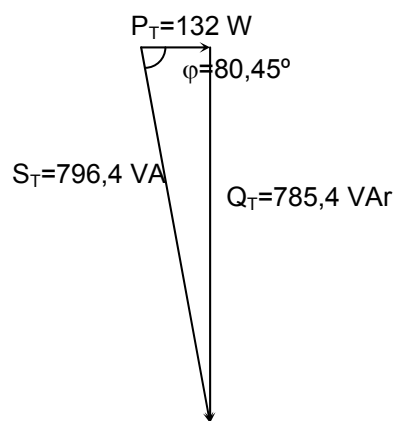
Datu horiekin, hiru potentzien balioak kalkula ditzakegu.

$$S_T = V_1 \cdot I_T = 220 \text{ V} \cdot 3,62 \text{ A} \quad \boxed{S_T = 796,4 \text{ VA}}$$

$$P_T = V_1 \cdot I_T \cdot \cos \varphi_{IT} = 220 \text{ V} \cdot 3,62 \text{ A} \cdot \cos 80,45^\circ \quad \boxed{P_T = 132 \text{ W}}$$

$$Q_T = V_1 \cdot I_T \cdot \sin \varphi_{IT} = 220 \text{ V} \cdot 3,62 \text{ A} \cdot \sin 80,45^\circ \quad \boxed{Q_T = 785,4 \text{ VAR}}$$

Potentzia-faktoreari dagokionez, tentsioa beti erreferentzia legez hartzen dugunez, desfasearen angelua korronteak berak daukana izango da.



2.15b. irudia.

c) Kalkulatu zenbateko potentzia xurgatzen duen osagai bakoitzak eta zein motatakoa den

Potentzien balioak kalkulatzeko, inpedantzia eta korrontearen formula matematikoan oinarrituko gara. Kontuan izan behar dugu erresistentziak potentzia aktiboa bakarrik xurgatuko duela, eta kondentsadoreak eta harilak potentzia errektiboa xurgatuko dutela, baina kontrako zeinukoa.

$$P_R = R \cdot I^2 = 10 \Omega \cdot (3,62 \text{ A})^2 \quad P_R = 132 \text{ W} \quad \text{potentzia aktiboa}$$

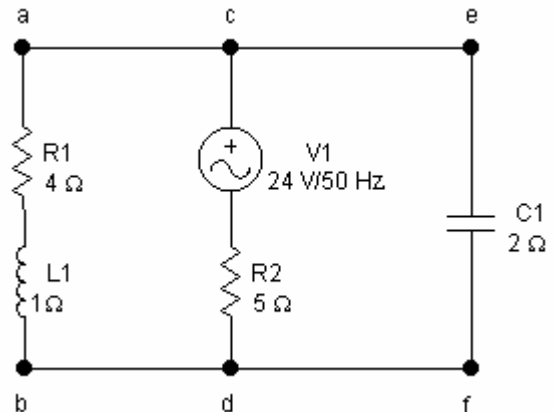
$$Q_{L1} = X_{L1} \cdot I^2 = 7,85 \Omega \cdot (3,62 \text{ A})^2 \quad P_{L1} = 102,8 \text{ VAR} \quad \text{potentzia errektiboa}$$

$$Q_{C1} = X_{C1} \cdot I^2 = 67,62 \Omega \cdot (3,62 \text{ A})^2 \quad P_{C1} = -887,4 \text{ VAR} \quad \text{potentzia errektiboa}$$

Ondo dagoen egiaztatzeko, potentzia errektiboen batura egin dezakegu.

2.16. Alboko zirkuitua kontuan izanda, erantzun galderei eta arrazoitu erantzunak:

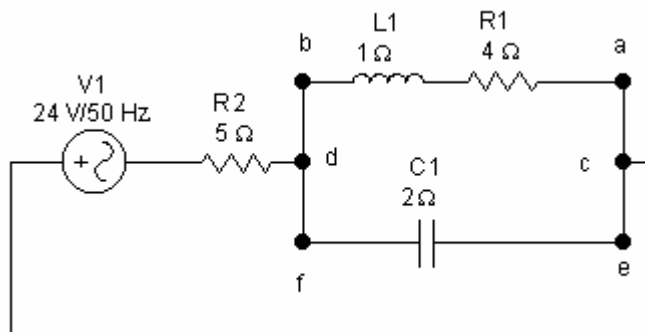
- Kalkulatu zenbateko inpedantzia daukan zirkuitu osoak.
- Kalkulatu zenbateko korronea igarotzen den zirkuitutik.
- Kalkulatu zenbateko tentsioa dagoen **a** eta **b** borneen artean.
- Kalkulatu harilaren eta kondentsadorearen balioak.



2.16. irudia.

Datuak: $V_1=24 \text{ V}/50 \text{ Hz}$; $R_1=4 \text{ } \Omega$; $R_2=5 \text{ } \Omega$; $X_{C1}=-j1 \text{ } \Omega$ eta $X_{L1}=j1 \text{ } \Omega$.

Ezer egin aurretik, lehenengo begiradan, zirkuituak atzera eragiten du, ez baitago ondo marraztuta. Zirkuitu elektroniko guztietan, elikadura eskemaren ezkerreko aldean kokatzen da, edo beheko aldean (batzuetan aukera hori onartzen da). Beraz, lehenengo eta behin, zirkuitua ganoraz marraztuko dugu.



2.16a. irudia.

- Kalkulatu zenbateko inpedantzia daukan zirkuitu osoak (Z_T)**

a eta **b** borneen artean konektatuta dauden R_1 erresistentziak eta L_1 harilak, bata bestearen ostean serieran konektatuta egoteaz gain, zirkuituaren adar bat osatzen dute; **f** eta **e** borneen artean konektatutako C_1 kondentsadorea aurreko osagai biek parallelan dago. Lehengo eta behin, zirkuituaren zati horretako inpedantzia baliokidea kalkulatu dugu.

$$Z_{ab} = (Z_{L1} + Z_{R1}) // Z_{C1} = \frac{(Z_{L1} + Z_{R1}) \cdot Z_{C1}}{Z_{L1} + Z_{R1} + Z_{C1}} = \frac{(j + 4 \Omega) \cdot (-j2 \Omega)}{(j + 4 \Omega) - j2 \Omega}$$

$$Z_{ab} = \frac{-j^2 2 - j8 \Omega}{4 - j2 \Omega} = \frac{2 - j8 \Omega}{4 - j2 \Omega}$$

Eragiketa hori ezin da matematikoki zuzenean egin; beraz, izendatzailearen konjokatuaz biderkatuko ditugu izendatzailea bera eta zenbakitzailea.

$$Z_{ab} = \frac{-j^2 2 - j8 \Omega^2}{4 - j2 \Omega} = \frac{2 - j8 \Omega^2}{4 - j2 \Omega} \cdot \frac{(4 + j2 \Omega)}{(4 + j2 \Omega)} = \frac{8 - j32 + j2 - j^2 8 \Omega}{16 + 1} = \frac{16 - j30 \Omega}{17}$$

$$Z_{ab} = \frac{16}{17} - \frac{j30}{17} \Omega \quad \boxed{Z_{ab} = 0,94 - j1,76 \Omega}$$

R_2 erresistentzia eta Z_{ab} inpedantzia seriean daudenez:

$$Z_T = Z_{R2} + Z_{ab} = 5 \Omega + 0,94 - j1,76 \Omega \quad \boxed{Z_T = 5,94 - j1,76 \Omega}$$

b) Kalkulatu zenbateko korronea igarotzen den zirkuitutik (I_{ef})

Zirkuitu osoaren inpedantziaren balioa kalkulatu ondoren, Ohmen legea aplikatuko dugu.

$$I_T = \frac{V_T}{Z_T} = \frac{24 V}{5,94 + j1,76 \Omega} \quad \boxed{I_T = 3,71 + j1,1 VA}$$

Lehen bezala, eragiketa hori ezin da matematikoki zuzenean egin; beraz, izendatzailearen konjokatuaz biderkatuko ditugu izendatzailea bera eta zenbakitzailea.

$$I_T = \frac{24 V}{5,94 + j1,76 \Omega} \cdot \frac{5,94 - j1,76 \Omega}{5,94 - j1,76 \Omega} = \frac{142,56 + j42,24}{35,25 + 3,09}$$

c) Kalkulatu zenbateko tentsioa dagoen a eta b borneen artean (V_{ab})

a eta **b** borneen artean dagoen tentsioa, **c** eta **d** borneen artean dagoena, eta **e** eta **f** borneen artean dagoena berbera izango da, fisikoki puntu bera baita. Ohmen legea aplikatuko dugu, badakigu-eta zein diren adar biak zeharkatzen dituen korronea eta inpedantzia.

$$V_{ab} = V_{cd} = V_{ef} = Z_{ab} \cdot I_T = (0,94 - j1,76 \Omega) \cdot (3,71 + j1,1 A)$$

$$V_{ab} = 3,27 + j1,03 - j6,52 - j^2 1,93 V \quad \boxed{V_{ab} = 5,2 - j5,49 V}$$

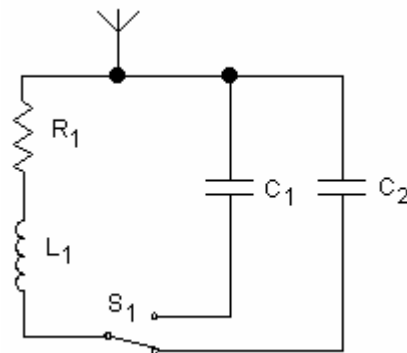
d) Kalkulatu harilaren eta kondentsadorearen balioak (C_1 , L_1)

Erreaktantzien balioak erabiliz kalkula ditzakegu C_1 kondentsadorearen balioa eta L_1 harilaren balioa.

$$X_{C_1} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C_1} \Rightarrow C_1 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot X_{C_1}} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 2 \Omega} \quad \boxed{C_1 = 1591 \mu\text{F}}$$

$$X_{L_1} = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_1 \Rightarrow L_1 = \frac{X_{L_1}}{2 \cdot \pi \cdot f} = \frac{1 \Omega}{2 \cdot \pi \cdot 50 \text{ Hz}} \quad \boxed{L_1 = 3,18 \text{ mH}}$$

2.17. Zenbait telefono mugikorrek alboko zirkuitua izaten dute (dual edo bandabiko deritze; European zein Ipar Ameriketako funtzionatzen dute). Zirkuitu honen bidez eta S_1 kommutagailuaren eraginez, kontinente bateko eta besteko maiztasunak sintonizatzen dira. Nahiz eta R_1 erresistentzia marrastu dugun, haren balioa mespretxagarria izaten da guk egingo ditugun kalkuluetarako. Telefono batzuek 900 MHz-eko maiztasunean lan egiten dute, eta besteek 1800 MHz-ekoaz.

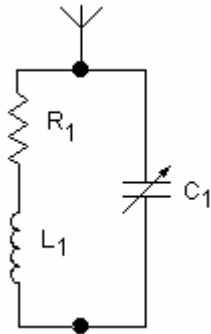


- a) Azaldu zertan oinarritzen den zirkuituaren funtzionamendua.
- b) Kalkulatu zenbateko kapazitateko kondentsadoreak jarri behar diren harilaren balioa 10 mH bada.

2.17. irudia.

Datuak: $f_1 = 900 \text{ MHz}$; $f_2 = 1800 \text{ MHz}$; $R_1 \approx 0 \Omega$ eta $L_1 = 10 \text{ mH}$.

a) Azaldu zertan oinarritzen den zirkuituaren funtzionamendua



Alboan ikusten den zirkuituari *tanke* deitu izan zaio aspalditik. Maiztasunak sintonizatzeko, harila eta kondentsadorea erabili ohi dira, paraleloan. Irudian, erresistentzia ere agertzen da (hariek eta osagaiek daukaten berezko erresistentzia, nahiz eta zirkuitua azaltzean mespretxatu). *Tanke* zirkuituetan, erresonantziaren bidez, antenatik datozen seinaleetatik bakar bat aukeratzen da (sintonizatu nahi dena, hain zuzen ere); kondentsadorearen eta harilaren bidez finkatzen da. Inguruko maiztasunen tartek ere pixka bat sintonizatzen dira, baina zenbat eta gehiago alden du maiztasunak sintonizatu nahi dugunetik, ahulagoa izango da jasotako seinalea. Irudiko *tanke* zirkuituak daukan kondentsadore aldakorraren bidez sintonizatzen dira kanalak irratietan. Erresonantzia lortzeko, harilaren erreaktantiak eta kondentsadorearenak berdinak izan behar dute.

Errealitatean, goiko zirkuitua ez da ia erabiltzen gaur egun, tenperaturak eragin handia baitauka erresonantzia-maiztasunean. Orain, kuartzozko kristalak erabiltzen dira harilaren ordez, askoz egonkorragoak baitira tenperatura-aldaketekiko.

b) Kalkulatu zenbateko kapazitateko kondentsadoreak jarri behar diren harilaren balioa 10 mH bada

Harilaren balioa finkoa izaten da (kondentsadoreak baino handiagoak, garestiagoak eta astunagoak baitira), eta kondentsadoreak aldatuz aukeratzen da sintonizatzeko maiztasuna. Erresonantzia-maiztasuna lortzen denez zirkuituko adar bietako inpedantziek balio bera dutenean, kalkulatu dugu kondentsadorearen zein balio dagokion maiztasun bakoitza sintonizatzeko zirkuituari.

$$X_L = X_C \Rightarrow \omega \cdot L = \frac{1}{\omega \cdot C} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega^2 \cdot L} = \frac{1}{(2 \cdot \pi \cdot f)^2 \cdot L}$$

Maiztasun baxuko kondentsadorea (C_1):

$$C_1 = \frac{1}{(2 \cdot \pi \cdot f_1)^2 \cdot L_1} = \frac{1}{(2 \cdot \pi \cdot 900 \text{ MHz})^2 \cdot 10 \mu\text{H}} \quad \boxed{C_1 = 17,68 \mu\text{F}}$$

Maiztasun altuko kondentsadorea (C_2):

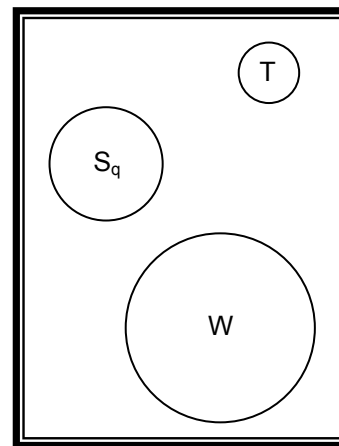
$$C_2 = \frac{1}{(2 \cdot \pi \cdot f_2)^2 \cdot L_1} = \frac{1}{(2 \cdot \pi \cdot 1800 \text{ MHz})^2 \cdot 10 \mu\text{H}} \quad \boxed{C_2 = 4,42 \mu\text{F}}$$

2.18. Kutxa akustikoetan iragazkiak jartzea gura dira hiru bozgorailuentzat. Marraz ezazu eskema elektrikoa, eta aukeratu osagai eta iragazki egokienak, jakinik bozgorailuen maiztasunak honako hauek direla: *woofer*-a: 400 Hz arte eta *tweeter*-a: 4 kHz-etik gora. Kalkuluak egiteko, suposatuz hiru bozgorailuek, 8Ω -eko inpedantzia daukatela.

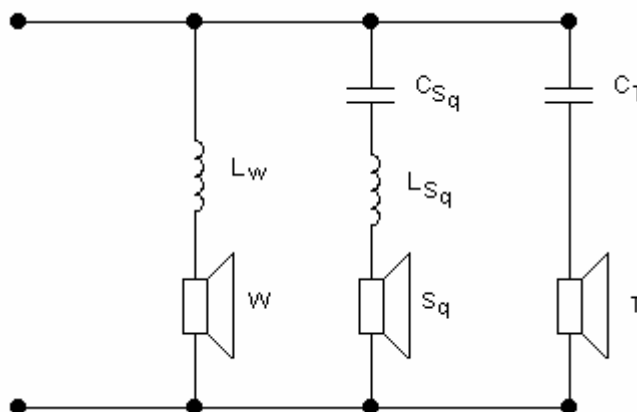
Datuak: $Z = 8 \Omega$; $f_1 = 400 \text{ Hz}$ eta $f_2 = 4 \text{ kHz}$.

a) Kutxa akustikoen eskema

Kutxa akustikoak hiru bidekoak izango dira, bakoitzak hiru bozgorailu baititu. *Woofer*-ak (W) soinua baxuak ateratzeko bozgorailuak izaten dira neurri handienak (gutxienez $\varnothing 30 \text{ cm}$ izan behar dute) eta lanerako maiztasunen eremua 20 Hz-etatik 1 kHz-era bitartekoa izaten da. *Squawker*-a (S_q) tarteko soinua ateratzeko erabiltzen da; haren neurria, $\varnothing 13\text{-}\varnothing 25 \text{ cm}$ izan ohi da eta 200 Hz eta 8 kHz bitarteko soinua sortzen ditu. Eta azkenik, *tweeter*-a (T) soinurik altuenak sortzeko erabiltzen da (txikiena izanik, gehienetan metalzko mintza agerian izaten du) eta 1 kHz-etik gorako maiztasunak sortzen ditu.



2.18a. irudia.



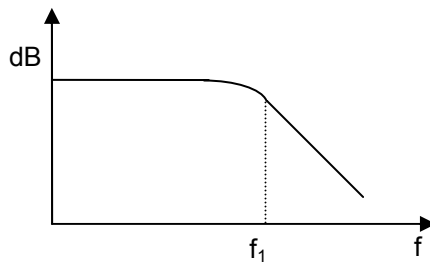
2.18b. irudia.

Enuntziatuan ez da zehazten zenbateko atenuazioa izan behar duen; beraz, ahalik eta osagai gutxien (6 dB/zortziduneko) daukana aukeratu dugu guk, nahiz eta iragazketa eskasena lortu.

Kondentsadorearen inpedantzia gero eta motelagoa da maiztasuna handitu ahala; beraz, seriean konektatu behar da *tweeter*-arekin. Harilak, ostera, gero eta maiztasun zorrotzagoan lan egin, traba handiagoa jarriko dio (inpedantzia handiagoa). Argi dago, bada, harila *woofer*-arekin konektatu behar izango dela, seriean. *Squawker* bozgorailuak, tarteko maiztasunekin lan egin behar izango duenez, harila (maiztasun altuak mugatzeko) eta kondentsadorea (maiztasun baxuak mugatzeko) izango ditu seriean. Arrazonamendu horri jarraituz, *tweeter*-arekin seriean kondentsadorea jarri behar dugu.

b) Haril eta kondentsadoreen balioak kalkulatzeko

Ezer egin orduko, azaldu behar dugu iragazkiak zelan funtzionatu behar duten. Seinale bera, paraleloan dauden hiru zirkuituei ailegatuko zaie; baina, iragazkien bidez bozgorailura erraz pasatzen utziko zaio, edo traba handia jarri. Iragazkien mugako maiztasunen balioak aukeratzeko, kontuan izan beti bozgorailuaren inpedantzia eta seriean dagoen osagaiarenak balio berbera izan behar dutela.

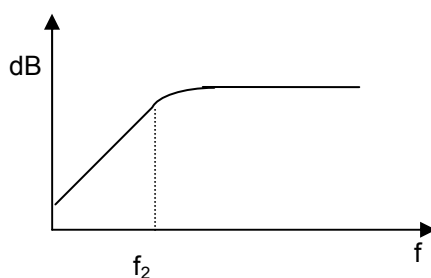


2.18c. irudia.

Woofer-arekin seriean konektatuta dagoen harilak ez die maiztasun baxuei oztoporik jarriko f_1 balioa baino txikiagoak direnean. Maiztasun altuagoei, aldiz, oztopoa jarriko die; gainera, zenbat eta maiztasun altuagoa, traba handiagoa. Beraz, inpedantzien berdintasuna kontuan izanik, L_W harilaren balioa kalkulatuko dugu, ahaztu barik goi mugako maiztasunaren balioa 400 Hz dela.

$$Z_{LW} = Z_W \Rightarrow \omega_1 \cdot L_W = Z_W \Rightarrow L_W = \frac{Z_W}{\omega_1} = \frac{Z_W}{2 \cdot \pi \cdot f_1} = \frac{8 \Omega}{2 \cdot \pi \cdot 400 \text{ Hz}} \quad \boxed{L_W = 3,18 \text{ mH}}$$

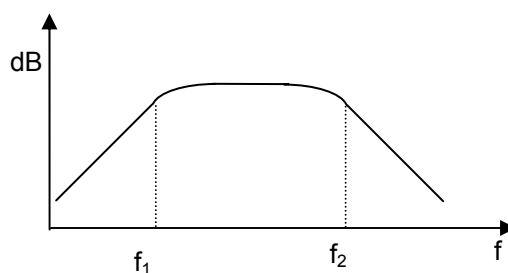
*Tweeter*ak soinuaren maiztasunik altuenekin egin behar du lan; beraz f_2 maiztasuna gaindizten dutenak bakarrik utzi behar izango ditu pasatzen iragazkiak. Kondentsadore horren balioa kalkulatzeko, bozgorailuaren inpedantziak eta kondentsadorearenak, balio berbera izan behar izango dute 4 kHz-eko maiztasunean.



2.18d. irudia.

$$Z_{CT} = Z_T \Rightarrow \frac{1}{\omega_2 \cdot C_T} = Z_T \Rightarrow C_T = \frac{1}{\omega_2 \cdot Z_T} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f_2 \cdot Z_T} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 4 \text{ kHz} \cdot 8 \Omega} \quad \boxed{C_T = 4,97 \mu F}$$

Squawker bozgorailuarekin serieran dauden kondentsadore eta harilaren balioak kalkulatzeko, modu berean jokatuko dugu; baina kontuan izan behar dugu kondentsadoreaz maiztasun baxua mugatuko dugula eta harilaz, ostera, soinuaren maiztasun altua.

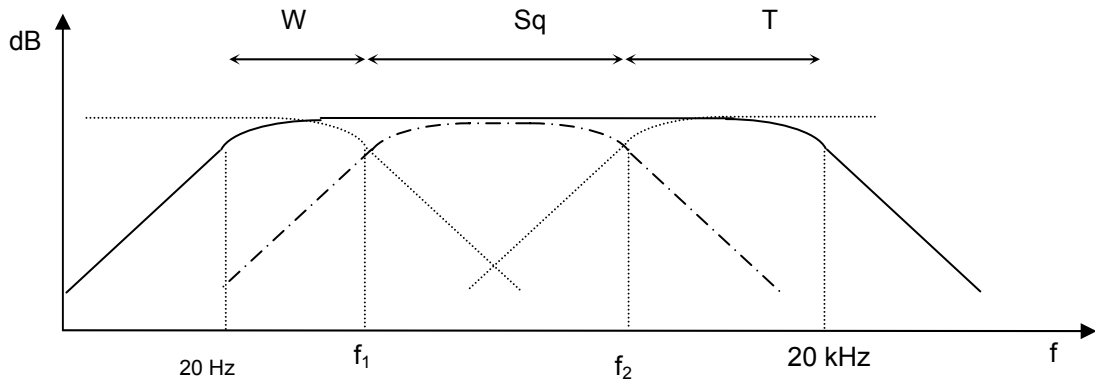


2.18e. irudia.

$$Z_{LSq} = Z_{Sq} \Rightarrow \omega_2 \cdot L_{Sq} = Z_{Sq} \Rightarrow L_{Sq} = \frac{Z_{Sq}}{\omega_2} = \frac{Z_{Sq}}{2 \cdot \pi \cdot f_2} = \frac{8 \Omega}{2 \cdot \pi \cdot 4 \text{ kHz}} \quad \boxed{L_{Sq} = 0,318 \text{ mH}}$$

$$Z_{CSq} = Z_{Sq} \Rightarrow \frac{1}{\omega_1 \cdot C_{Sq}} = Z_{Sq} \Rightarrow C_{Sq} = \frac{1}{\omega_1 \cdot Z_{Sq}} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f_1 \cdot Z_{Sq}} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 400 \text{ Hz} \cdot 8 \Omega} \quad \boxed{C_{Sq} = 49,73 \mu F}$$

Beheko BODE grafikoan agertzen da kutxa akustikoko bozgorailu bakoitzak zein maiztasun-tartean funtzionatzen duen: *woofer*-a (20 Hz÷400 Hz), *tweeter*-a (400 Hz÷4 kHz) eta *Squawker*-a (4 kHz÷20 kHz). Hasierako 20 Hz-eko muga eta amaierako 20 kHz-eko muga HIFI deritzen arauak finkatzen dute, fidelitate handiko tresnak definitzeko.



2.18f. irudia.

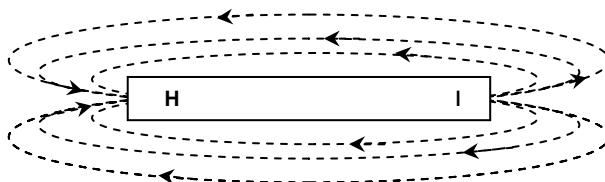
3 MAGNETISMOA

3.1 Eremu, indukzio eta fluxu magnetikoa

Iman bat edo korrante elektriko bat ipinita indarrak agertzen diren espazioko inguruneari **eremu magnetiko** deritzen; eremu magnetikoan efektu magnetikoak jasaten dira.

Esan bezala, edozein korrante elektriko eremu magnetikoa sortzen du bere inguruan.

- ✓ Indukzio-lerroak: eremu magnetikoa indukzio-lerroen bidez marrazten da. Ipar-politik irten eta hego-polora sartzen dira indukzio-lerroak.



- ✓ Fluxu magnetikoa da eremu magnetikoaren eraginpean dagoen S azalerako ingurune bat zeharkatzen duten indukzio-lerroen kopurua.
- ✓ Indukzio magnetikoa edo fluxu-dentsitatea (B) da indukzio-lerroekiko perpendikular den azalera-unitatea jarri eta hura zeharkatzen duten lerroen kopurua (azalera unitateko).

$$\Phi = B.S$$

S gainazala ez bada indukzio-lerroekiko perpendikularra, fluxua honela adierazten da:

$$\Phi = B.S.\cos\alpha$$

Sistema internazionalan, fluxu unitateari **weber** izena ematen zaio, eta indukzio magnetikoaren unitateari, **tesla**. (weber = tesla.m²)

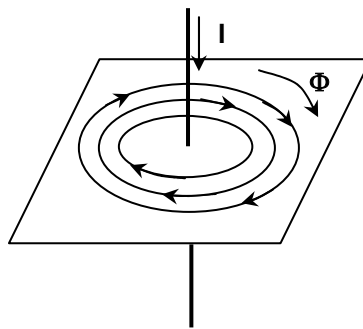
Sistema elektromagnetikoan, **maxwella** da fluxu unitatea: 1 weber = 10⁸ maxwell. Indukzio magnetikoaren unitateak **gauss** du izena; beraz:

$$1\text{tesla} = \frac{1\text{weber}}{\text{m}^2} = \frac{10^8 \text{max well}}{10^4 \text{cm}^2} = 10^4 \text{gauss}$$

Ekuazioaren zuzenketak
1 zenbakiaren eta unitatearen artean tartea utzi behar da.
Unitateak letra arruntez idatzi behar dira.

3.2 Korrante elektrikoak eroale bat zeharkatzean sortzen duen eremu magnetikoa

Korrante elektrikoak eroale bat zeharkatzen duenean, eremu magnetikoa agertzen da inguruan; indukzio-lerroak zirkularrak dira, eta eroalearekiko plano perpendikularrean kokatzen dira. Haien noranzkoa aurkitzeko, Maxwellen edo kortxo-kentzekoaren araua erabiltzen da.



$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot a}$$

μ_0 : iragazkortasun magnetikoa hutsean.

I: korrante elektrikoaren intentsitatea.

a: eroaletik P puntura dagoen distantzia.

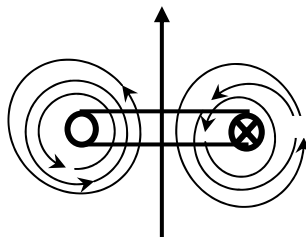
μ -ren balioa, hutsean, $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{newton}}{\text{ampere}^2}$ da.

3.3 Espira batek sorturiko eremu magnetikoa

Eroale zuzenaren ordez espira bat badugu, espirako elementu bakoitzak eremu magnetikoa sortuko du korrante elektriko dagoenean. Espirako elementu guztiek sortutako eremu magnetikoak espiraren erdigunean batzen dira; hau da espirak sorturiko eremu magnetikoaren adierazpen matematikoa:

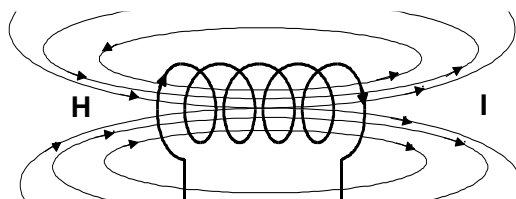
$$B = \frac{\mu}{2} \cdot \frac{I}{R}$$

μ iragazkortasun magnetikoa da; I, korrante elektrikoaren intentsitatea, eta R, espiraren erradioa. B-ren balioak adierazten du espiraren zentroan zenbateko indukzioa dagoen.



3.4 Solenoide edo bobina batek sorturiko eremu magnetikoa

Solenoidea espira askoko eroalea da, eta korrante elektrikoa duenean eremu magnetikoa sortzen du, irudian ikusten denez:



Solenoidean korrante elektrikoa dagoenean, iman batena bezalakoxe eremu magnetikoa sortzen da. Horregatik, solenoideak *behin-behineko imanak* direla esaten da.

Solenoidea oso luzea bada bere diametroaren aldean, hau izango da barruko indukzio magnetikoaren adierazpen matematikoa:

$$B = \mu \cdot \frac{N}{l} \cdot I \quad \text{Airean edo hutsean :} \quad B_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{N \cdot I}{l}$$

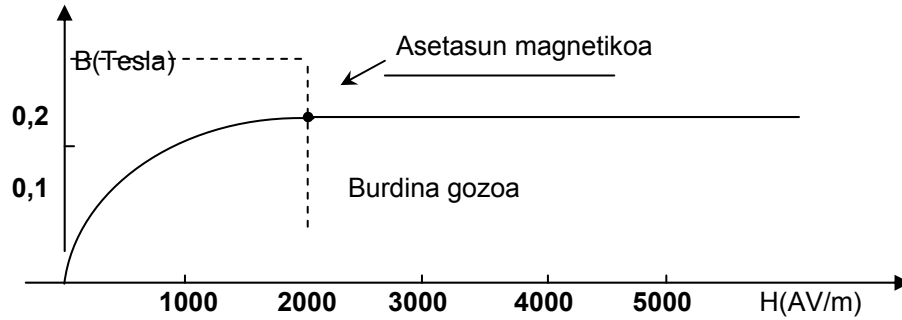
Dakigunez, μ iragazkortasun magnetikoa da, ingurunearen arabera aldatzen dena; I , korrante elektrikoaren intentsitatea, eta N/l zatidurak adierazten du solenoideak zenbat espira dituen ardatz-eran duen luzera-unitateko.

3.5 Iragazkortasun magnetikoa

Iragazkortasun absolutuari (μ) dagokionez, bobinak sortzen duen eremuaren intentsitatea (H) eta indukzio magnetikoa (B) erlazionatzen ditu.

3.6 Magnetizazio-kurba. Histeresi magnetikoa

Eremu magnetikoaren (H) intentsitate aldakor baten pean substantzia bat jartzen dugunean, indukzio magnetikoa ere aldatzen doa, baina erlazio hori (B-H) ez da konstantea izaten. Erlazio hori **magnetizazio-kurba** izenarekin da ezaguna.

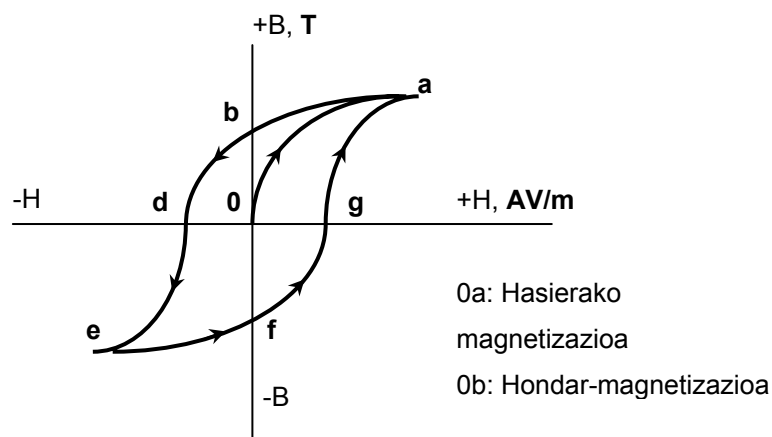


Irudian, burdina gozoaren B-H erlazioa adierazi da.

Asetasun magnetikora iritsitakoan, substantzietan guztiz orientaturik dituzte beren molekula guztiak, eta ezin dute indukzio-maila handitu.

3.7 Histeresi magnetikoa

Material bati aplikaturiko magnetizazio-intentsitatea txikitu ahala, indukzio magnetikoa motelago txikitzen da; fenomeno horri **histeresi magnetiko** deitzen diogu.



Magnetizazio-intentsitate alternoak (+ eta -) aplikatuta, substantzia ferromagnetikoetan histeresia agertzen da.

3.8 Indar elektroeragile induzitua

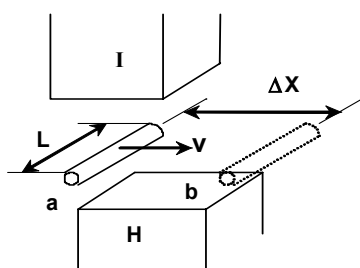
Eremu magnetikoaren barruan eroalea higitzen bada, indar elektroeragilea sortzen da. Haren balioa eremu magnetikoaren indukzioarekiko, eroalearen abiadurarekiko eta eroalearen luzerarekiko proportzionala da.

Espira batean induzitzen den indar elektroeragilea fluxu-aldaketarekiko proportzionala da, eta fluxu-aldaketa gertatzen den denborarekiko alderantziz proportzionala.

Espira baten ordean N espira badira:

$$e_{induzitua} = N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

Eman dezagun L luzerako eroale bat eremu magnetiko baten indar-lerroekiko perpendikularki higitzen dela, v abiaduran:



Eroaleak a-tik b-ra doanean $S=L \cdot \Delta x$ azalera zeharkatuko du, eta $\Delta\Phi$ fluxu-aldaketa jasango du Δt denboran.

$$e = B \cdot L \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t} = B \cdot L \cdot v$$

e = Indar elektroeragile induzitua, voltetan

B = Indukzio magnetikoa, teslatan

L = Eroalearen luzera, metrotan

v = Abiadura, m/s-tan

► Indar elektroeragile induzituaren noranzkoa. Lenzen legea

Lenz-ek aurkitu zuen korrante induzituaren noranzkoak aurka egiten diola korrantea induzitu duenari.

Indar elektroeragile induzituaren (i.e.e.) noranzkoa zehazteko, eskuineko eskuaren Fleming-en araua erabiltzen da: eskuineko eskuko hatz lodia, erakuslea eta erdikoak triedroa osatuz ipintzen dira (haien artean angelu zuzenak osatuz); erdikoak intentsitatearen noranzkoa eta erakusleak eremu magnetikoarena adierazten badute, lodiak mugimenduaren noranzkoa adierazten du.

3.9 Autoindukzioa

Solenoid bateko korrante elektrikoa aldatzen badugu, eremu magnetikoaren fluxua ere aldatuko da aldi berean. Fluxu aldakor horrek solenoidea bera zeharkatzen du; beraz, solenoidean bertan induzituko da indar elektroeragilea, eta Lenzen legearen arabera, aurka egingo dio fluxu-aldaketari. Fenomeno horri **autoindukzio** deitzen zaio, eta esaten da indar elektroeragile autoinduzitua induzitu dela.

$$L = N \cdot \frac{\Phi}{i}$$

► Autoindukzio-koefizientea

Bobinan autoinduzitutako indar elektroeragilearen balioa fluxu-aldaketaren bizkortasunaren menpe dago.

$$e_{auto} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

Bobinak fluxua sortzeko duen gaitasunaren menpe ere egongo da balio hori. Bobinaren autoindukzio-koefizienteak gaitasun horren maila adierazten du:

$$\Phi = L \cdot I$$

L = Autoindukzio-koefizientea, henrytan (H). Haren balioa eroalearen formaren eta neurrien arabera da.

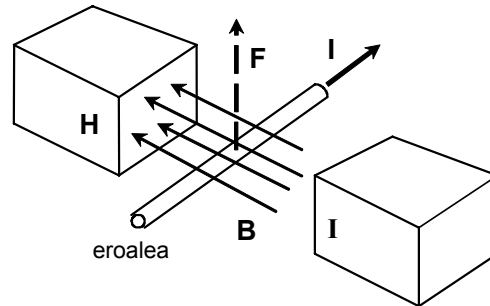
Adierazpen hori aurreko ekuazioan ordezkatzuz:

$$e_{auto} = L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

Erlazio horretan ikusten da nola aldatzen den autoinduzituriko i.e.e.-a autoindukzio-koefizientearekin eta korrante-aldaketaren bizkortasunarekin.

3.10 Eremu magnetikoak korronte baten gainean duen eragina

Eremu magnetiko baten barruan hari eroale zuzen bat ipintzen badugu, eroalean korronterik ez dagoen bitartean, ez du indarririk jasango. Baina eroalean korronte elektrikoa badago, indarra jasango du.



Eroaleak jasandako F indarraren norabidea I korrontearen eta B eremu magnetikoaren perpendikularra da. Noranzkoa, berriz, ezkerreko eskua arauak adierazten du: ezkerreko eskuko hatz lodia, erakuslea eta erdikoa triedroa osatuz ipintzen dira (haien artean angelu zuzenak osatuz); erdikoak intentsitatearen noranzkoa eta erakusleak eremu magnetikoarena adierazten badituzte, lodiak indarraren noranzkoa adierazten du.

Erlazioa honekin kalkulatzen da haren balioa:

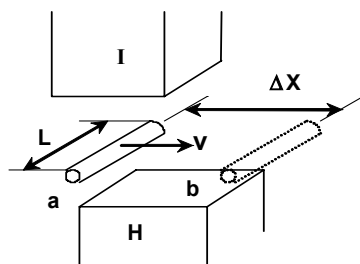
$$F = B \cdot I \cdot L \cdot \sin \alpha$$

- α Eroaleak eta B indukzio-lerroak osatzen duten angelua.
- L Eremu magnetikoaren barruan dagoen eroalearen luzera
- I Korronte elektrikoaren intentsitatea
- B Indukzio magnetikoa
- F Eroaleak jasaten duen indarra

3.1. Eroale bat 3 m/s-ko abiaduraz higitzen da 1,2 teslako eremu magnetiko finko baten barnean.

Eroalearen luzera 1 m-koa bada, kalkulatu zein indar elektroeragile induzitzen duen.

L luzerako eroale bat indar-lerroekiko perpendikularki higitzen bada eremu magnetiko baten barruan v abiaduran:



Eroaleak a -tik b -ra doanean $S=L \cdot \Delta x$ azalera zeharkatuko du, eta $\Delta \Phi$ fluxualdaketa jasango du Δt denboran.

$$e = B \cdot L \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t} = B \cdot L \cdot v$$

- e Indar elektroeragile induzitua, voltetan
- L Indukzio magneti koa, teslatan
- B Eroalearen luzera, metrotan
- v Abiadura perpendikularra, m/s-tan

$$e = B \cdot L \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t} = B \cdot L \cdot v = 1,2 \cdot 1 \cdot 3 = 3,6 \text{ V}$$

3.2. Jakinik eremu batek 1000 teslako indukzio magnetikoa duela, kalkulatu bi kasu hauetan zenbateko fluxu magnetikoak zeharkatzen duen 25 cm²-ko gainazala.

- a) Eremua gainazalarekiko perpendikularra denean.
- b) Gainazalaren zuzenarekin 60⁰-ko angelua osatzen duenean.

Eremua gainazalarekiko perpendikularra denean

$$\Phi = B \cdot S = 1000 \cdot 25 \cdot 10^{-4} = 25 \cdot 10^{-1} \text{ T} \cdot \text{m}^2 = 2,5 \text{ Wb}$$

Gainazalaren zuzenarekin 60⁰-ko angelua osatzen duenean

Kasu honetan, fluxua angeluaren kosinuaren menpe dago:

$$\Phi = B \cdot S \cdot \cos \alpha = 1000 \cdot 25 \cdot 10^{-4} \cdot 0,5 = 25 \cdot 10^{-1} \cdot 0,5 \text{ T} \cdot \text{m}^2 = 1,25 \text{ Wb}$$

3.3. Haril bat, dezimetro bateko diametroa duena, 500 espiraz osatuta dago, eta 0,05 teslako intentsitateko eremu magnetiko baten indar-lerroekiko perpendikular dago. Eremu magnetiko hori abiadura konstantez txikitzen doa, harik eta 0,1 segundoan desagertu arte.

Kalkulatu zenbateko indar elektroeragilea induzitzen den harilean.

$$\text{Hasierako fluxua: } \Phi_1 = N \cdot S \cdot B = 500 \cdot \pi \cdot 0,05^2 = 0,196 \text{ Wb}$$

$$\text{Amaierako fluxua: } \Phi_2 = 0$$

$$\text{Fluxu-aldaketa: } \Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = -0,196 \text{ Wb}$$

$$\text{Indar elektroeragile induzitua: } E = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{-0,196}{0,1} = -1,96 \text{ V}$$

3.4. Kalkulatu harilkatu leun baten erdialdean sortutako eremu magnetikoaren intentsitatea.

Datuak: 10 ampereko korronteak zeharkatzen ditu harilaren 50 espirak. Harilaren batez besteko erradioa 10 cm-koa da.

$$B = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{N \cdot I}{R}$$

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2} \cdot \frac{50 \cdot 10}{0,1} = \pi \cdot 10^{-3} \text{ Tesla} \left(\frac{\text{Wb}}{\text{m}^2} \right)$$

3.5. 500 espirako haril bat eremu magnetiko baten eraginpean jartzen da. Eremu magnetikoa uniformeki aldatuz doa 5 mWb-etik 15 mWb-era segundo bateko tartean.

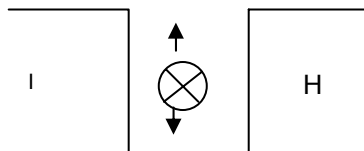
Kalkulatu induzitutako indar elektroeragilea.

$$\Delta\Phi = 15 - 5 = 10 \text{ mWb}$$

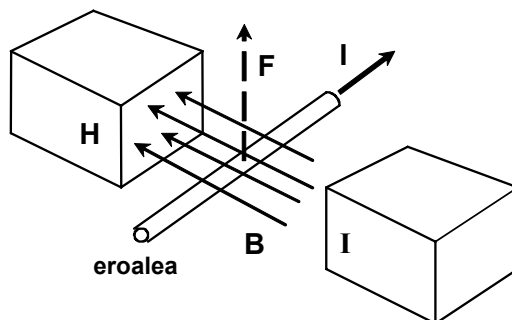
$$\Delta t = 1 \text{ segundo}$$

$$E_{\text{induzitua}} = N \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = 500 \cdot \frac{0,010}{1} = 5 \text{ V}$$

3.6. Irudian agertzen den eroaleak 0,5 m-ko luzera du, eta 1,3 teslako indukzioko eremu magnetikoan txertatu da. Erabaki eta arrazoitu norantz mugituko den eroalea. Kalkulatu eragiten duen indarra bertatik 10 A-ko korrontea pasatzen denean.



Eremu magnetiko baten barruan hari eroale zuzena ipintzen badugu, eroalean korronterik ez dagoen bitartean ez du indarririk jasango. Baina eroalean korronte elektrikoa badago, indarra jasango du.



Eroaleak jasandako F indarraren norabidea I korrontearen eta B eremu magnetikoaren perpendikularra da. Noranzkoa, berriz, **ezkerreko eskuaren arauak** adierazten du: ezkerreko eskuaren hatz lodia, erakuslea eta erdikoak triedroa osatuz ipintzen dira (euren artean angelu zuzenak osatuz). Erdikoak intentsitatearen noranzkoa eta erakusleak eremu magnetikoarena adierazten badituzte, lodiak indarraren noranzkoa adierazten du.

Ezkerreko eskuaren legearen arabera, eroalea beherantz mugituko da.

Eremuak eragingo duen indarra:

$$F = B \cdot L \cdot I = 1,3 \cdot 0,5 \cdot 10 = 6,5 \text{ Nw}$$

4 MAKINA ELEKTRIKOAK

4.1 Sarrera

Zer da makina bat? “Tramankulu bat baino ez da”. Erantzun egokia litzateke letretako norbaitek idazteko, baina guk, zientzietakoak garenek, zer edo zer zehatzagoa adierazi beharko dugu. Entziklopedien arabera, makina gailua da, indarraren eragina doitu, zuzendu edo aprobetxa dezaketen hainbat mekanismo eduki ditzakeena, eta jaso dezakeen energiaren ondorioz lana egin dezakeena edo energia bilaka dezakeena.

Liburu honetan makina elektrikoak ikusiko ditugu, elektrizitatearekin funtzionatzen dutenak, alegia.

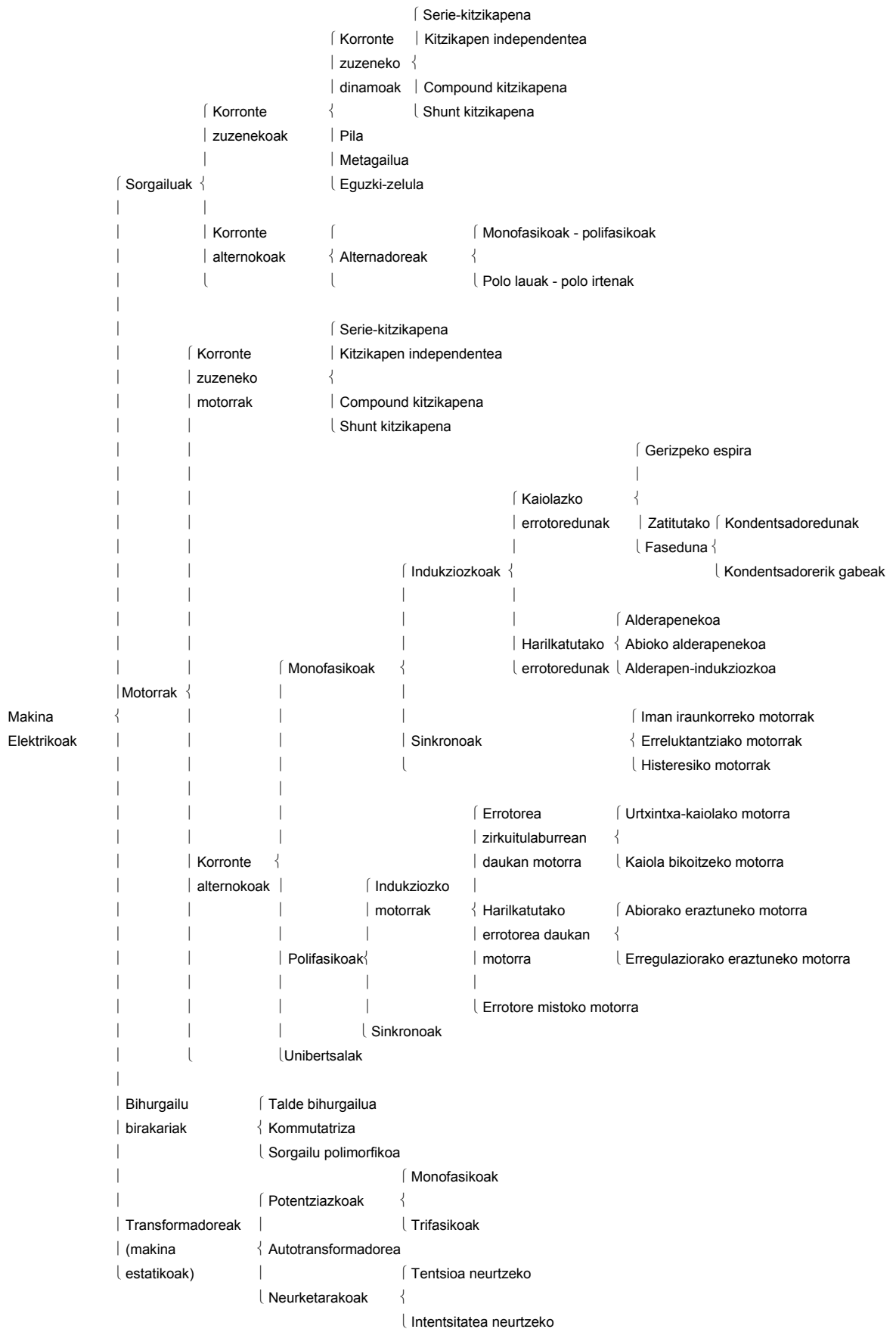
Ez dago irizpide argirik makina elektrikoak sailkatzeko, hainbat zehazpen finkatu behar baita lehenago. Lehenengo eta behin, estatikoetan (zati mugikorrik ez daukatenak) eta dinamikoetan (zati mugikorrak dituztenak) banatuko ditugu.

Makina elektriko estatiko garrantzitsuenak transformadoreak dira. Transformadoreen zeregin nagusia izaten da tentsioen eta korronteen balioak egokitzea, eta, bide batez, bi sistemak isolatzea. Kapitulu honetan, transformadoreei buruzko zenbait ariketa egingo ditugu.

Makina elektrikoen artean, bi dira erabilienak: motorrak eta sorgailuak. Motorra da energia elektrikoa energia mekaniko bihurtzen duen makina. Sorgailuak, ostera, energia mekanikoa energia elektriko bihurtzen du. Bai bata bai bestea normalean birakariak izan ohi dira.

Liburu honetan motorrei buruzko ariketak bakarrik ebatziko ditugu, ez sorgailuei buruzkoak. Motorren alorrean ere, munduan hainbat eta hainbat motatakoak erabili arren, guk korronte zuzeneko eta korronte alternoko motor trifasiko asinkronoak baino ez ditugu hartuko kontuan.

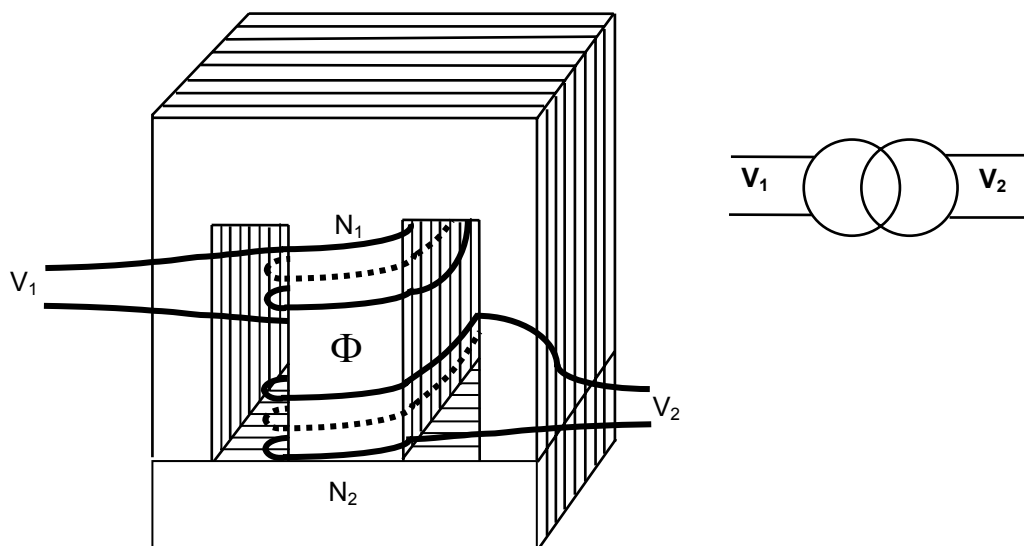
Hurrengo orrialdean azaltzen da nola sailkatu ezagutzen ditugun makina elektriko guztiak.



4.2 Makina elektrikoak: transformadoreak

Makinen artean, transformadoreak makina estatikoak dira, zati mugikor gabekoak. Makina horiek, alde batetik, tentsioaren eta korrontearen balioa egokitzeko erabiltzen dira, eta bestetik, sistemak isolatzeko.

Transformadoreek, beste makina elektriko batzuek legez, bi zirkuitu mota dituzte: zirkuitu magnetiko bat eta bi zirkuitu elektriko. Zirkuitu magnetikoak, *nukleo* deritzonak, burdinazko xaflak dauzka. Xafla bakarra eduki beharrean, ugari dauzka, histeresi-galerak eta Foucaulten –korronteengatiko galerak gutxitzeko. Zirkuitu elektrikoak, *harilkatu* deritzenak, berrizarekin isolatutako kobrezko hariz eginak daude. Sarrerako harilkatua, *primario* deritzona, energia-iturriari konektatzen zaio eta sekundarioa, berriz, kargari.



N_1 espira dauzkan primarioak, V_1 tentsio alfernoarekin elikatzen denean, Φ fluxu magnetiko aldakorra sortzen du. Fluxu magnetiko aldakor horrek, Faradayren legearen arabera, N_2 espira dauzkan sekundarioa zeharkatzen duenean, V_2 indar elektroeragile induzitua sortzen du bigarren harilkatu horretan.

Transformazio-erlazioa deitzen zaio primario eta sekundarioko espira kopuruen arteko zatidurari. Erlazio hori proportzionala da tentsioekiko eta alderantziz proportzionala korronteeekiko.

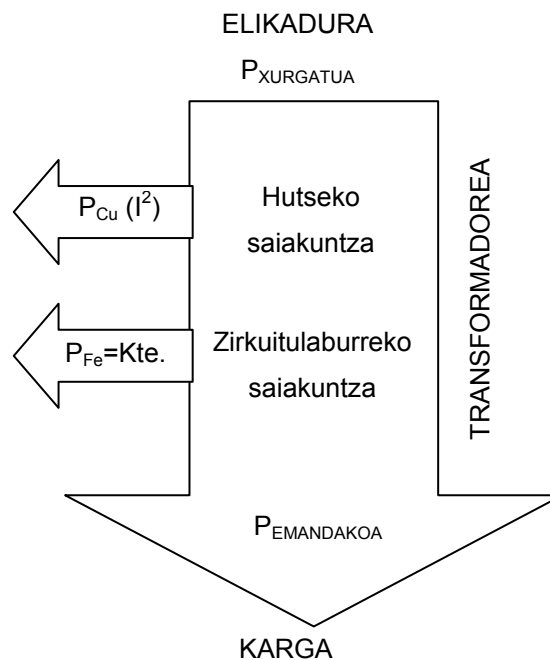
$$m = \frac{N_1}{N_2} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{I_2}{I_1}$$

Transformadore bat definitzeko, gutxienez bi ezaugarri tekniko adierazten dira:

- ✓ **Potentzia izendatua** (S_n): primarioak elikaduratik xurgatzen duen itxurazko potentzia da.
 $S_n = V_1 \cdot I_1$; unitatea VA da.
- ✓ **Transformazio-erlazioa** (m): sarrerako eta irteerako tentsioen balioak adierazita agertzen da normalean.
- ✓ Gainera, batzuetan, transformadorearen **errendimendua** (η) ere agertzen da katalogoetan.

Transformadorearen errendimendua potentzia aktiboetan oinarritzen da: sekundarioak kargari ematen dion potentzia aktiboaren eta saretik xurgatzen den potentzia aktiboaren arteko zatidura.

Transformadorea ideala balitz, potentzia bien balioak berdinak izango liriateke, baina errealitatean galerak gertatzen dira tartean. Galera horiek bi motatakoak izaten dira: alde batetik, harilen kobreak erresistentziaren eraginez sortzen dena; P_{Cu} deritzo, eta zirkuitulaburreko saiakuntzaz lortzen da. Eta beste aldetik, xaflerako burdinetan histeresiak, Foucaulten korranteek eta fluxu magnetikoak eragiten dutena; P_{Fe} deritzo, eta hutseko saiakuntzaren bidez ezagut genezake.



Edozelako karga konektatuta burdinetan sortzen diren galerekin balio finkoa izaten dute; kobreak sortzen direnak, oster, kargak xurgatzen duen korrantearen koadroarekiko proportzionalak dira.

Beraz, errendimendua kalkulatzeko emandako potentzia aktiboaren eta xurgatutako potentzia aktiboaren arteko zatidura egingo dugu, galera guztiak kontuan izanez.

$$\eta = \frac{P_{EMANDAKOAKO}}{P_{XURGATUTAKOAKO}} \times 100 = \frac{P_2}{P_2 + P_{Cu} + P_{Fe}} \times 100 = \frac{S_n \cdot \cos \varphi}{S_n \cdot \cos \varphi + P_{Cu} + P_{Fe}} \times 100$$

Sarritan, transformadoreak zirkuituetan ezartzen direnean, karga osoz lan egin beharrea karga erdiarekin edo beste proportzio batekin egiten dute lan. Beraz, kobreako galerak kargako korronea-
rekiko proportzionalak direnez gero, aldatu egiten da errendimenduaren balioa. Horretarako, *karga-
indizea* (C) kontzeptua erabiltzen da:

$$C = \frac{I_{2errealakoa}}{I_{2izendatua}} \Rightarrow P'_u = P_{Cu} \text{ KARGA OSOZ} \cdot C^2$$

Transformadore trifasikoak ere asko erabiltzen dira, batez ere potentzia handiko sistemetan energia
elektrikoa garraiatzeko. Primarioko 3 harilkatuak izar- edo triangelu-eran konektatzen dira, eta
sekundariokoak, berriz, hiru modutan: sigi-sagan edo izar- edo triangelu-eran. Izar-konexioarekin, faseko
tentsioa $\sqrt{3}$ aldiz txikiagoa da sareko elikadurako tentsioa baino. Triangelu-konexioarekin, ostera,
faseko korronea $\sqrt{3}$ aldiz txikiagoa da sareko korronea baino. Karga desorekatuak konektatzen
direnean, sigi-saga konexioa erabiltzen da, aurreko bi konexio motak baino egokiagoa baita. Dena den,
izar-konexioa erabiltzen da gehien, hiru harilkatuen loturatik neutroa ateratzen baita.

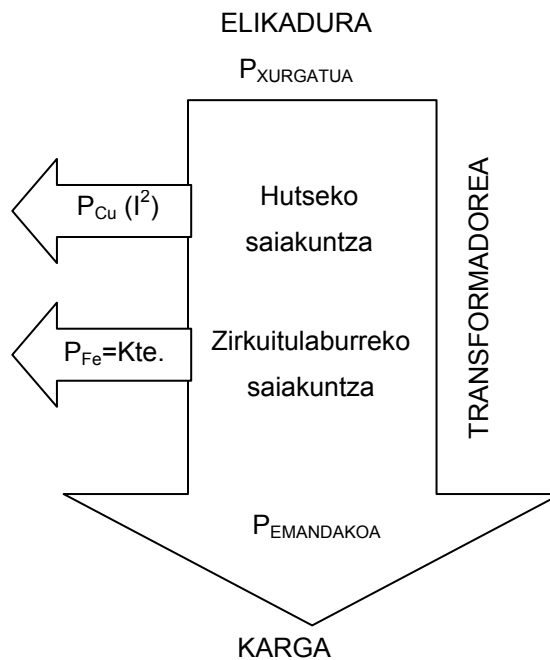
Sistema baten itxurazko potentzia $S = \sqrt{3} \times V_2 \times I_2$ izango da beti.

4.1. 220 V/24 V-eko eta 3 kVA-ko transformadore monofasiko bati $\cos \varphi = 0,9$ daukan
karga konektatu zaio. Hutseko saiakuntzan 75 W kontsumitu ditu, eta
zirkuitulaburreko saiakuntzan, berriz, 250 W.

- a) Zein da transformadorearen errendimendua karga osoa konektatuz gero?
- b) Zein da transformadorearen errendimendua karga erdia konektatuz gero?
- c) Kalkulatu zenbateko korronea pasatzen den sekundariotik karga osoz.
- d) Kalkulatu zenbateko korronea pasatzen den sekundariotik karga erdiz.

Datuak: $V_1=220$ V; $V_2=24$ V; $S_n=3$ kVA; $P_{Cu}=250$ W; $P_{Fe}=75$ W; eta $\cos \varphi=0,9$.

a) Zein da transformadorearen errendimendua karga osoa konektatuz gero?



Transformadorearen errendimendua potentzia aktiboetan oinarritzen da: sekundarioak kargari ematen dion potentzia aktiboaren eta saretik xurgatzen den potentzia aktiboaren arteko zatidura.

Transformadorea ideala izango balitz, potentzia bien balioak berdinak izango lirateke, baina errealitatean galerek gertatzen dira tartean. Galera horiek bi motatakoak izaten dira: alde batetik, harilen kobreak erresistentziaren eraginez sortzen dena; P_{Cu} deritzo, eta zirkuitulaburreko saiakuntzaz neurtzen da. Eta beste aldetik, xafletako burdinetan histeresiak, Foucaulten korranteek eta fluxu magnetikoak eragiten dutena; P_{Fe} deritzo, eta hutseko saiakuntzaren bidez ezagutenezake.

Edozelako karga konektatuta ere, burdinan sortzen diren galerek balio finkoa izaten dute; kobreak sortzen direnak, ostera, kargak xurgatzen duen korrontearen koadroarekiko proportzionalak dira.

Beraz, errendimendua kalkulatzeko, emandako potentzia aktiboaren eta xurgatutako potentzia aktiboaren arteko zatidura egingo dugu, galera guztiak kontuan izanez.

$$\eta = \frac{P_{EMANDAKOA}}{P_{XURGATUTAKOA}} = \frac{P_2}{P_2 + P_{Cu} + P_{Fe}} = \frac{S_n \cdot \cos \varphi}{S_n \cdot \cos \varphi + P_{Cu} + P_{Fe}}$$

$$\eta_{osoa} = \frac{3000 \text{ VA} \cdot 0,9}{3000 \text{ VA} \cdot 0,9 + 250 \text{ W} + 75 \text{ W}} \quad \boxed{\eta_{osoa} = 0,89}$$

b) Zein da transformadorearen errendimendua karga erdia konektatuz gero?

Printzipioz, modu berean kalkulatu dugu errendimendua, kontuan izanik kobreako galerak korrontearen koadroarekiko proportzionalak direla. Horretarako, karga-indizea (C) definitzea komeni da.

$$C = \frac{I_2}{I_{izendatua2}}, \text{ eta kasu honetan } C = \frac{1}{2}$$

Horren ondorioz, kobreako galerak ekuazio honen bidez definituko ditugu.

$$P_{Cu\text{erdia}} = P_{Cu\text{osoa}} \cdot C^2 = 250 \text{ W} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \quad \boxed{P_{Cu\text{erdia}} = 62,5 \text{ W}}$$

Horrela, errendimendua kalkulatzeko emandako potentzia aktiboaren eta xurgatutako potentzia aktiboaren artean zatidura egingo dugu, kobreako galeren balio berria kontuan izanez.

$$\eta_{\text{erdia}} = \frac{P_{EMANDAKOA}}{P_{XURGATUTAKOA}} = \frac{S_n \cdot \cos \varphi}{S_n \cdot \cos \varphi + P_{Cu\text{erdia}} + P_{Fe}}$$

$$\eta_{\text{erdia}} = \frac{3000 \text{ VA} \cdot 0,9}{3000 \text{ VA} \cdot 0,9 + 62,5 \text{ W} + 75 \text{ W}} \quad \boxed{\eta_{\text{erdia}} = 0,95}$$

Karga osoan baino errendimendu hobea dauka, galerak murriztu egin baitira.

c) Kalkulatu zenbateko korrontea pasatzen den sekundariotik karga osoz

Itxurazko potentziaren ekuaziotik lortuko dugu korrontearen balioa.

$$S_{osoa} = V_2 \cdot I_{2osoa} \Rightarrow I_{2osoa} = \frac{S_{osoa}}{V_2} = \frac{3000 \text{ VA}}{24 \text{ V}} \quad \boxed{I_{2osoa} = 125 \text{ A}}$$

d) Kalkulatu zenbateko korrontea pasatzen den sekundariotik karga erdiz

Era berean, itxurazko potentziaren ekuaziotik lortuko dugu korrontearen balioa, baina oraingoan potentziaren balioa erdia dela.

$$S_{erdia} = V_2 \cdot I_{2erdia} \Rightarrow I_{2erdia} = \frac{S_{erdia}}{V_2} = \frac{1500 \text{ VA}}{24 \text{ V}} \quad \boxed{I_{2erdia} = 62,5 \text{ A}}$$

Ondorio legez, esan dezakegu korronteren balioa erdia izan arren errendimendua askoz hobea dela kargaren erdiarekin.

4.2. Transformadore baten primarioak kobrezko 2464 bira ditu, eta sekundarioak, 154.

Transformadorea bertako sare elektrikora konektatzen dela jakinda, kalkula itzazu:

- Zein den transformazio-erlazioa (m).
- Zenbateko tentsioa aterako duen primarioko borneetan (V_2).
- Zenbateko korronea pasatzen den sekundariotik $33 \Omega/50 \text{ W}$ -eko erresistentzia konektatuz gero (I_2).
- Zenbateko korronea xurgatzen duen saretik (I_1).
- Zein den transformadorearen potentzia (S_n).

Datuak: $V_1=220 \text{ V}$, $N_1=2464$ bira, $N_2=154$ bira, $R=33\Omega/50\text{W}$

a) Zein den transformazio-erlazioa (m)

Primarioko eta sekundarioko harilen bira kopuruekin erraz kalkula dezakegu transformazio-erlazioa.

$$m = \frac{N_1}{N_2} = \frac{2464 \text{ bira}}{154 \text{ bira}} \quad \boxed{m = 16}$$

b) Zenbateko tentsioa aterako duen primarioko borneetan (V_2)

Primarioan 220 V -eko tentsioa ezartzen bada, transformazio-erlazioa jakinda, zuzenean kalkula dezakegu.

$$m = \frac{V_1}{V_2} \Rightarrow V_2 = \frac{V_1}{m} = \frac{220 \text{ V}}{16} \quad \boxed{V_2 = 13,75 \text{ V}}$$

c) Zenbateko korronea pasatzen den sekundariotik $33 \Omega/50 \text{ W}$ -eko erresistentzia konektatuz gero (I_2)

Enuntziatu horrekin kontu handia izan behar dugu erresistentziaren balioa irakurtzeko orduan. Erresistentziaren potentzia ere aipatzen da, baina guk, kalkuluak egiteko, erresistentziaren balioa erabili behar dugu, eta ez potentzia. Kasu honetan, Ohmen legean oinarritu behar dugu korronea zenbatekoa den jakiteko.

$$I_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{13,75 \text{ V}}{33 \Omega} \quad \boxed{I_2 = 0,41\hat{6} \text{ A}}$$

Badaezpada, kalkulatu dugu zenbat potentzia xurgatuko duen erresistentziak, erreko ote den jakiteko.

$$P_R = R \cdot I_2^2 = 33 \, \Omega \cdot 0,416 \, A \quad \boxed{P_R = 5,73 \, W}$$

Beraz, erresistentziak erraz jasango du erre gabe.

d) Zenbateko korronea xurgatzen duen saretik (I_1)

Jakinda zenbateko korronea behar duen kargak transformadoreko sekundarioan, transformazio-erlazioaren laguntzaz kalkulatu ahal izango dugu zenbateko korronea xurgatzen den saretik.

$$m = \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow I_1 = \frac{I_2}{m} = \frac{0,416 \, A}{16} \quad \boxed{I_1 = 261 \, mA}$$

e) Zein den transformadorearen potentzia (S_n)

Jakinda zenbat korrone pasatzen den kargatik eta sekundarioko tentsioa ere jakinda, transformadorearen itxurazko potentzia lor dezakegu.

$$S_n = V_2 \cdot I_2 = 13,75 \, V \cdot 0,416 \, A \quad \boxed{S_n = 5,73 \, VA}$$

4.3. 220/125 V-eko erlazioa duen transformadore monofasiko batek kondizio izendatueta funtzionatzen du. 5000 W-eko karga erresistiboa elikatzen duenean, % 98ko errendimendua du. Kalkulatu:

- Transformadoreak zenbateko potentzia hartzen duen saretik.
- Zenbateko potentzia galtzen den transformadorean.
- Hutseko saiakuntzan 20 W neurtzen badira, zenbat potentzia neurtuko den zirkuitulaburreko saiakuntzan.
- Transformadorearen korrone izendatuak.

Datuak: $V_1=220 \, V$, $V_2=125 \, V$, $P_2=5000 \, W$, $\eta=0,98$ eta $P_{Fe}=20 \, W$.

a) Transformadoreak zenbateko potentzia hartzen duen saretik

Errendimendua kalkulatzeko, emandako potentzia aktiboaren eta xurgatutako potentzia aktiboaren arteko zatidura kalkulatu behar dugu; formula horretatik, jakin genezake zenbateko potentzia ematen dion sareak transformadoreari.

$$\eta = \frac{P_{EMANDAKOA}}{P_{XURGATUTAKOA}} \Rightarrow P_{XURGATUTAKOA} = \frac{P_{EMANDAKOA}}{\eta} = \frac{5000 \text{ W}}{0,98} \quad \boxed{P_{XURGATUTAKOA} = 5102 \text{ W}}$$

b) Zenbateko potentzia galtzen den transformadorean

Transformadoreak sare elektrikotik zenbateko potentzia aktiboa xurgatzen duen eta kargak zenbateko potentzia aktiboa erabiltzen duen jakinda, balio bien arteko kenketa egingo dugu.

$$P_{GALERAK} = P_{XURGATUTAKOA} - P_{EMANDAKOA} = 5102 \text{ W} - 5000 \text{ W} \quad \boxed{P_{GALERAK} = 102 \text{ W}}$$

c) Hutseko saiakuntzan 20 W neurtzen badira, kalkulatu zirkuitulaburreko saiakuntzan zenbat potentzia neurtuko den

Hutseko saiakuntzaren bitartez, xaflen burdinek sortutako galerak neurtzen dira. Kobreak sortzen ditu gainerakoak.

$$P_{GALERAK} = P_{Cu} + P_{Fe} \Rightarrow P_{Cu} = P_{GALERAK} - P_{Fe} = 102 \text{ W} - 20 \text{ W} \quad \boxed{P_{Cu} = 82 \text{ W}}$$

d) Kalkulatu transformadorearen korrante izendatuak

Transformadoreko sekundarioko korrante izendatua kargak xurgatzen duen potentzia aktibotik lor dezakegu. Horretarako, kargaren potentzia-faktorea zein den jakin behar dugu, baina datu hori ez da zuzenean agertzen enuntziatuan. Hala ere, aipatzen da karga erresistiboa dela; beraz, suposatuko dugu erresistentzia hutsa dela karga, eta, ondorioz, $\cos\varphi=1$ dela.

$$P_{EMANDAKOA} = V_2 \cdot I_2 \cdot \cos\varphi \Rightarrow I_2 = \frac{P_{EMANDAKOA}}{V_2 \cdot \cos\varphi} = \frac{5000 \text{ W}}{125 \text{ V} \cdot 1} \quad \boxed{I_2 = 40 \text{ A}}$$

Saretik xurgatutako korronteari dagokionez, transformazio-erlazioaren bidez kalkulatu dugu, tentsio biak ezagutzen baititugu. Lehenengo, transformazio-erlazioa bera kalkulatu dugu.

$$m = \frac{V_1}{V_2} = \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow m = \frac{220 \text{ V}}{125 \text{ V}} \quad \boxed{m = 1,76}$$

Ariketa amaitzeko, kalkula dezakegu zenbateko korrontea xurgatzen den saretik.

$$m = \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow I_1 = \frac{I_2}{m} = \frac{40 \text{ A}}{1,76} \quad \boxed{I_1 = 22,72 \text{ A}}$$

Laguntzak

4.4. 220/125 V eta $S_n = 1,5 \text{ kVA}$ -eko transformadore monofasikoak hutseko saiakuntzan 50 W kontsumitzen ditu, eta zirkuitulaburreko saiakuntzan, berriz, 100 W. Primarioa 220 V-ez elikatzen da. Sekundarioari, ostera, 0,8ko potentzia-faktoreko karga jartzen zaio transformadoreak korrante izendatuan lanean diharduenean. Aurreko datuekin, kalkulatu:

- Zenbateko korrontea pasatzen den kargatik.
- Zenbateko potentzia aktiboa xurgatzen duen kargak.
- Zein den transformadorearen errendimendua.
- Zenbateko potentzia eta korrontea xurgatzen dituen transformadoreak sare elektrikitik.

Datuak: $V_1=220 \text{ V}$, $V_2=125 \text{ V}$, $S_n=1,5 \text{ kVA}$, $P_{Fe}=50 \text{ W}$, $P_{Cu}=100 \text{ W}$ eta $\cos\varphi=0,8$.

a) Zenbateko korrontea pasatzen den kargatik

Transformadorearen itxurazko potentziatik lor dezakegu zenbat korrante pasatuko den kargatik, sekundarioko tentsioa zein den badakigu eta.

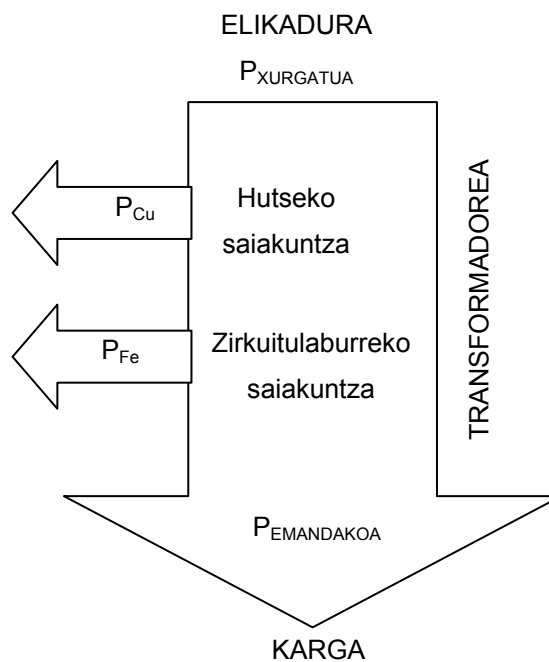
$$S_n = V_2 \cdot I_2 \Rightarrow I_2 = \frac{S_n}{V_2} = \frac{1500 \text{ VA}}{125 \text{ V}} \quad \boxed{I_2 = 12 \text{ A}}$$

b) Zenbateko potentzia aktiboa xurgatzen duen kargak

Kargaren potentzia-faktorea eta sekundarioko itxurazko potentzia jakinda, potentzia aktiboaren formula aplikatuko dugu.

$$P_2 = V_2 \cdot I_2 \cdot \cos \varphi = S_n \cdot \cos \varphi = 1500 \text{ VA} \cdot 0,8 \quad \boxed{P_2 = 1200 \text{ W}}$$

c) Zein den transformadorearen errendimendua



Transformadorearen errendimendua potentzia aktiboetan oinarritzen da: sekundarioak kargari ematen dion potentzia aktiboaren eta saretik xurgatzen den potentzia aktiboaren arteko zatidura. Transformadorea ideala izango balitz, potentzia bien balioak berberak izango lirateke, baina errealitatean galerak gertatzen dira tartean. Galera horiek bi motatakoak izaten dira: alde batetik, harilen kobreak erresistentziaren eraginez sortzen dena; P_{Cu} deritzo eta zirkuitulaburreko saiakuntzaz lortzen dena. Eta beste aldetik, xafletako burdinetan histeresiak, Foucaulten korronteeak eta fluxu magnetikoak eragiten dutena; P_{Fe} deritzo, eta hutsako saiakuntzaren bidez lor genezake.

Beraz, errendimendua kalkulatzeko, emandako potentzia aktiboaren eta xurgatutako potentzia aktiboaren arteko zatidura kalkulatu dugu.

$$\eta = \frac{P_{EMANDAKOA}}{P_{XURGATUTAKOA}} = \frac{P_2}{P_2 + P_{Cu} + P_{Fe}} = \frac{S_n \cdot \cos \varphi}{S_n \cdot \cos \varphi + P_{Cu} + P_{Fe}}$$

$$\eta = \frac{1500 \text{ VA} \cdot 0,8}{1500 \text{ VA} \cdot 0,8 + 100 \text{ W} + 50 \text{ W}} \quad \boxed{\eta = 0,88}$$

d) Transformadoreak zenbateko potentzia eta korronea xurgatzen dituen sare elektrikotik

Aurreko atalean zeharka kalkulatu dugu transformadoreak zenbat potentzia aktibo xurgatzen duen sare elektrikoko elikaduratik.

$$P_{XURGATUTAKOA} = P_2 + P_{Cu} + P_{Fe} = S_n \cdot \cos \varphi + P_{Cu} + P_{Fe}$$

$$P_{XURGATUTAKOA} = 1500 \text{ VA} \cdot 0,8 + 100 \text{ W} + 50 \text{ W} \quad \boxed{P_{XURGATUTAKOA} = 1350 \text{ W}}$$

Saretik xurgatutako korronteari dagokionez, transformazio-erlazioaren bidez kalkulatu dugu, tentsio biak ezagutzen baititugu.

$$m = \frac{V_1}{V_2} = \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow m = \frac{220 \text{ V}}{125 \text{ V}} \quad \boxed{m = 1,76}$$

a) atalean kalkulatu dugu zenbat korrone igarotzen den kargatik.

$$m = \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow I_1 = \frac{I_2}{m} = \frac{12 \text{ A}}{1,76} \quad \boxed{I_1 = 6,81 \text{ A}}$$

4.5. Lantegi bateko argiteriak eta makinariak 150 kW-eko potentzia xurgatzen dute 0,75 potentzia-faktorearekin. Sarrerako transformadorearen ezaugarriak dira 13000/380 V eta (S_n) 250 kVA-ko potentzia izendatua. Galerak, oso kaskarrak direnez gero, mespretxatu egingo ditugu. Aurreko datuekin, kalkulatu:

- Zenbateko itxurazko potentzia xurgatzen duen lantegiak.
- Transformadorearen sekundarioan zenbatekoa den korrone izendatua eta zenbatekoa kargako korrone erreala.
- Zenbateko karga-indizea daukan transformadoreak.

Datuak: $V_1=13000 \text{ V}$, $V_2=380 \text{ V}$, $S_n=250 \text{ kVA}$, $P=150 \text{ kW}$ eta $\cos\varphi=0,75$.

4.7. Zenbateko itxurazko potentzia xurgatzen duen lantegiak

Potentzia aktibotik lortuko dugu lantegiak xurgatuko duen itxurazko potentzia.

$$P_{LANTEGIA} = \sqrt{3} \cdot V_2 \cdot I_2 \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot S_n \cdot \cos \varphi \Rightarrow S_n = \frac{P_{LANTEGIA}}{\sqrt{3} \cdot \cos \varphi}$$

$$S_n = \frac{P_{LANTEGIA}}{\sqrt{3} \cdot \cos \varphi} = \frac{150 \text{ kW}}{\sqrt{3} \cdot 0,75} \quad \boxed{S_n = 115470 \text{ VA}}$$

b) Transformadorearen sekundarioan zenbatekoa den korrante izendatua eta zenbatekoa kargako korrante erreala

Galerak mespretxatzeko adierazi digutenez, suposatuko dugu primarioko itxurazko potentziari dagokion energia oso-osoa garraiatuko dela sekundariora.

$$S_{iz} = \sqrt{3} \cdot V_{2iz} \cdot I_{2izendatua} \Rightarrow I_{2izendatua} = \frac{S_{iz}}{\sqrt{3} \cdot V_{2iz}}$$

$$I_{2izendatua} = \frac{S_{iz}}{\sqrt{3} \cdot V_{2iz}} = \frac{250000 \text{ VA}}{\sqrt{3} \cdot 380 \text{ V}} \quad \boxed{I_{2izendatua} = 379,8 \text{ A}}$$

Sekundarioko korrante erreala modu berean kalkulatu dugu.

$$I_{2erreala} = \frac{S_{erreala}}{\sqrt{3} \cdot V_{2iz}} = \frac{150000 \text{ VA}}{\sqrt{3} \cdot 380 \text{ V}} \quad \boxed{I_{2erreala} = 227,9 \text{ A}}$$

c) Zenbateko karga-indizea daukan transformadoreak

Karga-indizea ebazteko, sekundarioko korrantearen balio erreala eta izendatuaren balioak eza-gutu behar ditugu, aurreko atalean kalkulatuak.

$$C = \frac{I_{2erreala}}{I_{2izendatua}} = \frac{227,9 \text{ A}}{379,8 \text{ A}} \quad \boxed{C = 0,6}$$

4.6. Herritik urrun dagoen auzo batean 12 txalet egin behar dituzte, eta horretarako, energia banatzen duen enpresak 15 kV-eko linea trifasikotik atera behar izango du elektrizitatea. Txalet bakoitzak 5,5 kW-eko potentzia xurgatuko duela suposatuko dugu, eta kale guztiak gauez argitzeko 12 kW behar ditugula. Sistema osoaren batez besteko potentzia-faktorea 0,85 inguru izango da. Datu horiekin, kalkulatu:

- Zein den transformazio-erlazioa.
- Zenbateko itxurazko potentzia izan beharko duen transformadoreak.
- Zein den transformadorearen sekundarioko korronea.
- Zein den transformadorearen errendimendua, burdinako galerak % 2 eta kobreako galerak % 6 direla suposatzen badugu.

Datuak: $V_1=15000\text{ V}$, 12 txalet, $P_{argia}=12\text{ kW}$, $P_{txalet}=5,5\text{ kW}$ eta $\cos\varphi=0,85$.

a) Zein den transformazio-erlazioa

12 txalet ditugunez, komeniko zaigu txaletak hiru multzotan banatzea, multzo bakoitzak bere fase eta neutroa izan ditzan. Ez dakigu zelakoa izan beharko duen transformadore trifasikoaren egiturak, baina, neutroa lortzeko, sekundarioak nahitaez izan behar du izar-erako konexioa. Aldiz, komeni zaigu sare elektrikoaren aldeko primarioak ahalik eta korronte motelena edukitzea; beraz, triangelu-eran konektatuko da.

Sekundarioko tentsioaren balioari dagokionez, etxebizitzetako balio arruntena 220 V-ekoa izaten da fase eta neutroaren artean, baina izar-egituran, faseen arteko tentsioa $\sqrt{3} \cdot 220\text{ V} = 380\text{ V}$ izango da. Beraz, transformazio-erlazioa honela kalkulatu dugu:

$$m = \frac{V_1}{\sqrt{3} \cdot V_2} = \frac{15000\text{ V}}{\sqrt{3} \cdot 380\text{ V}} \quad \boxed{m = 22,8}$$

b) Zenbateko itxurazko potentzia izan beharko duen transformadoreak

Lehenengo eta behin, kalkulatu dugu zenbat potentzia aktibo xurgatuko duen auzo berri osoak.

$$P_{osoa} = 12\text{ txalet} \cdot P_{txalet} + P_{argia} = 12 \cdot 5,5\text{ kW} + 12\text{ kW} \quad \boxed{P_{osoa} = 88\text{ kW}}$$

Potentzia aktibo osoa eta potentzia-faktorearen balioak jakinda, zuzenean kalkula dezakegu transformadorearen itxurazko potentzia.

$$P_{osoaA} = \sqrt{3} \cdot V_2 \cdot I_2 \cdot \cos \varphi = S_n \cdot \cos \varphi \Rightarrow S_n = \frac{P_{osoa}}{\cos \varphi} = \frac{88 \text{ kW}}{0,85} \quad \boxed{S_n = 103529 \text{ VA}}$$

Balio horrek izan beharko luke transformadore trifasikoaren gutxienezko itxurazko potentzia. Badaezpada, aurrerantzean egin daitezkeen hedapenak aurreikusiz edo galerak saihesteko, komeni da potentzia handixeagoa aukeratzea.

c) Zein den transformadorearen sekundarioko korrontea

Transformadorearen sekundarioko korrontea kalkulatzeko, itxurazko potentziaren formula erabiliko dugu.

$$S_{iz} = \sqrt{3} \cdot V_{2iz} \cdot I_{2iz} \Rightarrow I_{2iz} = \frac{S_{iz}}{\sqrt{3} \cdot V_{2iz}} = \frac{59772 \text{ VA}}{\sqrt{3} \cdot 380 \text{ V}} \quad \boxed{I_{2iz} = 90,81 \text{ A}}$$

d) Zein den transformadorearen errendimendua, burdinako galerak % 2 eta kobreako galerak % 6 direla suposatzen badugu

Sekundarioko potentzia aktiboa zenbatekoa den badakigu, eta balio horri ezarriko dizkiogu galeren ehunekoak.

$$\text{Burdinako galerak} \quad P_{Fe} = P_{osoa} (\%2) = 2,27 \text{ kW}$$

$$\text{Kobreko galerak} \quad P_{Cu} = P_{osoa} (\%6) = 6,81 \text{ kW}$$

Eta jarraian, errendimenduaren formularen ordezkatuko ditugu potentzien balioak.

$$\eta = \frac{P_{EMANDAKOA}}{P_{XURGATUTAKOA}} = \frac{P_{osoa}}{P_{osoa} + P_{Cu} + P_{Fe}} = \frac{88 \text{ kW}}{88 \text{ kW} + 6,81 \text{ kW} + 2,27 \text{ kW}} \quad \boxed{\eta = 0,9}$$

5 MAKINA ELEKTRIKOAK KORRONTE ZUZENeko MOTORRAK

5.1 Korronte zuzeneko motorrak

Funtzionamendua

L luzerako eroale bat eremu magnetiko baten indar-lerroekiko perpendikularki mugitzen denean v abiaduraz, e indar elektroeragile induzitua sortzen du eroalean.

Induzitutako indar elektroeragilearen balioa kalkulatzeko, adierazpen matematiko hau erabiliko dugu:

$$e = \beta \cdot l \cdot v \quad \beta = \text{indukzio magnetikoa teslatan.}$$

L = eroalearen luzera metrotan.

v = abiadura metro/segundotan.

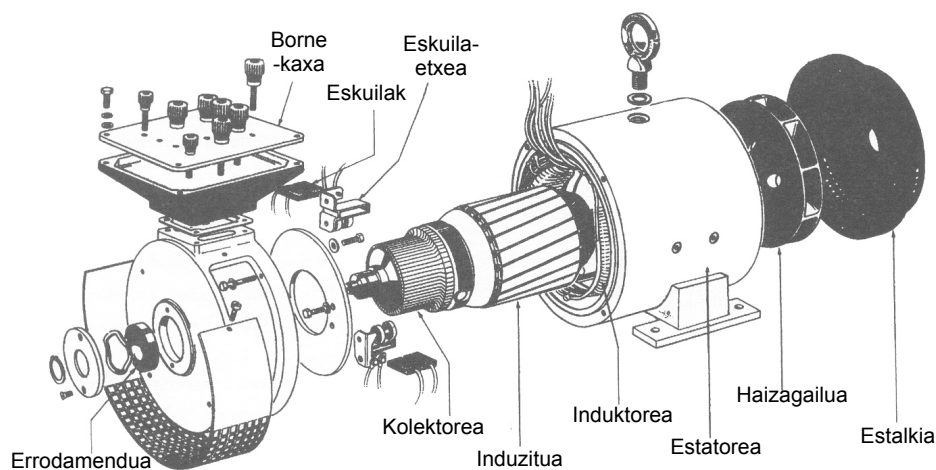
Eremu magnetikoaren barruan eroale bakarra jarri beharrea espira bat jartzen badugu, efektua bikoitza izango da. Merkatuan izaten diren motorrak espira anitzez osatuak daude.

Espira biraka hasten denean, aldiune bakoitzean induzitutako indar elektroeragilearen balioa honela kalkulatu dugu:

$$e = N \cdot \omega \cdot \Phi_{\max} \cdot \sin(\omega t)$$

N = espira kopurua
 ω = abiadura angeluarra radian/segundotan
 Φ_{\max} = fluxu maximoa weberretan

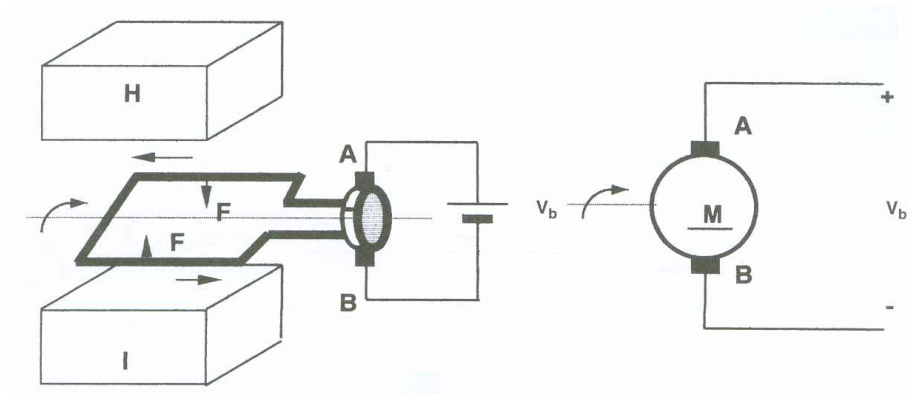
► Egitura



► **Korronte zuzeneko motorren funtzionamendua**

Estatorean eremu magnetikoa sortuko duten poloak kokatzen dira, eta errotorean, espira birakor bat, bi muturrak kolektoreari lotuta. Eskuiletan korronte zuzeneko tentsioa aplikatzen bada, espiretatik korronte elektrikoa pasatuko da.

Ezkerreko eskuaren araua aplikatuz, espiraren bi aldeek jasango dituzten indarrak noranzko desberdinekoak izango dira (korrontearen noranzkoa bi eroaleetan desberdina delako). Momentu eragile horren ondorioz, espira biraka hasiko da. Kolektorea bi erdiz osatuta dagoenez, bira-erdi bakoitzean espiren kommutazioa eragiten da, eta horrela, espira aurkako poloen aurrean dagoenean, korrontearen noranzkoa aldatzen da.



► **Indar kontraelektroeragilea**

Korronte elektrikoa eroaten duten induzituaren eroaleetan, sortutako momentu eragileari esker, motorra biraka hasten da. Aldi berean, eremu magnetikoaren barruan, korronte elektrikoa eroaten duten eroaleek induzitutako indar elektroeragilea sortzen dute. Motorren kasuan, sortutako indar elektroeragileek korrontearen aurkako eragina izango dute.

$$E' = K_1 \cdot \Phi \cdot n \quad K_1 = \text{konstantea}$$

$$\Phi = \text{fluxua weberretan}$$

$$n = \text{abiadura b/min-tan}$$

► **Induzitutako korrontea**

Motorrean induzitutako korrontea honela kalkulatzen da.

$$I_i = \frac{V_b - E'}{r_i}$$

V_b = kolektorean aplikatutako tentsioa.
 E' = indar kontraelektroeragilea.
 r_i = kolektorearen barne-erresistentzia.

► **Biraketa-abiadura**

Motorraren biraketa-abiadura kalkulatzeko, formula hau aplikatuko dugu:

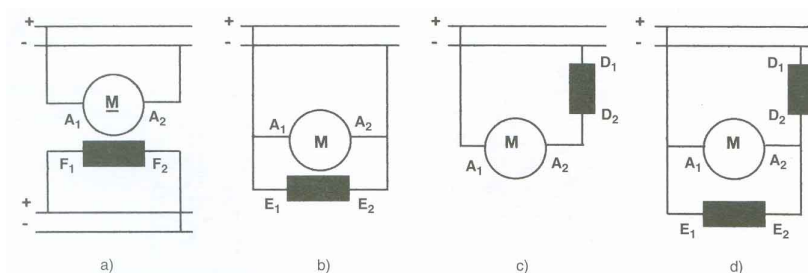
$$n = \frac{V_b - r_i \cdot I_i}{K_1 \cdot \Phi}$$

► **Momentu eragilea**

Momentu eragilearen balioa induzituko korrontearen eta fluxu magnetikoaren mende dago, eta es-
presio honen bitartez kalkula dezakegu:

$$M = \frac{60}{2\pi} \cdot K_1 \cdot \Phi \cdot I_i = K_2 \cdot \Phi \cdot I_i$$

► **Korronte zuzeneko motorren kitzikapen motak**



- a) Kitzikapen independenteko motorra.
- b) Deribaziozko kitzikapeneko motorra edo Shunt motorra.
- c) Serie-kitzikapeneko motorra.
- d) Kitzikapen konposatuko motorra.

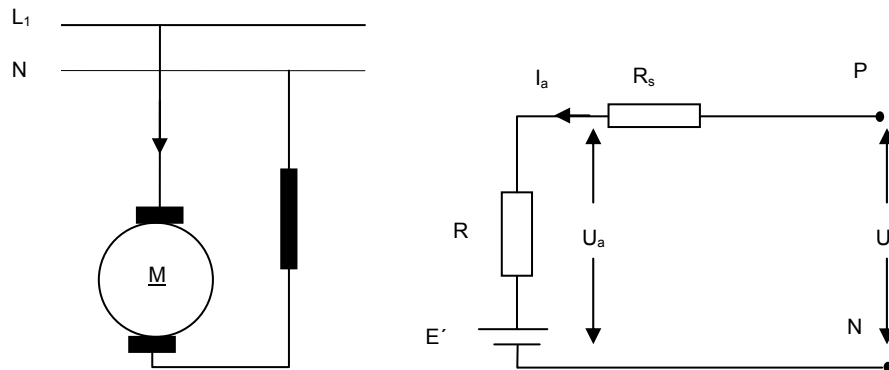
4.7. Serie-motor batean induzituko erresistentzia 0,2 Ω-ekoa da. Serie-kitzikapeneko harilkatuaren erresistentzia 0,1 Ω da. Lineako tentsioa 220 V eta indar kontraelektroeragilea 215 V direla jakinik, kalkulatuz:

- a) Martxan jartzean zenbateko korrontea xurgatzen duen.
- b) Lineako korronte izendatua
- c) Zenbateko erresistentzia jarri behar den abioko korrontea gehienez izendatuaren bikoitza izateko.

Ebatzi ariketa eskuletan galtzen den tentsioa kontuan izan gabe, bai eta kontuan izanda ere.

Ariketa gehienetan, R_a -en barnean bi erresistentzia daude: bata, eskuilen eta kolektorearen artekoa eta bestea, induzitukoa. Baina, ariketa honetan, tentsio-galerak banan-banan hartuko ditugu, eta, hartara, ikus daiteke zenbateko tentsioa galtzen den bakoitzean.

Ondorengo irudi honetan ikus daiteke korrante zuzeneko serie motorra, kommutazioko polorik gabe, eta eskema elektriko baliokidea:



A) KONTUAN IZAN GABE ZENBAT TENTSIO GALTZEN DEN ESKUILETAN

1. Martxan jartzean zenbateko korrantea xurgatzen duen

Tentsioen ekuazioan kalkulatu dugu induzituko harilkatua zeharkatzen duen korrantearen balioa.

$$U = E' + (R_a + R_s) I_a$$

$$I_a = \frac{U - E'}{R_a + R_s}$$

Eskatutako korrantea kalkulatzeko, ezinbestekoa da abioko i.k.e.e. kalkulatzeko. Kontuan izan behar dugu motorren abiadura zero izango dela ($n=0$) abioan, hortaz:

$$E' = \frac{2p}{2a} \cdot \frac{N \cdot n \cdot \Phi}{60}$$

Edozein motorretan, indar kontraelektroeragilea zero da abioan, abiadura zero delako. Aurrekoa kontuan izanik, abioko korrantearen balioa hau izango da:

$$I_a = \frac{220}{0,2 + 0,1} = 733,33 \text{ A}$$

$$I_a = 733,33 \text{ A}$$

2. Lineako korronte izendatua

Kondizio izendatuetan motorra karga osoan dabilenean, $E' = 215$ V da. Hori kontuan izanik:

$$I_a = \frac{220 - 215}{0,2 - 0,1} = 16,67 A \quad \boxed{I_a = 16,67 A}$$

Motorra diseinatu zenean, kondizio izendatuetan lan egiteko diseinatu zen.

Potentzia izendatua potentzia erabilgarriaren berdina da.

3. Abioko korrontea izendatuaren bikoitzera mugatzeko jarri beharreko erresistentzia

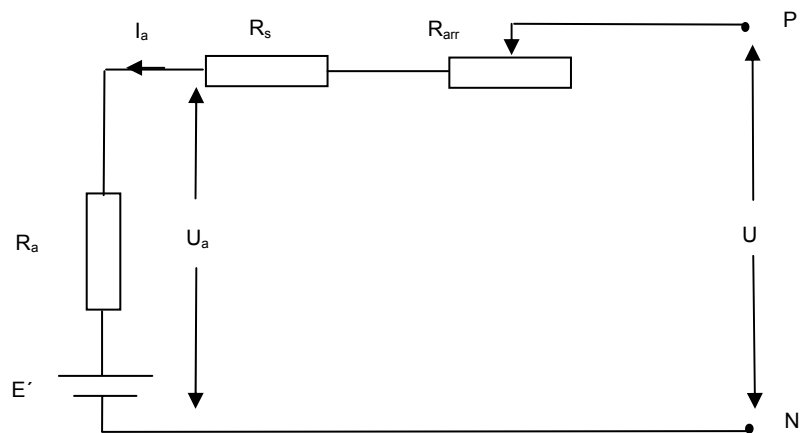
Elektrotekniko behe-tentsioko arautegiak, besteak beste, zera adierazten du: zenbat aldiz izan daitekeen abioko korrontea korronte izendatua baino handiagoa.

Martxan jartzean xurgatzen den korrontea txikitzeko, erresistentzia bat jartzen da induzi-tuarekin seriean, R_{arr} deitzen zaiona.

Hasieran, erreostatoaren erresistentzia guztia erabiltzen da motorra martxan jartzeko. Ondoren agertzen den ekuazioan ikus daitekeenez, indar kontraelektroeragilea handitzearen ondorioz, zirkuitua zeharkatzen duen korrontea jaitsi egiten da. Indar kontraelektroeragilea handitzen doan heinean, abioko erresistentzia zirkuitulaburrerantz doa: hala, haren balioa txikitzen doa, eta jausten den tentsioa ere bai. Korrontea balio izendatura heltzen denean, erreostatoa zirkuitulaburrean egongo da.

$$V_{PN} = I \cdot \sum R - \sum E = I_a \cdot (R_s - R_a) - (-E') \Rightarrow I_a = \frac{V_{PN} - E'}{R_s + R_a + R_{arr}}$$

Ondoren, eskema elektriko baliokidea adierazten da.



Tentsioen ekuazioa honela geratuko da:

$$U = E' + (R_a + R_s + R_{arr}) \cdot I_{arr}$$

Motorraren abioko korronea izendatuaren bikoitza izatea da helburua; hortaz,

$$I_{arr} = 2 \cdot I_n = 2 \cdot (16,67) = 33,34 A$$

Kontuan izan behar dugu abioan \$E'=0\$ eta \$I_{arr}=I_a\$ izango direla. Tentsioen ekuazioan, abioko erresistentzia askatuko dugu:

$$U = E' + (R_a + R_s + R_{arr}) \cdot I_{arr}$$

$$R_{arr} = \frac{U - E'}{I_{arr}} - (R_a + R_s) \quad R_{arr} = \frac{220 - 0}{33,34} - (0,2 + 0,1) = 6,3 \Omega \quad \boxed{R_{arr} = 6,3 \Omega}$$

B) ESKUILETAKO TENTSIO-GALERAK KONTUAN IZANIK

Erabili beharreko eskema elektrikoak berdinak dira, baina, kasu honetan, kontuan izan beharko genuke eskuiletan zenbat tentsio jausten den. Tentsio horren balioa 2 voltetkoa izaten da, 1 volt eskula bakoitzeko. Orain, induzituko erresistentzia \$R_i\$ deituko da, aurreko kasuko \$R_a\$-tik bereizteko.

$$U = E' + 2V_{kol} + (R_i + R_s) \cdot I_a$$

Abioan, $E'=0$ izaten da; hortaz, abioko intentsitatea askatuko dugu:

$$I_{arr} = \frac{U - E - 2V_{kol}}{R_i + R_s} = \frac{220 - 0 - 2}{0,2 + 0,1} = 726,67 A \quad \boxed{I_{arr} = 726,67 A}$$

Kondizio izendatuetan, $E'=215$ V izango da.

$$I_{arr} = \frac{U - E - 2V_{kol}}{R_i + R_s} = \frac{220 - 215 - 2}{0,2 + 0,1} = 10 A \quad \boxed{I_{arr} = 10 A}$$

Abioko erreostatoa ipintzen denean, tentsioen ekuazioa honela geratzen da:

$$U = E' + 2V_{kol} + (R_i + R_s + R_{arr}) \cdot I_a$$

eta abioko intentsitatearen balioa

$$I_{arr} = 2I_n = 2 \cdot 10 = 20 A$$

izango da; ondoren, abioko erresistentzia askatuko dugu:

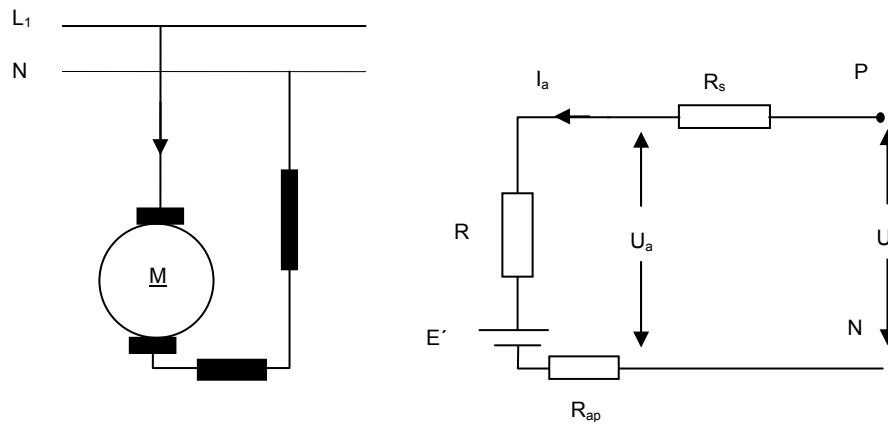
$$R_{arr} = \frac{U - E' - 2V_{kol}}{I_{arr}} - (R_i + R_s) = \frac{220 - 0 - 2}{20} - (0,2 + 0,1) = 10,6 \Omega \quad \boxed{R_{arr} = 10,6 \Omega}$$

4.8. Serie-motor bat 230 voltera konektatzen denean 1200 b/min-ko abiadura du.

Induzituko erresistentziaren balioa $0,3 \Omega$ -ekoa da, kitzikapenekoarena, $0,2 \Omega$ -ekoa, kommutazioko polo osagarriarena, $0,02 \Omega$ -ekoa eta indar kontraelektroeragilearena, 20 V-ekoa. Kalkulatu:

- Zenbatekoa izango den abioko korrontea.
- Lineako korronte izendatuaren balioa.
- Zenbateko potentzia xurgatuko duen motorrak.
- Galdutako potentziaren balioa.
- Makinaren errendimendu elektrikoa.
- Motorraren abiadura, karga izendatuaren $\frac{3}{4}$ era dabilenean.

Irudi honetan, motorraren konexioa eta eskema elektrikoa adierazten dira.



Tentsioen ekuazioa honela geratuko da:

$$U = E' + (R_i + R_s + R_{pa}) \cdot I_a$$

R_i = induziatuaren erresistentzia.
 R_s = serie-erresistentzia.
 R_{pa} = polo osagarrien erresistentzia.

a) Zenbatekoa izango den abioko korronea

Abioan i.k.e.e. zero da ($E' = 0$); hori kontuan izanik

$$I_{arr} = \frac{U - E'}{R_i + R_s + R_{pa}} = \frac{220}{0,3 + 0,2 + 0,02} = 442,31A \quad \boxed{I_{arr} = 442,31 A}$$

b) Lineako korronte izendatuaren balioa

Serie-motorra denez, lineatik xurgatzen duen korronea eta induzitutik pasatzen dena berdina dira; hau da, $I_a = I_L$.

$$I_a = I_L = \frac{U - E'}{R_i + R_s + R_{pa}} = \frac{220 - 220}{0,3 + 0,2 + 0,02} = 19,23A$$

c) Zenbateko potentzia xurgatuko duen motorrak

Motorrak honenbesteko potentzia xurgatuko du.

$$P_{xur} = U \cdot I_a = 230 \cdot 19,23 = 4422,9 W \quad \boxed{P_{xur} = 4422,9 W}$$

d) Galdutako potentzia

Joule-ren efektuak eragindako galerak motorraren galera guztiak balira bezala hartuko ditugu.

$$P_{gal} = (R_a + R_{pa} + R_s) \cdot I_a^2 = (0,3 + 0,02 + 0,2) \cdot (19,23)^2 = 192,29W \quad \boxed{P_{gal} = 10 A}$$

e) Errendimendu elektrikoa

Barne-potentzia edo potentzia elektromagnetikoaren eta xurgatutako potentziaren arteko erlazioari errendimendu elektriko deitzen zaio.

$$\eta_e = \frac{P_e}{P_{zur}} = \frac{E' \cdot I_a}{U \cdot I_a} = \frac{E'}{U} = \frac{220}{230} = 0,9565 \quad \boxed{\eta_e = \% 95,65 A}$$

$$\eta_e = \% 95,65$$

f) Motorraren abiadura, karga izendatuaren $\frac{3}{4}$ era dabilenean

Lehenik eta behin, motorraren abiadura askatuko dugu:

$$E' = \frac{2p}{2a} \cdot \frac{N \cdot n \cdot \Phi}{60} \Rightarrow n = \frac{2a \cdot 60 \cdot E'}{2p \cdot N \cdot \Phi}$$

Motorraren egituraketan finkatzen dira $2a$, $2p$ eta N ; hortaz, balio konstanteak izango dira.

$$K = \frac{2a \cdot 60}{2p \cdot N} = kte$$

$$n = K \cdot \frac{E'}{\Phi}$$

Tentsioen ekuazioan indar kontraelektroeragilea askatu, eta abiadura formulatan ordezkatzeko da:

$$U = E' + (R_a + R_s + R_{pa}) \cdot I_a \Rightarrow E' = U - (R_a + R_{pa} + R_s) \cdot I_a$$

$$n = K \cdot \frac{E'}{\Phi} = K \cdot \frac{U - (R_a + R_{pa} + R_s) \cdot I_a}{\Phi}$$

$n = 1200$ b/min denean kondizio izendatuetako balioak ordezkatu ditugu aurreko ekuazioan.

$$n = K \cdot \frac{E'}{\Phi} = K \cdot \frac{230 - (0,3 + 0,02 + 0,2) \cdot 19,23}{\Phi} = \frac{220}{\Phi} \quad (1)$$

Motorrak intentsitatearen $\frac{3}{4}$ xurgatzen dituenean,

$$I_{\frac{3}{4}} = I_L \cdot \frac{3}{4} = 19,23 \cdot \frac{3}{4} = 14,42A$$

Hopkinson-en legearen bidez, kalkulatu dugu zenbateko fluxu magnetikoa dagokion korrante berriari. Korrante zuzeneko motorretan xurgatutako korrantea eta kitzikapeneko berdina dira; hortaz, fluxua linealki proportzionala da kitzikapeneko korrantearekiko.

$$\Phi = \frac{N \cdot I_{kit}}{\mathfrak{R}_m} \quad I_{kit} = I_L = I_a \quad N = \text{Induzituaren erroale aktiboen kopurua}$$

$$I_{kitz} = \text{kitzikapeneko intentsitatea (A)}$$

$$\mathfrak{R}_m = \text{erreluktantzia magnetikoa}$$

$$\Phi = \text{fluxu magnetikoa (Wb)}$$

Dagokigun kasuan, kondizio izendatuetan, motorrak $\frac{3}{4}$ ean egiten du lan; hortaz, fluxuaren balioa hau izango da:

$$\Phi = \Phi \cdot \frac{3}{4}$$

Abiaduraren formularen ordezkatzuz,

$$n_{\frac{3}{4}} = K \cdot \frac{230 - (0,3 + 0,02 + 0,2) \cdot 14,42}{\Phi_{\frac{3}{4}}} = K \frac{222,5}{\frac{3}{4} \cdot \Phi} = K \frac{296,67}{\Phi} \quad (2)$$

(1) eta (2) adierazpenen arteko zatiketa eginez, zera geratzen da:

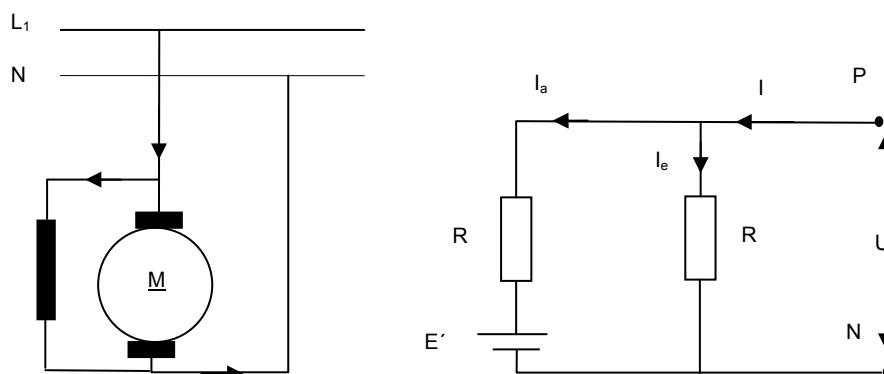
$$\frac{(1)}{(2)} \Rightarrow \frac{1200}{n_{\frac{3}{4}}} = \frac{K \cdot \frac{220}{\Phi}}{K \cdot \frac{296,67}{\Phi}} \Rightarrow \frac{1200}{n_{\frac{3}{4}}} = \frac{220}{296,67} \Rightarrow n_{\frac{3}{4}} = 1200 \cdot \frac{296,67}{220} = 161,2 \text{ b/min}$$

$$\boxed{N_{\frac{3}{4}} = 161,2 \text{ b/min}}$$

4.9. Korrante zuzeneko deribazio-motor baten abiadura 1500 b/min-koa da zama jakin baterako. Induzituko korrontearen balioa 40 A-koa da, induzituko erresistentziarena, $0,2\Omega$ -ekoa, eta sareko tentsioarena, 220 voltetkoa.

Kalkulatu zenbateko abiadura izango duen motorrak hutsean, kontuan izanik induzituak 4 A xurgatzen dituela kondizio horietan, eta azken horren erreakzioak eremuaren % 1,5eko murrizketa eragiten duela zama osoarekin lanean diharduenean.

Irudian, motorraren konexio-eskema eta eskema elektriko baliokidea agertzen dira.



Emandako datuekin, indar kontraelektroeragilearen balioa kalkula dezakegu, bai hutsean bai zamarekin.

$$U = E' + R_a \cdot I_a$$

zamarekin $\Rightarrow E' = 220 - 0,2 \cdot 40 = 212 \text{ V}$

hutsean $\Rightarrow E_h' = 220 - 0,2 \cdot 40 = 219,2 \text{ V}$

$$E' = \frac{2p}{2a} \cdot \frac{N \cdot n \cdot \Phi}{60} \qquad \frac{2p \cdot N}{2a \cdot 60} = K = kte$$

$$E' = K \cdot n \cdot \Phi \quad (1)$$

Makina zamarekin lanean ari denean, kitzikapeneko harilkatuak sortzen duen eremuaz gain (eremu magnetiko nagusia), induzitua zeharkatzen duen korronteak beste eremu bat sortzen du. Horren ondorioz, eremu magnetiko nagusia distortsionatu egiten da. Batak bestearekiko duen eraginari *induzituko erreakzio* deitzen zaio.

Hala, Φ_h deitzen badiogu hutsean duen fluxuari eta Φ zamarekin duenari, hau geratzen da:

$$\text{zamarekin} \Rightarrow 220 = K \cdot 1500 \cdot 0,985 \cdot \Phi_h \quad (1)$$

$$\text{hutsean} \Rightarrow 219,2 = K \cdot n_h \cdot \Phi_h \quad (2)$$

$$\frac{(2)}{(1)} \Rightarrow \frac{219,2}{220} = \frac{K \cdot n_h \cdot \Phi_h}{K \cdot 1500 \cdot 0,985 \cdot \Phi_h} = \frac{n_h}{1500 \cdot 0,985}$$

$$n_h = 1500 \cdot 0,985 \cdot \frac{219,2}{220} = 1527,68 \text{ b/min} \quad \boxed{n_h = 1527,68 \text{ b/min}}$$

4.10. Deribazioko kitzikapena duen korrante zuzeneko motor bat 120 voltz elikatzen da.

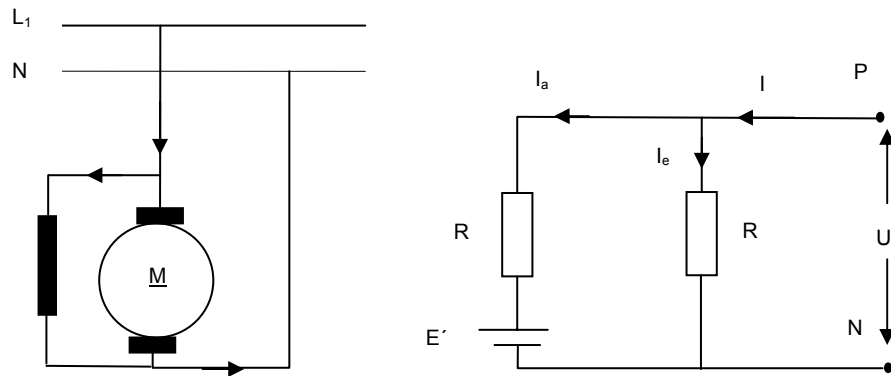
1000 b/min-ko abiadura daramanean, 3,6 kilowatt xurgatzen ditu saretik.

Induktoreko harilaren erresistentzia $R_d=30 \Omega$ -ekoa da; errendimendua, % 80.

Kalkulatu:

- Induzituaren erresistentzia.
- Indar kontraelektroeragilea.
- Momentu angeluarra edo hornitutako pare mekanikoa.

Ondoko irudi honetan, motorraren konexio-eskema eta eskema elektriko baliokidea agertzen dira.



a) Induzituaren erresistentzia

$$P_{ab} = U \cdot I \Rightarrow I = \frac{P_{ab}}{U} = \frac{3600}{120} = 30A$$

$$U = R_d \cdot I_e \Rightarrow I_e = \frac{U}{R_d} = \frac{120}{30} = 4A$$

$$I = I_a + I_e \Rightarrow I_a = I - I_e = 30 - 4 = 26A$$

Ez da aipatzen potentzia galtzen denik burdinan; galera mekanikorik ere ez da aipatzen; hor-taz, $P_{erab} = P_e$.

$$\eta(\%) = \frac{P_u}{P_{zrg}} \cdot 100 \Rightarrow P_u = \frac{80 \cdot 3600}{100} = 2880W$$

$$P_e = E' \cdot I_a \Rightarrow E' = \frac{P_e}{I_a} = \frac{2880}{26} = 110,77V$$

Tentsioen ekuaziotik askatuko dugu induzituaren erresistentzia.

$$U = E' + R_a \cdot I_a \Rightarrow R_a = \frac{U - E'}{I_a} = \frac{120 - 110,77}{26} = 0,36\Omega \quad \boxed{R_a = 0,36 \Omega}$$

b) Indar kontraelektroeragilea

$$E' = \frac{P_e}{I_a} = \frac{2880}{26} = 110,77V \quad \boxed{E' = 110,77 V}$$

c) Momentu angeluarra edo hornitutako pare mekanikoa

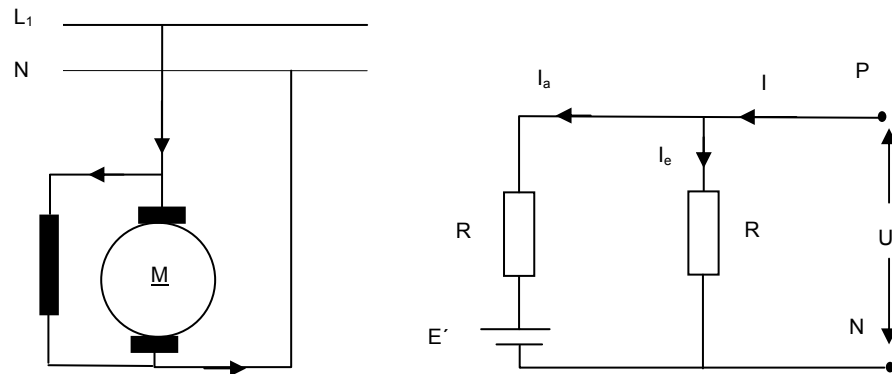
$$P_{erab} = M_{erab} \cdot \omega \Rightarrow M_{erab} = \frac{P_{erab}}{\omega} \Rightarrow M_{erab} = \frac{60}{2\pi} \cdot \frac{P_{erab}}{n} = \frac{60}{2\pi} \cdot \frac{2880}{1000} = 27,5 N \cdot m$$

$$\boxed{M_{erab} = 27,5 N \cdot m}$$

4.11. Deribazioko kitzikapena duen korrante zuzeneko motorra 500 voltteko tentsioz elikatzen da, eta 8000 watt xurgatzen ditu saretik. Induzituko erresistentzia $R_a=0,5 \Omega$ da; induktorekoa, $R_d= 125 \Omega$. Zamarekin lanean diharduenean abiadura 1000 b/min-koa dela jakinik, kalkulatu:

- Indar kontraelektroeragilea.
- Zenbateko potentzia mekanikoa hornitzen zaion ardatzari.
- Zenbateko para hornitzen zaion motorrari.

Ondoko irudi honetan, motorraren konexio-eskema eta eskema elektriko baliokidea agertzen dira.



a) Indar kontraelektroeragilea

Induzituko harilkatuko tentsio-ekuazioa hartuko dugu kontuan indar elektroeragilea kalkulatzeko. I_a -ren balioa kalkulatzeko, xurgatutako potentzia eta induktoreko tentsioen ekuazioa erabiliko ditugu.

$$U = E' + R_a \cdot I_a \Rightarrow E' = U - R_a \cdot I_a$$

$$P_{ab} = U \cdot I \Rightarrow I = \frac{P_{ab}}{U} = \frac{8000}{500} = 16A$$

$$U = R_d \cdot I_e \Rightarrow I_e = \frac{U}{R_d} = \frac{500}{125} = 4A$$

$$I = I_a + I_e \Rightarrow I_a = I - I_e = 16 - 4 = 12A$$

$$E' = U - R_a \cdot I_a = 500 - 0,5 \cdot 12 = 494V$$

$$\boxed{E' = 494 V}$$

b) Zenbateko potentzia mekanikoa hornitzen zaion ardatzari

Badirudi galera mekanikoez ez dutela garrantzirik ariketa honetan, ez eta histeresi-korronteen eta Foucault-en korronteen eraginez sortutakoek ere; hortaz, barne-potentzia edo elektromagnetikoa potentzia erabilgarriaren berdina izango da. Ariketa honetan, Joule-ren efektuaren sortutako potentzia-galerak bakar-bakarrik izango ditugu kontuan.

$$P_e = E' \cdot I_a = 494 \cdot 12 = 5928W$$

$$\boxed{P_e = 5928 W}$$

c) Zenbateko pare hornitzen zaion motorrari

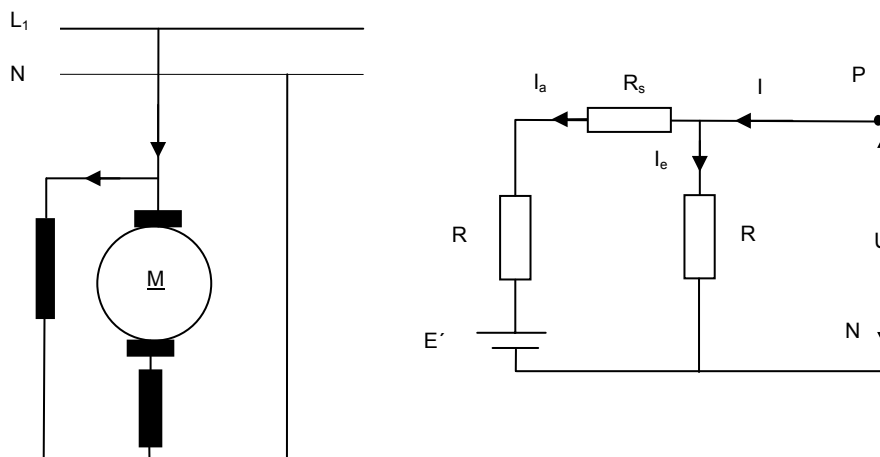
Motorrari zenbateko pare hornitzen zaion kalkulatzeko, suposatuko dugu potentzia elektromagnetikoa eta erabilgarria berdinak direla ($P_e=P_u$); hortaz, pare mekanikoak ere berdinak izango dira ($M_e=M_u$).

$$P_e = M_i \cdot \omega \Rightarrow M_i = \frac{P_e}{\omega} = \frac{60}{2\pi} \cdot \frac{P_e}{n} = \frac{60}{2\pi} \cdot \frac{5928}{1000} = 56,61 \text{ N} \cdot \text{m} \quad \boxed{M_i = 56,61 \text{ N} \cdot \text{m}}$$

4.12. Kitzikapen-konposatu luzeko korrante zuzeneko motor bat 150 voltz elikatzen da. Hauek dira haren erresistentziak: $R_d= 30\Omega$, $R_a=0,2\Omega$ eta $R_s= 0,1\Omega$. Motorra lanean dabilenean, lineatik 4500 watteko potentzia xurgatzen du 1000 b/min-ko abiaduraz biratzen duenean. Aurreko datuak kontuan izanik, kalkulatu:

- Zenbateko korranteek zeharkatzen dituzten motorraren harilkatuak.
- Indar kontraelektroeragilea.
- Hornitutako potentzia mekanikoa eta motorraren pare.

Kitzikapen-konposatu luzeko muntaia denez, serie-kitzikapenekoaren ondoren jartzen da deribazio-kitzikapeneko harilkatua. Irudian motorraren konexioa eta zirkuitu baliokidea agertzen dira.



a) Zenbateko korranteek zeharkatzen dituzten motorraren harilkatuak

Xurgatutako potentziatik askatzen da lineako korrantea, eta kitzikapeneko korrantea adar horretan tentsioen ekuazioa aplikatuz kalkulatzen da; induzitua zeharkatzen duen korrantea Kirchoffen lehenengo legea erabiliz kalkulatzen da.

$$P_{xurg} = U \cdot I \Rightarrow I = \frac{P_{xurg}}{U} = \frac{4500}{150} = 30A$$

$$U = R_d \cdot I_e \Rightarrow I_e = \frac{U}{R_d} = \frac{150}{30} = 5A$$

$$I = I_a + I_e \Rightarrow I_a = I - I_e = 30 - 5 = 25A \quad \boxed{I_a = 25 A}$$

b) Indar kontraelektroeragilea

Tentsioen ekuazioa aplikatuz:

$$U = E' + (R_a + R_s) \cdot I_a$$

$$E' = U - (R_a + R_s) \cdot I_a = 150 - (0,2 + 0,1) \cdot 25 = 142,5 V \quad \boxed{E' = 142,5 V}$$

c) Hornitutako potentzia mekanikoa eta motorraren pare

Motorraren potentzia-galerak kontuan hartzen ez badira, potentzia elektromagnetikoa eta potentzia erabilgarria berdinak izango dira; hortaz, pare mekanikoak ere bai ($M_e = M_u$).

$$P_e = E \cdot I_a = 142,5 \cdot 25 = 3562,5W$$

$$\boxed{M_i = 34 N.m}$$

$$P_e = M_i \cdot \omega \Rightarrow M_i = \frac{P_e}{\omega} = \frac{60}{2\pi} \cdot \frac{P_e}{n} = \frac{60}{2\pi} \cdot \frac{3562,5}{1000} = 34,02 N.m$$

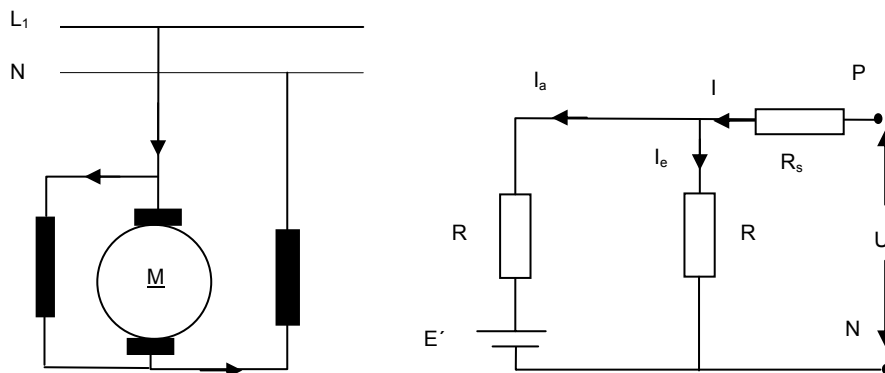
$$\boxed{M_i = 34 N.m}$$

4.13. Kitzikapen-konposatu laburreko korrante zuzeneko motor bat 150 voltez elikatzen da. Haren erresistentziak hauek dira: $R_d = 20 \Omega$ eta $R_a = 0,1 \Omega$.

1000 b/min-ko abiadura duenean, 4800 watt xurgatzen ditu saretik, eta 120 volteko indar kontraelektroeragilea eragiten du. Kalkulatu:

- Zenbateko korranteak zeharkatzen dituen motorraren harilkatuak.
- Serie-kitzikapeneko erresistentziaren balioa (R_s).
- Hornitutako potentzia mekanikoa eta pare.
- Motorrak hornitutako pare eta errendimendua.

Kitzikapen-konposatu laburreko muntaia denez, serie-kitzikapenekoaren aurretik jartzen da deribazio-kitzikapeneko harilkatua. Ondorengo irudi honetan agertzen dira motorraren konexioa eta zirkuitu balio-kidea.



Potentzia elektromekanikoa eta erabilgarria berdinak izango dira ($P_{erabil} = P_e$), ez baitira aipatzen galera mekanikoak ez eta Foucault-en eta histeresi-korronteek eragindakoak ere.

a) Zenbateko korronteak zeharkatzen dituen motorraren harilkatuak

$$P_e = E' \cdot I_a \Rightarrow I_a = \frac{P_e}{E'} = \frac{4800}{120} = 40 \text{ A}$$

Korrontearen balioa erabiliz, A eta B puntuen arteko tentsioa lortzen da. Tentsio horrekin, kitzikapeneko korrontea kalkulatzen da.

$$U_{AB} = E' + R_a \cdot I_a = 120 + 0,1 \cdot 40 = 124 \text{ V}$$

$$U_{AB} = R_d \cdot I_e \Rightarrow I_e = \frac{U_{AB}}{R_d} = \frac{124}{20} = 6,2 \text{ A}$$

Kirchoff-en legea A korapiloan aplikatuz kalkulatu dugu lineako korrontea:

$$I = I_a + I_e = 6,2 + 40 = 46,2 \text{ A} \quad \boxed{I = 46,2 \text{ A}}$$

b) Serie-kitzikapeneko erresistentziaren balioa (R_s)

Serie-kitzikapeneko erresistentziaren balioa kalkulatzeko, borneetan zenbateko tentsioa duen kalkulatu beharko dugu (U_s).

$$U = U_s + U_{AB} \Rightarrow U_s = U - U_{AB} = 150 - 124 = 26 \text{ V}$$

$$U_s = R_s \cdot I \Rightarrow R_s = \frac{U_s}{I} = \frac{26}{46,2} = 0,56 \ \Omega \quad \boxed{R_s = 0,56 \ \Omega}$$

c) Hornitutako potentzia mekanikoa eta motorraren pare

$$P_e = M_i \cdot \omega \Rightarrow M_i = \frac{P_e}{\omega} \Rightarrow M_i = \frac{60}{2\pi} \cdot \frac{P_e}{n} = \frac{60}{2\pi} \cdot \frac{4800}{1000} = 45,84 \text{ N.m.} \quad \boxed{M_i = 45,84 \text{ N.m}}$$

$$P_{xurg} = U \cdot I = 150 \cdot 46,2 = 6930 \text{ W} \quad \boxed{P_{xurg} = 6930 \text{ W}}$$

d) Motorrak hornitutako pare eta errendimendua

Xurgatutako potentzia kalkulatu ondoren, errendimendua kalkulatu dugu.

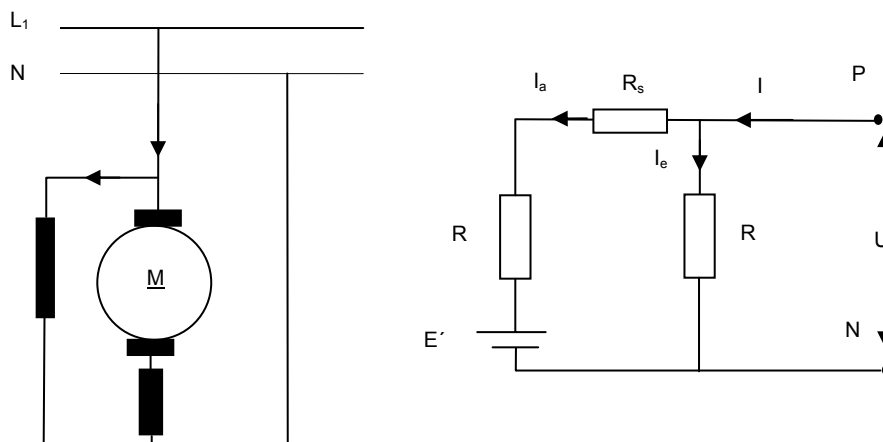
$$\eta_m = \frac{P_{erab}}{P_{xurg}} = \frac{4800}{6930} = 0,6926 (\%69,26) \quad \boxed{\eta_m = \%69,26}$$

4.14. Kitzikapen-konposatu luzeko korrante zuzeneko motor bat 150 voltez elikatzen da. 1000 b/min-ko abiadura duenean 2400 watt xurgatzen ditu saretik.

Datuak: induzituko erresistentzia $R_a = 0,1 \ \Omega$; serie-kitzikapeneko erresistentzia $R_s = 0,2 \ \Omega$ eta deribazio-kitzikapeneko erresistentzia $R_d = 30 \ \Omega$. Kalkulatu:

- Zenbatekoak diren induzituko korrantea eta indar kontraelektroeragilea.
- Zenbatekoa izango den motorraren errendimendua.
- Motorrak hornitutako pare.

Irudi honetan, motorraren konexio-eskema eta zirkuitu elektriko baliokidea agertzen dira.



a) Zenbatekoak diren induzituko korrontea eta indar kontraelektroeragilea

Kasu honetan, ez ditugu kontuan izango potentzia mekanikoak eta Foucault-en korrontek eta histeresi-korrontek eragindako galerak. Hala, potentzia elektromagnetikoa eta erabilgarria berdinak izango dira ($P_u = P_e$).

$$U = E' + (R_a + R_s) \cdot I_a \Rightarrow E' = U - (R_a + R_s) I_a$$

$$P_e = E' \cdot I_a \Rightarrow P_e = [U - (R_a + R_s) \cdot I_a] \cdot I_a$$

$$2400 = [150 - (0,2 + 0,1) I_a] \cdot I_a \Rightarrow 2400 = 150 \cdot I_a - 0,3 I_a^2$$

$$0,3 = I_a^2 - 150 \cdot I_a + 2400 = 0$$

$$I_a = 483,33 A \quad \boxed{I_a = 483,33 A}$$

$$I_a = 16,67 A \quad \boxed{I_a = 16,67 A}$$

Goialdean agertzen den lehenengo emaitza ezinezkoa da, indar kontraelektroeragileak oso balio txikia hartuko lukeelako (5V), eta jakin badakigu haren balioak 150 volt inguruan ibili behar lukeela. Hortaz, 16,67 A-ko induzituko korrontea hartuko dugu.

Indar kontraelektroeragilearen kalkulua begi bistakoa da:

$$P_e = E' \cdot I_a \Rightarrow E' = \frac{P_e}{I_a} = \frac{2400}{16,67} = 144 V \quad \boxed{E' = 144 V}$$

b) Zenbatekoa izango den motorraren errendimendua

Errendimendua kalkulatzeko, jakin behar da zenbat potentzia xurgatzen den. Kirchoff-en legea erabiliz, lineako korronea aterako dugu.

$$U = R_d \cdot I_e \Rightarrow I_e = \frac{150}{30} = 5A$$

$$I = I_a + I_e \Rightarrow I = 16,67 + 5 = 21,67A$$

$$P_{zurg} = U \cdot I = 150 \cdot 21,67 = 3250,5W$$

Errendimendua potentzien zatidura izango da:

$$\eta_m = \frac{P_u}{P_{zurg}} = \frac{2400}{3250,5} = 0,7383(\%73,83) \quad \boxed{\eta_m = \%73,83}$$

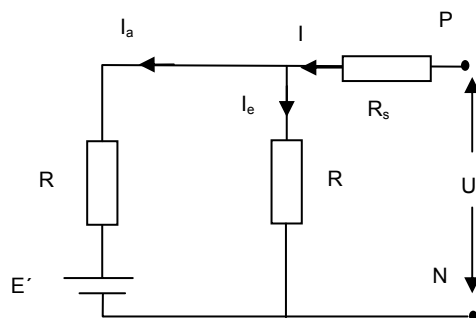
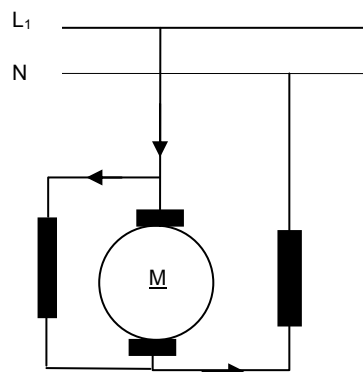
c) Motorrak hornitutako pare

$$P_{erab} = M_{erab} \cdot \omega \Rightarrow M_{erab} = \frac{P_{erab}}{\omega} = \frac{60}{2\pi} \cdot \frac{P_{erab}}{n} = \frac{60}{2\pi} \cdot \frac{2400}{1000} = 22,92N.m \quad \boxed{M_{erab} = 22,92 N.m}$$

4.15. Deribazio-kitzikapeneko korronte zuzeneko motor bat 120 voltoko tentsioz elikatzen da. Motor horretan, induzituko hariilkatutik 25 A-ko korronea pasatzen da 1000 b/min-ko abiaduraz biratzen duenean. Induzituko hariilkatuaren erresistentzia $R_a = 0,5 \Omega$ -ekoa da, eta induktorekoa $R_d = 120 \Omega$ -ekoa. Kalkulatu:

- Indar kontraelektroeragilearen balioa.
- Zenbatekoak izango diren hornitutako potentzia eta pare.
- Lineako korronea eta errendimendua.

Irudi honetan, motorraren konexio-eskema eta zirkuitu elektriko baliokidea agertzen dira.



a) Indar kontraelektroeragilearen balioa

$$U = E' + R_a \cdot I_a$$

$$E' = U - R_a \cdot I_a = 120 - 0,5 \cdot 25 = 125 \text{ V} \quad \boxed{E' = 125 \text{ V}}$$

b) Zenbatekoak izango diren hornitutako potentzia eta pareia

Galera mekanikoak eta histeresi- eta Foucault-en korrontek eragindakoak ez dira aipatzen; hortaz, ez ditugu kontutan izango.

Aurrekoaren ondorioz, barne-potentzia edo elektromagnetikoa eta potentzia erabilgarria edo hornitutakoa berdinak izango dira ($P_{erab} = P_e$).

$$P_e = E' \cdot I_a = 107,5 \cdot 25 = 2687,5 \text{ W} \quad \boxed{P_e = 2687,5 \text{ W}}$$

$$P_e \cong P_{erab} = M_e \cdot \omega$$

$$M_e = \frac{P_{erab}}{\omega} = \frac{60}{2\pi} \cdot \frac{2687,5}{1000} = 25,66 \text{ N.m} \quad \boxed{M_e = 25,66 \text{ N.m}}$$

c) Lineako korrontea eta errendimendua

Errendimendua kalkulatu aurretik, xurgatutako potentzia atera behar dugu, eta, horretarako, xurgatzen duen korrontea behar da. Hortaz;

$$U = R_d \cdot I_e \Rightarrow I_e = \frac{U}{R_d} = \frac{120}{120} = 1 \text{ A}$$

$$I = I_a + I_e \Rightarrow I = I_a + I_e = 25 + 1 = 26 \text{ A} \quad \boxed{I = 26 \text{ A}}$$

$$P_{zurg} = U \cdot I = 120 \cdot 26 = 3120 \text{ W}$$

$$\eta_e = \frac{P_e}{P_{zurg}} = \frac{2687,5}{3120} = 0,8614 (\%86,14) \quad \boxed{\eta_e = \%86,14}$$

6 MAKINA ELEKTRIKOAK 4 KORRONTE ALTERNOKO MOTORRAK

6.1 Korrante alternoko motorrak

Mota honetako motorrak erabiltzen dira gehien merkatuan, beren erabilgarritasunagatik eta sendotasunagatik, koste baxuagatik, eta mantenua eta fabrikatzeko modua sinpleak direlako.

■ Nola funtzionatzen duten

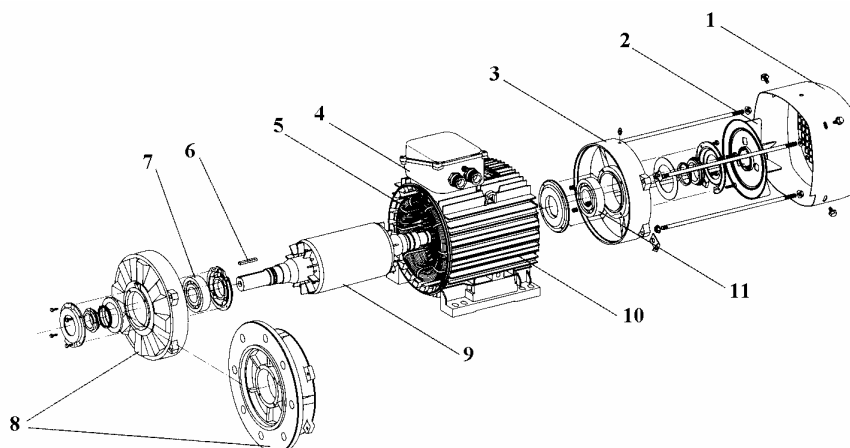
Mota honetako motorren funtzionamendu-printzipioa korrante zuzenekoena berbera da, espira edo harilen gaineko indar elektroeragileari dagokionez. Baina, jakina, badira alde azpimarragarriak:

Lehenik eta behin, motorrari konektatzen zaion korrante alferno trifasikoa estatoreko haril indutzizai-leetatik zirkulatzeko bakarrik erabiltzen da. Horren ondorioz, eremu magnetiko birakari bat sortzen da makinan.

Bigarrenik, errotorea osatzen duten eroaleetan korrante elektrikoak indutzitzen dira eremu magnetiko birakariaren ondorioz.

Haril indutzizailleek sortutako eremu magnetiko birakaria dugu, eta, horren barnean, korrante elektriko indutzitua daramaten hainbat eroale. Horrenbestez, indar elektromagnetikoek eroaleen gainean eragingo dute, eta errotorea birarazi eta motorra martxan jarriko da.

■ Egitura



- 1.- Haizagailuaren estalkia. 2.- Haizagailua. 3.- Atzeko estalkia. 4.- Borne-kaxa. 5.- Estatoreko harilkatua.
- 6.- Ardatzeko txabeta. 7.- Aurreko errodamendua. 8.- Aurreko estalkia. 9.- Errotorea. 10.- Karkasa.
- 11.- Atzeko errodamendua.

■ Eremu magnetikoaren abiadura eta irristadura

Martxan ari den motor asinkrono trifasikoan bi abiadura mota bereizten dira: eremu magnetikoarena eta errotorearena.

$$n_1 = \frac{60 \cdot f}{p}$$

n_1 = eremu magnetikoaren abiadura, b/min-tan.
 n_2 = errotorearen abiadura, b/min-tan.
 F = korrante alternoaren maiztasuna, Hz-etan
 P = motorraren polo pareen kopurua

Errotorearen abiadurak (n_2) ezin du n_1 bezainbestekoa izan. Hala balitz, errotorearen eroaleetan ez litzateke korrante induziturik sortuko; indar elektromagnetikoek ez lukete eroale horiengan eragingo, eta, horrenbestez, motorrak ez luke funtzionatuko. Horregatik deitzen zaie *motor asinkrono* motor mota hauei.

Irristadura honela definitzen da:

$$S = n_1 - n_2$$

eta *irristadura erlatiboa*:

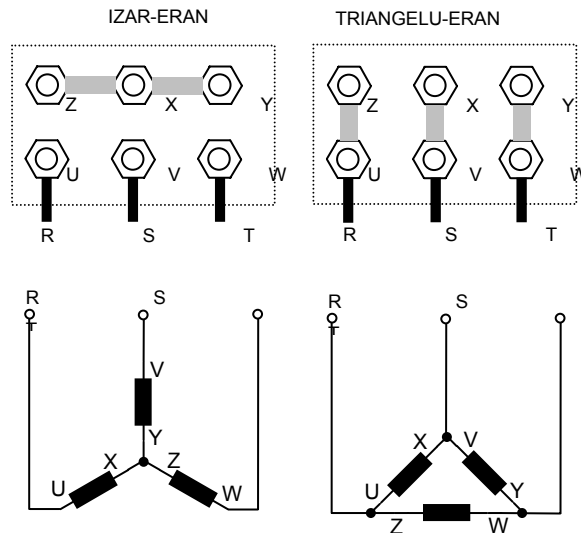
$$S = \frac{n_1 - n_2}{n_1} \cdot 100$$

■ Ezaugarri tekniko aipagarrienak

- ✓ Sinpleak, sendoak, merkeak eta erraz mantentzeko modukoak dira.
- ✓ Bete-beteko kargarekin abia daitezke, une horretan oso momentu handia garatzen baitute. Zuzenean abiatzen ez badira, txikitu egiten da momentuaren balioa.
- ✓ Momentu eragilea abio-momentua baino handiagoa da.
- ✓ Abio zuzenean intentsitate handia xurgatzen dute, sei-zortzi aldiz intentsitate izendatua. Intentsitate hori txikitzeko, zeharka abiarazi behar dira.
- ✓ Errendimendu ona dute.
- ✓ Potentzia handia behar duten instalazioetan erabiltzen dira.

 Konexio motak

Motor mota honen plakak sei borne edo konexio mota ditu. Motorra abiarazteko, haril horiek elkarren artean lotu eta sarearekin konektatu behar dira. Konexio hori bi eratakoa izan daiteke: *izar-konexioa* edo *triangelu-konexioa*.



4.16. 220 V eta 50 Hz-eko linea monofasiko batetik, hargailu hauek elikatzen dira:

- ✓ 1000 wateko motor bat, 0,8ko potentzia-faktorea eta % 80ko errendimendua dituena.
- ✓ 2025 wateko motor bat, 0,7ko potentzia-faktorea eta % 90eko errendimendua dituena.

Kalkulatu:

- a) Zenbateko potentzia aktiboa, erreaktiboa eta itxurazkoa xurgatzen dituen instalazioak.
- b) Potentzia-faktorea eta lineako korrontea.
- c) Zenbateko kapazitateko kondentsadorea jarri behar den instalazioaren potentzia-faktorea unitatea izan dadin.
- d) Zenbateko korrontea xurgatzen duten motorrek potentzia-faktorea hobetu ondoren.

a) Zenbateko potentzia aktiboa, erreaktiboa eta itxurazkoa xurgatzen dituen instalazioak

Kalkulatu behar dugu zenbateko potentzia aktiboa eta erreaktiboa xurgatzen den saretik motor bakoitzean; horretarako, Boucherot-en teorema aplikatuko dugu. Potentzien triangela erabiliz kalkulatuko dugu itxurazko potentzia.

Lehenengo motorra

Potentzia erabilgarri aktiboa.

$$P_{1erab} = 1000 \text{ W}$$

$$\boxed{P_{1erab} = 1000 \text{ W}}$$

Xurgatutako potentzia aktiboa.

$$\eta(\%) = \frac{P_{1erab}}{P_{xurg}} \cdot 100 \Rightarrow$$

$$P_{xurg} = \frac{P_{1erab}}{\eta} \cdot 100 = \frac{1000}{80} \cdot 100 = 1250 \text{ W}$$

$$\boxed{P_{xurg} = 1250 \text{ W}}$$

Desfasea.

$$\cos \varphi = 0,8 \text{ (induktiboa)} \Rightarrow \varphi_1 = 36,87^\circ$$

Xurgatutako potentzia erreaktiboa.

$$Q_1 = P_1 \cdot \tan \varphi_1 = 1250 \cdot \tan(36,87^\circ) = 937,50 \text{ VAR}$$

$$\boxed{Q_1 = 937,5 \text{ VAR}}$$

Bigarren motorra

Potentzia erabilgarri aktiboa.

$$P_{2erab} = 2025 \text{ W}$$

$$\boxed{P_{2erab} = 2025 \text{ W}}$$

Xurgatutako potentzia aktiboa.

$$\eta(\%) = \frac{P_{2erab}}{P_{xurg}} \cdot 100 \Rightarrow$$

$$P_{xurg} = \frac{P_{2erab}}{\eta} \cdot 100 = \frac{2025}{90} \cdot 100 = 2250 \text{ W}$$

$$\boxed{P_{xurg} = 2250 \text{ W}}$$

Desfasea.

$$\cos \varphi_2 = 0,7 \text{ (induktiboa)} \Rightarrow \varphi_2 = 45,57^\circ$$

Xurgatutako potentzia erreaktiboa.

$$Q_1 = P_2 \cdot \tan \varphi_2$$

$$Q_1 = 2250 \cdot \operatorname{tg}(45,57^\circ) = 2295,22 \text{ VAR} \quad \boxed{Q_1 = 2295,22 \text{ VAR}}$$

Instalazioan xurgatutako potentziak

Potentzia aktiboa.

$$P_T = \sum P_{\text{partzialak}} = P_1 + P_2$$

$$P_T = 1250 + 2250 = 3500 \text{ W} \quad \boxed{P_T = 3500 \text{ W}} \quad \boxed{P_T = 3500 \text{ W}}$$

Potentzia erreaktiboa.

$$Q_T = \sum P_{\text{partzialak}} = Q_1 + Q_2$$

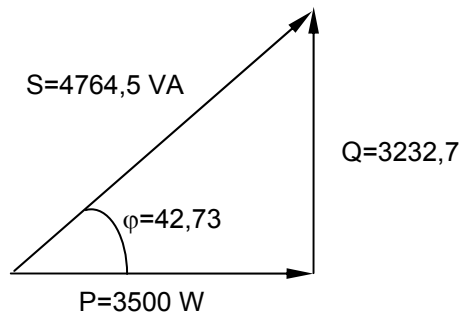
$$Q_T = 937,5 + 2295,22 = 3232,72 \text{ VAR} \quad \boxed{Q_T = 3232,72 \text{ VAR}}$$

Itxurazko potentzia.

$$S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2}$$

$$S_T = \sqrt{3500^2 + 3232,72^2} = 4764,50 \text{ VA} \quad \boxed{S_T = 4764,5 \text{ VA}}$$

Ondorengo irudi honetan, potentzien triangelua adierazten da.



4.16a. irudia.

Zirkuitua induktiboa denez, itxurazko potentzia aurreratuta doa aktiboarekiko.

b) Potentzia-faktorea eta lineako korrontea

Potentzien balioak eta funtzio trigonometrikoak erabiliz, potentzia-faktorea kalkula dezakegu. Itxurazko potentzia kontuan izanik, motorrak zenbateko korrontea xurgatzen duen kalkulatu dugu.

Desfasea.

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}\varphi_T &= \frac{Q_T}{P_T} = \frac{3232,72}{3500} = 0,92 & \boxed{P.F. = 0,73} \\ \varphi_T &= 42,73^\circ \Rightarrow \cos(42,73^\circ) = 0,73 \end{aligned}$$

Lineako intentsitatea.

$$S = U \cdot I \Rightarrow I = \frac{S}{U} = \frac{4764,50}{220} = 21,66 \text{ A} \quad \boxed{I = 21,66 \text{ A}}$$

c) Zenbateko kapazitateko kondentsadorea jarri behar den instalazioaren potentzia-faktorea unitatea izan dadin

Potentzia aktiboa.

$$P_T = 3500 \text{ W}$$

Instalazioan hasieran agertzen den desfasea.

$$\varphi = \varphi_T = 42,73^\circ$$

Instalazioan aldaketak egin ondoren lortu nahi dugun desfasea.

$$\cos \varphi' = 1 \Rightarrow \varphi' = 0^\circ$$

Kondentsadorearen kapazitatea.

$$\begin{aligned} C &= \frac{P \cdot (\operatorname{tg}\varphi - \operatorname{tg}\varphi')}{\omega \cdot U^2} \\ C &= \frac{3500(\operatorname{tg}42,73^\circ - \operatorname{tg}0^\circ)}{220 \cdot 1} & \boxed{C = 212,63 \mu\text{F}} \\ C &= 212,63 \cdot 10^{-6} \text{ F} = 212,63 \mu\text{F} \end{aligned}$$

d) Zenbateko korronea xurgatzen duten motorrek potentzia-faktorea hobetu ondoren

Atal honetan, kontuan izango dugu instalazio osoaren potentzia aktiboa, potentzia-faktorea unitatea dela ahaztu gabe.

Potentzia-faktorea hobetu ondoren, honenbesteko intentsitatea xurgatuko du instalazioak:

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi$$

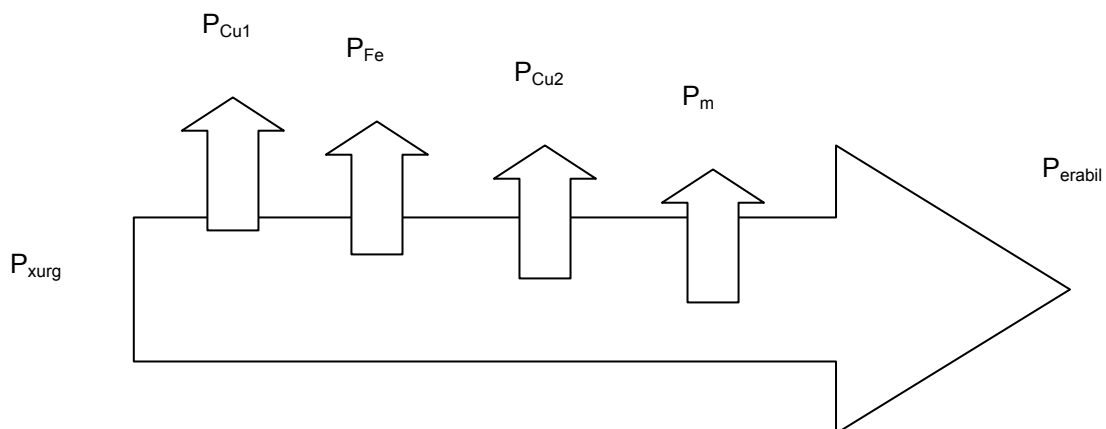
$$I = \frac{P}{U \cdot \cos \varphi} = \frac{3500}{220 \cdot 1} = 15,91 \text{ A} \quad \boxed{I = 15,91 \text{ A}}$$

Bi motorrek saretik xurgatzen duten korronea 21,66 A-tik 15,91 A-ra pasatu da potentzia-faktorea hobetu izanari esker.

4.17. 220 V / 50 Hz-eko motor monofasiko baten ezaugarriak dira: 5 HP; $\cos \varphi = 0,8$; $\eta = \% 70$; estatoreko erresistentzia: $1,2 \Omega$. Bestalde, 100 wattekoak dira burdinako galerak (Foucault-en efektua eta histeresi-efektua). Kalkulatu:

- Zenbat potentzia xurgatzen duen.
- Zenbat korronea xurgatzen duen.
- Zenbat potentzia galtzen den estatoreko kobreak.
- Zenbateko potentzia elektromagnetikoa hornitzen den.
- Zenbatekoa den galera osoa: mekanikoa eta errotoreko kobreak gertatzen dena.
- Zenbat potentzia galtzen den guztira.

Sankey-ren diagramak motorraren adierazpen energetikoa ematen digu.



4.17a. irudia.

$$P_{xurg} = P_{Cu1} + P_{Fe} + P_{Cu2} + P_m + P_{erabil}$$

a) Zenbat potentzia xurgatzen duen

Potentzia erabilgarria

$$P_{erab} = 5HP \cdot \frac{736 W}{1 HP} = 3680 W$$

Xurgatutako potentzia aktiboa

$$\eta(\%) = \frac{P_{erab}}{P_{xurg}} \cdot 100 \Rightarrow$$

$$P_{xurg} = \frac{P_{erab}}{\eta} \cdot 100 = \frac{3680}{70} \cdot 100 = 5257,14 W$$

$P_{xurg} = 5257,14 W$

b) Zenbat korrante xurgatzen duen

Kalkulu hau egiteko, xurgatutako potentzia aktiboan oinarrituko gara.

Xurgatutako korrantea

$$P_{xurg} = U \cdot I \cdot \cos \varphi$$

$$I = \frac{P_{xurg}}{U \cdot \cos \varphi} = \frac{5257,14}{220 \cdot 0,8} = 29,87 A$$

$S_T = 4764,5 VA$

c) Zenbat potentzia galtzen den estatoreko kobrean

Joule-ren eraginez estatorean zenbateko galerak gertatzen diren kalkulatzeko, jakin behar dugu zenbatekoa den harilkatuaren erresistentzia, eta zenbateko korronteak zeharkatzen duen. Datu horiek biak ezagunak ditugunez, formula aplikatu besterik ez dugu egin behar.

Estatoreko kobreko galerak

$$P_{Cu1} = R \cdot I^2 = 1,2 \cdot 29,87^2 = 1070,66 W$$

$P_{Cu1} = 1070,66 W$

d) Zenbateko potentzia elektromagnetikoa hornitzen den

Potentzia elektromagnetikoa

$$P_e = P_{zurg} - (P_{Cu1} + P_{Fe})$$

$$P_e = 5257,14 - (1070,66 + 100) = 4086,48 \text{ W} \quad \boxed{P_e = 4086 \text{ W}}$$

e) Zenbatekoa den galera osoa: bai mekanikoa, bai eta errotoreko kobreak gertatzen dena ere

Potentzia-galera da potentzia elektromagnetikoaren eta erabilgarriaren arteko kendura.

$$P_e = P_{erab} + P_{Cu2} + P_m$$

$$P_m + P_{Cu2} = P_e - P_{erab} = 4086,48 - 3680 = 406,48 \text{ W} \quad \boxed{P_m + P_{Cu2} = 406,48 \text{ W}}$$

f) Zenbat potentzia galtzen den guztira

Galtzen den potentzia da xurgatutako potentziaren eta erabilgarriaren arteko kendura.

Galdutako potentzia

$$P_{gal} = P_{xurg} - P_{erab} = 5257,14 - 3680 = 1577,14 \text{ W}$$

$$P_{gal} = P_{Cu1} + P_{Fe} + P_{Cu2} + P_m = 1070,66 + 100 + 406,48 = 1577,14 \text{ W} \quad \boxed{P_{gal} = 1577,14 \text{ W}}$$

4.18. 50 Hz-ean elikatzen den korrante alternoko motor trifasiko bat, zama osoarekin lanean diharduenean, 981 b/min-ko abiadura biratzen da. Motorra sei poloko urtxintxa-kaiola erakoa da. Kalkulatu:

- Zenbateko abiadura sinkronoa izango duen (n_s).
- Irristadura orokorraren balioa (S_a).
- Irristadura erlatiboaren balioa (S).
- Irristadura erlatiboa ehunekotan (S%).

Indukzio motor trifasiko batean, errotorea biraraziko duen korrantea indutzeko, errotorearen abiadura sinkronismokoa (estatorean sortutako fluxu birakorraren abiadura) baino txikiagoa izan behar du. Motor mota horiei *motor asinkrono* deitzen zaie, haien abiadura sinkronismokoa baino txikiagoa izaten baita. *Irristadura* deitzen zaio errotorearen eta sinkronismoko abiaduraren arteko kendurari.

a) Zenbateko abiadura sinkronoa izango duen (n_s)

Eremu magnetikoaren biratze-abiadurari motorraren *abiadura sinkrono* deitzen zaio, eta balioa hau du:

$$f = \frac{p \cdot n_s}{60}$$

f: maiztasuna.

p: motorraren polo pareen kopurua.

n_s : sinkronismoko abiadura (eremu magnetikoaren abiadura), b/min-tan.

Gure kasuan, motorrak 6 polo ditu; hortaz, 3 polo pare ($p = 3$).

$$f = \frac{p \cdot n_s}{60}$$

$$n_s = \frac{60 \cdot f}{p} = \frac{60 \cdot 50}{3} = 1000 \text{ b/min}$$

$$\boxed{n_s = 1000 \text{ b/min}}$$

b) Irristadura orokorraren balioa (S_a)

Irristadura orokorra da sinkronismoko abiaduraren eta motorraren abiaduraren arteko kendura. Kondizio izendatuetan, motorraren abiadura ia sinkronismokoa izaten da; beraz, irristadura orokorraren balioa oso txikia izango da.

$$S_a = n_s - n = 1000 - 981 = 19 \text{ r.p.m.}$$

$$\boxed{S_a = 19 \text{ b/min}}$$

c) Irristadura erlatiboaren balioa (S)

Irristadura orokorraren eta motorraren sinkronismoko abiaduraren arteko zatidurari deitzen zaio *irristadura erlatibo*.

$$S = \frac{n_s - n}{n} = \frac{1000 - 981}{1000} = 0,019$$

$$\boxed{S = 0,019}$$

d) Irristadura erlatiboa ehunekotan (S%)

$$S(\%) = \frac{n_s - n}{n} \cdot 100 = \frac{1000 - 981}{1000} \cdot 100 = \%1,9 \quad \boxed{S(\%) = \%1,9 \ 0,019}$$

Irristadura motorraren arabera aldatuko da. Motor txikietan % 7-8koa izaten da, eta motor handietan, % 5-6koa.

4.19. Indukzioko motor trifasiko bat 208 V/50 Hz-ean elikatzen da. 10 HP ditu, eta zama osoarekin, izarrean konektatzen denean, % 5eko irristadura du. Kalkulatu:

- Sinkronismoko abiadura.
- Errotorearen abiadura, zama izendatuarekin eta irristadura osoarekin.
- Zenbateko pare izango duen motorrak ardatzean zama izendatuarekin.

a) Sinkronismoko abiadura

Eremu magnetikoaren abiadura eta sinkronismokoa berdinak dira. Ondorengo formula hau aplikatuz kalkulatzen da sinkronismoko abiadura. 4 polo dituenaz, bi polo pare izango ditu.

$$f = \frac{p \cdot n_s}{60}$$

$$n_s = \frac{60 \cdot f}{p} = \frac{60 \cdot 50}{2} = 1500 \text{ b/min} \quad \boxed{n_s = 1500 \text{ b/min}}$$

b) Errotorearen abiadura, zama izendatuarekin eta irristadura osoarekin

Jakinez gero zein den portzentajezko irristadura erlatiboa kondizio izendatuetan, irristadura orokorra kalkula dezakegu:

$$S(\%) = \frac{n_s - n}{n_s} \cdot 100$$

$$n = n_s - \frac{S(\%) \cdot n_s}{100} = 1500 - \frac{5 \cdot 1500}{100} = 1425 \text{ b/min} \quad \boxed{S_{orok} = 75 \text{ b/min}}$$

$$S_{orok} = n_s - n = 1500 - 1425 = 75 \text{ b/min}$$

c) Zenbateko pareta izango duen motorrak ardatzean zama izendatuarekin

Parea kalkulatzeko, suposatuko ditugu potentzia mekanikoa eta elektrikoa berdinak direla.

$$P_n = 10 \text{ HP} \cdot \frac{736 \text{ W}}{1 \text{ HP}} = 7360 \text{ W}$$

$$P_n = M_n \cdot \omega \Rightarrow M_n = \frac{P_n}{\omega} \quad \boxed{M_n = 49,32 \text{ Nm}}$$

$$M_n = \frac{60}{2\pi} \cdot \frac{P_n}{n} = \frac{60}{2\pi} \cdot \frac{7360}{1425} = 49,32 \text{ N} \cdot \text{m}$$

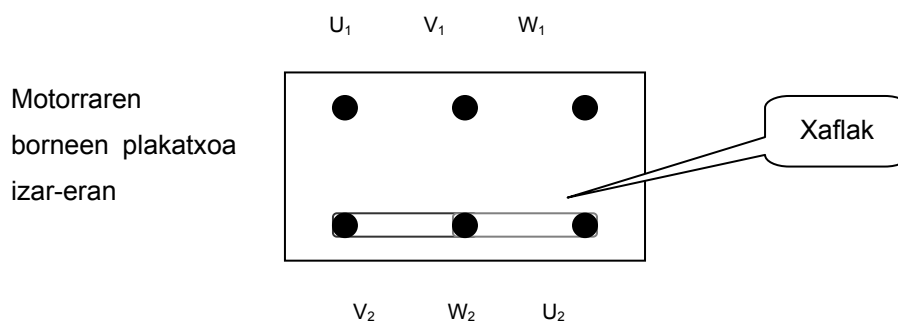
4.20. Korrante alternoko motor trifasiko baten ezaugarriak hauek dira: 1500 W; 220 V; 50 Hz; $\cos\phi = 0,7$; eta errendimendua, % 75. Harilkatuak izarrean konektatuta dituela jakinik:

- Azaldu motore trifasikoaren konexioa.
- Kalkulatu zenbat korrante xurgatzen den lineatik.
- Kalkulatu zenbateko korranteak zeharkatzen duen estatoreko harilkatua.
- Kalkulatu zenbateko tentsioa duen borneetan estatoreko harilkatu bakoitzak.
- Kalkulatu potentzia aktiboa, erreaktiboa eta itxurazkoa, lineako eta faseko balioen arabera.

a) Azaldu motor trifasikoaren konexioa

Motor trifasiko baten hiru harilkatuak bi eratarara konekta daitezke: triangelu-eran edo izar-eran. Dagokigun kasuan, izar-eran konektatuta dagoela esaten digute.

Hiru harilkatuen azken muturrak konektatzean oinarritzen da izar-erako konexioa (U_2, V_2, W_2); horrela, puntu bakarra lortuko dugu. Aske geratzen diren hiru muturrak (U_1, V_1, W_1) sare trifasikora konektatzen dira.



4.20a. irudia.

b) Zenbat korrante xurgatzen den lineatik

Saretik zenbateko korrantea xurgatzen den kalkulatzeko, potentzia erabilgarrian oinarrituko gara. Erabili beharreko ekuazioak berdinak dira bai triangelu-erako konexioan bai izar-erakoan.

$$\eta(\%) = \frac{P_{erab}}{P_{xurg}} \cdot 100 \Rightarrow P_{xurg} = \frac{P_{erab}}{\eta} \cdot 100 = \frac{1500}{75} \cdot 100 = 2000W$$

$$P = \sqrt{3} \cdot U \cdot I_L \cdot \cos \varphi \Rightarrow I_L = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot U \cdot \cos \varphi} = \frac{2000}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 0,7} = 7,5A \quad \boxed{P = 7,5 A}$$

c) Zenbateko korranteak zeharkatzen duen estatoreko harilkatua

Harilkatu bakoitza zeharkatzen duen korrantea eta lineakoa berdinak izango dira, motorraren harilkatuak izar-eran konektatuta daude eta.

$$I_f = I_L = 7,5A \quad \boxed{I_f = I_L = 7,5 A}$$

d) Zenbateko tentsioa duen borneetan estatoreko harilkatu bakoitzak

Izar-erako konexioan, harilkatu bakoitzaren borneetan agertzen da faseko tentsioa.

$$U_L = \sqrt{3} \cdot U_F \Rightarrow U_F = \frac{U_L}{\sqrt{3}} = \frac{220}{\sqrt{3}} = 127 V \quad \boxed{U_L = 127 V}$$

e) Potentzia aktiboa, erreaktiboa eta itxurazkoa, lineako eta faseko balioen arabera

Faseko eta lineako tentsioak erabiliz kalkulatu ditugu potentziak.

Lineako balioak erabiliz

Potentzia aktiboa

$$P = 2000 W \quad \boxed{P = 2000 W}$$

Desfase-angelua

$$\cos \varphi = 0,7 \Rightarrow \varphi = 45,57^\circ \Rightarrow \sin \varphi = 0,71 \quad \boxed{\varphi = 0,71}$$

Potentzia erreaktiboa

$$Q = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \sin \varphi = \sqrt{3} \cdot 220 \cdot 7,5 \cdot 0,71 = 2029,1 \text{ VAR} \quad \boxed{Q = 2029,1 \text{ VAR}}$$

Itxurazko potentzia

$$S = \sqrt{3} \cdot U \cdot I = \sqrt{3} \cdot 220 \cdot 7,5 = 2857,88 \text{ VA} \quad \boxed{S = 2029,1 \text{ VAR}}$$

Faseko balioak erabiliz

Potentzia aktiboa

$$P = 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \cos \varphi = 3 \cdot 127 \cdot 7,5 \cdot 0,7 = 2000 \text{ W} \quad \boxed{P = 2000 \text{ W}}$$

Potentzia erreaktiboa

$$Q = 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \sin \varphi = 3 \cdot 127 \cdot 7,5 \cdot 0,71 = 2029 \text{ VAR} \quad \boxed{Q = 2029 \text{ VAR}}$$

Itxurazko potentzia

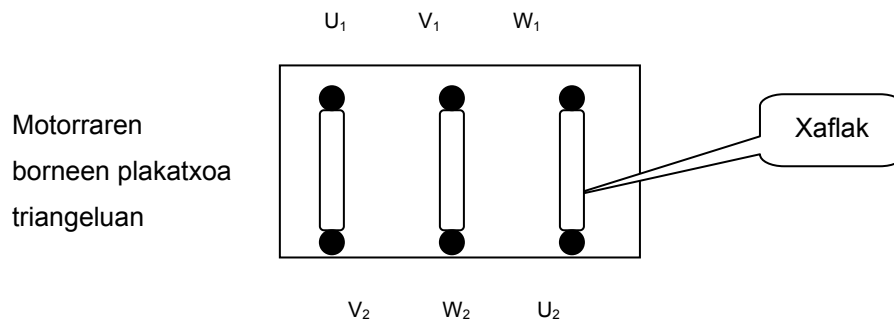
$$S = 3 \cdot U_f \cdot I_f = 3 \cdot 127 \cdot 7,5 = 2857,5 \text{ VA} \quad \boxed{S = 2857,5 \text{ VA}}$$

4.21. Korrante alternoko motor trifasiko baten ezaugarriak hauek dira: 1500 W; 220 V; 50 Hz; $\cos \varphi = 0,7$; eta errendimendua, % 75. Harilkatuak triangeluan konektatuta dituela jakinik:

- Azaldu motor trifasikoen konexioa.
- Kalkulatu zenbat korrante xurgatzen den lineatik.
- Kalkulatu zenbateko korranteak zeharkatzen duen estatoreko harilkatua.
- Kalkulatu zenbateko tentsioa duen borneetan estatoreko harilkatu bakoitzak.
- Kalkulatu potentzia aktiboa, erreaktiboa eta itxurazkoa, lineako eta faseko balioen arabera.

a) Azaldu motor trifasikoaren konexioa

Triangelu-erako konexioan, harilkatu baten amaiera beste baten hasierarekin konektatzen da, eta azken horren amaiera hurrengoaren hasierarekin. Azkenik, hirugarren harilkatuaren amaiera lehenengoaren hasierarekin konektatzen da. Hala, mutur guztiak triangelu-itxuran konektatuta geratzen dira.



4.21a. irudia.

b) Zenbat korrante xurgatzen den lineatik

Intentsitatea kalkulatzeko, xurgatutako potentzian oinarrituko gara:

$$\eta(\%) = \frac{P_{erab}}{P_{xurg}} \cdot 100 \Rightarrow P_{xurg} = \frac{P_{erab}}{\eta} \cdot 100 = \frac{1500}{75} \cdot 100 = 2000W$$

$$P = \sqrt{3} \cdot U \cdot I_L \cdot \cos \varphi \Rightarrow I_L = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot U \cdot \cos \varphi} = \frac{2000}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 0,7} = 7,5A \quad \boxed{I_L = 7,5 A}$$

c) Zenbateko korronteak zeharkatzen duen estatoreko harilkatua

$$I_L = \sqrt{3} \cdot I_f \Rightarrow I_f = \frac{I}{\sqrt{3}} = \frac{7,5}{\sqrt{3}} = 4,33 A \quad \boxed{I_L = 4,33 A}$$

d) Zenbateko tentsioa duen borneetan estatoreko harilkatu bakoitzak

$$U_L = U_F = 220 V \quad \boxed{U_L = U_F = 220 V}$$

e) **Potentzia aktiboa, erreaktiboa eta itxurazkoa, lineako eta faseko balioen arabera**

Lineako edo faseko balioak erabiliko ditugu potentzia kalkulatzeko.

Potentzia aktiboa

$$P = 2000 \text{ W} \quad \boxed{P = 2000 \text{ W}}$$

Desfase-angelua

$$\cos \varphi = 0,7 \Rightarrow \varphi = 45,57^\circ \Rightarrow \sin \varphi = 0,71 \quad \boxed{\varphi = 45,57^\circ}$$

Potentzia erreaktiboa

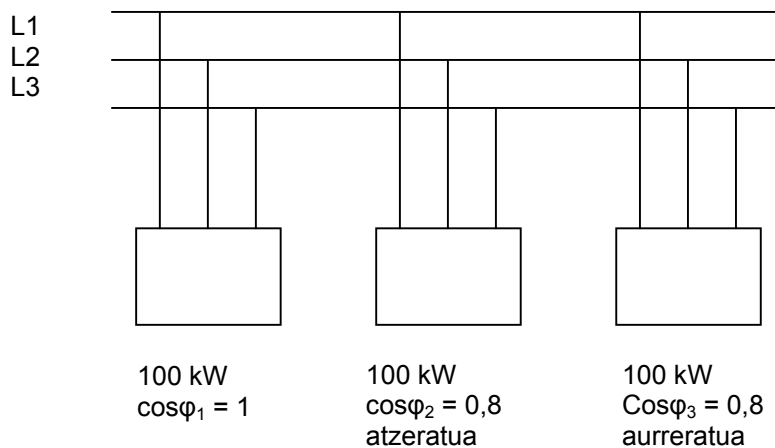
$$Q = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \sin \varphi = \sqrt{3} \cdot 220 \cdot 7,5 \cdot 0,71 = 2029,1 \text{ VAR} \quad \boxed{Q = 2029,1 \text{ VAR}}$$

Itxurazko potentzia

$$S = \sqrt{3} \cdot U \cdot I = \sqrt{3} \cdot 220 \cdot 7,5 = 2857,88 \text{ VA} \quad \boxed{S = 2857,88 \text{ VA}}$$

4.22. Hiru argailu elikatzeko, 380 V eta 50 Hz-eko sare trifasiko bat erabili dugu. Kalkulatu:

- Zenbateko potentzia aktiboa eta erreaktiboa xurgatu behar dituen saretik. Marraztu potentzien diagrama bektoriala.
- Lineako korrontea eta potentzia-faktorea.
- Potentzia-faktorea unitatea izateko, triangeluan konektatu beharreko kondentsadore bakoitzaren kapazitatea.



a) **Zenbateko potentzia aktiboa eta erreaktiboa xurgatu behar dituen saretik. Marraztu potentzien diagrama bektoriala**

Eskatutako potentziak kalkulatzeko, potentzien banaketaren metodoa erabiliko dugu. Kontuan izan behar da potentzia-faktorea aurreratuta edo atzeratuta dagoela aipatzen dugunean hau adierazi nahi dugula: intentsitatea aurreratuta edo atzeratuta dagoela tentsioarekiko (tentsioa erreferentziazat hartuta).

Potentzia-faktorea atzeratuta egoteak esan nahi du induktiboa dela zirkuitua, eta angelua, positiboa; eta potentzia-faktorea aurreratua bada, zirkuitua kapazitiboa eta angelua negatiboa direla.

1. *hargailua*

Potentzia aktiboa

$$P = 100 \text{ kW} \quad \boxed{P = 100 \text{ kW}}$$

Desfase-angelua

$$\cos \varphi_1 = 1 \Rightarrow \varphi_1 = \arccos(1) = 0^\circ \quad \boxed{\varphi_1 = 0^\circ 45,57^\circ}$$

Potentzia erreaktiboa

$$Q_1 = P_1 \cdot \operatorname{tg} \varphi_1 = 100 \cdot \operatorname{tg}(0^\circ) = 0 \text{ VAR} \quad \boxed{Q_1 = 0 \text{ VAR}}$$

2. *hargailua*

Potentzia aktiboa

$$P = 200 \text{ kW} \quad \boxed{P = 200 \text{ kW}}$$

Desfase-angelua

$$\cos \varphi_2 = 0,8 \Rightarrow \text{atzeratua(induktiboa)} \quad \boxed{\varphi_2 = 36,87^\circ 45,57^\circ}$$

$$\varphi_2 = 36,87^\circ$$

Potentzia erreaktiboa

$$Q_2 = P_2 \cdot \operatorname{tg} \varphi_2 = 200 \cdot \operatorname{tg}(36,87^\circ) = 150 \text{ kVAr} \quad \boxed{Q_2 = 150 \text{ kVAr}}$$

3. *hargailua*

Potentzia aktiboa

$$P = 100 \text{ kW} \quad \boxed{P = 100 \text{ kW}}$$

Desfase-angelua

$$\begin{aligned} \cos \varphi_3 = 0,8 &\Rightarrow \text{aurreratua (kapazitiboa)} \\ \varphi_3 &= -36,87^\circ \end{aligned} \quad \boxed{\varphi_3 = -36,87^\circ}$$

Potentzia erreaktiboa

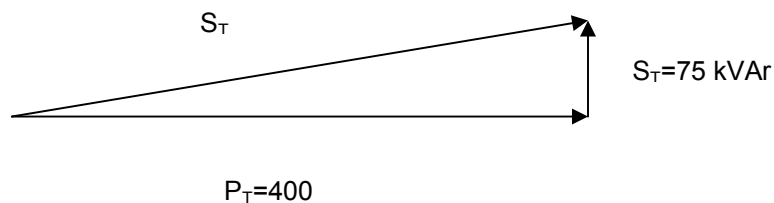
$$Q_3 = P_3 \cdot \operatorname{tg} \varphi_3 = 100 \cdot \operatorname{tg}(-36,87^\circ) = -75 \text{ kVAr} \quad \boxed{Q_3 = -75 \text{ kVAr}}$$

Potentzia aktibo totala

$$P_T = P_1 + P_2 + P_3 = 100 + 200 + 100 = 400 \text{ kW} \quad \boxed{P = 400 \text{ kW}}$$

Potentzia erreaktibo totala

$$Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 + 150 - 75 = 75 \text{ kVAr} \quad \boxed{Q_T = 75 \text{ kVAr}}$$



4.22a. irudia.

b) Lineako korronea eta potentzia-faktorea

Faseko angelua kalkulatu dugu potentzien triangeluan oinarriturik.

$$\operatorname{tg} \varphi_T = \frac{Q_T}{P_T} = \frac{75}{400} = 0,1875 \Rightarrow \varphi_T = \operatorname{arctg}(0,1875) = 10,62^\circ$$

$$\cos(10,62^\circ) = 0,98 \quad (\text{potentzia faktorea}) \quad \boxed{P.F. = 0,98}$$

$$P_T = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi \Rightarrow I = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot U \cdot \cos \varphi} = \frac{400000}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 0,98} = 620,14 \text{ A} \quad \boxed{I = 620,14 \text{ A}}$$

c) Triangeluan konektatu beharreko kondentsadore bakoitzaren kapazitatea potentzia-faktorea unitatea izateko

Potentzia-faktore berria unitatea izango da; hortaz, instalatu beharreko kondentsadoreen balioak Q_T -ren berdina izan beharko du.

Kondentsadoreen potentzia

$$Q_C = Q_T = 75 \text{ kVAR}$$

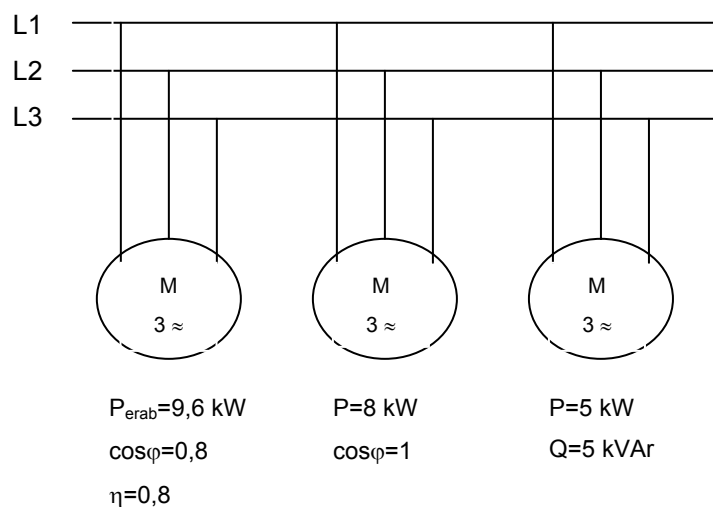
$$C_\Delta = \frac{Q_C}{3 \cdot \omega \cdot U_L^2} = \frac{75000}{3 \cdot 2\pi \cdot 50 \cdot 380^2} = 5,51 \cdot 10^{-4} \text{ F} = 551 \mu\text{F} / 380 \text{ V} \quad \boxed{C_\Delta = 551 \mu\text{F} / 380 \text{ V VAR}}$$

4.23. Hargailuen instalazio bat 380 V eta 50Hz-eko sare trifasikora konektatu dugu. Hargailuen ezaugarriak hauek dira:

- ✓ ($\eta = 0,8$ eta $\cos \varphi = 0,8$)
- ✓ 8 kilowatteko motor bat $\cos \varphi = 1$ ekin.
- ✓ Beste motor bat saretik 5 kW eta 5 kVAR xurgatzen dituen. Harilkatuak triangeluan konektaturik ditu.

- a) Marraztu instalazioaren eskema.
- b) Kalkulatu zenbateko korronea xurgatuko duen lineatik.
- c) Kalkulatu instalazioaren potentzia-faktorea.
- d) Kalkulatu izarrean konektatu beharreko hiru kondentsadoreen balioak potentzia-faktorea unitatea izan dadin.

a) Marraztu instalazioaren eskema



4.23a. irudia.

Boucherot-en teorema aplikatuz (nola banatzen diren potentziak), potentzien balioak kalkulatu ditugu, eta hortik, lineako korrontea.

b) Kalkulatu zenbateko korrontea xurgatuko duen lineatik

1. Hargailua

Potentzia aktiboa

$$\eta = \frac{P_{erab}}{P_{xurg}} \Rightarrow P_{xurg} = \frac{P_{erab}}{\eta} = \frac{9600}{0,8} = 12000 \text{ W}$$

Desfase-angelua

$$\cos \varphi = 0,8 \Rightarrow \varphi_1 = \arccos(0,8) = 36,87^\circ$$

Potentzia erreaktiboa

$$Q_1 = P_1 \cdot \operatorname{tg} \varphi_1 = 12000 \cdot \operatorname{tg}(36,87^\circ) = 9000 \text{ VAR}$$

2. Hargailua

Potentzia aktiboa

$$P_2 = 8000 \text{ W}$$

Desfase-angelua

$$\cos \varphi_2 = 1 \Rightarrow \varphi_2 = \arccos(1) = 0^\circ$$

Potentzia erreaktiboa

$$Q_2 = P_2 \cdot \operatorname{tg} \varphi_2 = 8000 \cdot \operatorname{tg}(0^\circ) = 0 \text{ VAR}$$

3. Hargailua

Potentzia aktiboa

$$P_3 = 5000 \text{ W}$$

Potentzia erreaktiboa

$$Q_3 = 5000 \text{ VAR}$$

Potentzia aktibo totala

$$P_T = \sum P_{\text{parzialak}} = P_1 + P_2 + P_3 = 12000 + 8000 + 5000 = 25000 \text{ W}$$

Potentzia erreaktibo totalak

$$Q_T = \sum Q_{\text{parzialak}} = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 9000 + 0 + 5000 = 14000 \text{ VAR}$$

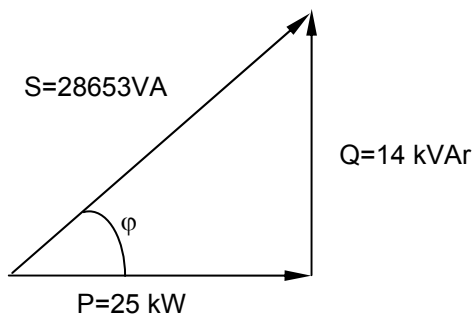
Itxurazko potentzia

$$S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2} = \sqrt{(25000)^2 + (14000)^2} = 28653,1 \text{ VA}$$

Intentsitatea

$$S_T = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \Rightarrow I = \frac{S_T}{\sqrt{3} \cdot U} = \frac{28653,1}{\sqrt{3} \cdot 380} = 43,53 \text{ A} \quad \boxed{I = 43,53 \text{ A}}$$

Irudian, instalazioaren potentzien triangelua adierazten da.



4.23b. irudia.

c) Instalazioaren potentzia-faktorea

Potentzia-faktorea desfase-angeluaren kosinua da.

$$\cos \varphi = \frac{P_T}{S_T} = \frac{25000}{28653,1} = 0,87 \Rightarrow \varphi = \arccos(0,87) = 29,25^\circ \quad \boxed{\varphi = 29,25^\circ}$$

d) Kalkulatu izar-eran konektatu beharreko hiru kondentsadoreen balioak potentzia-faktorea unitatea izan dadin

Potentzia-faktorea unitatea izatea da helburua; horretarako, instalatu beharreko kondentsadoreen balioak potentzia erreaktibo totalaren berdina izan beharko du.

Ondoren, kalkulatu dugu triangeluan konektatu beharreko kondentsadore bakoitzaren balioa (hiru kondentsadore konektatu behar dira).

Hasierako angelua

$$\varphi = 29,25^\circ$$

Amaierako angelua

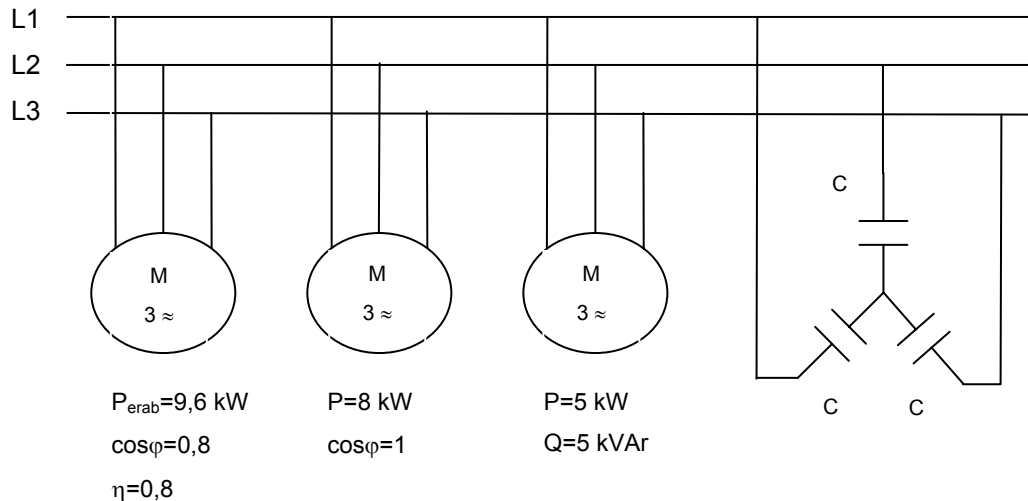
$$\cos \varphi' = 1 \Rightarrow \varphi' = \arccos(1) = 0^\circ$$

Kondentsadoreen potentzia

$$Q_c = P \cdot (tg\varphi - tg\varphi') = 25000 \cdot (tg(29,25^\circ) - tg(0^\circ)) = 14000 \text{ VAR}$$

Triangeluan konektatuko den kondentsadore bakoitzaren kapazitatea

$$C_{\lambda} = \frac{Q_c}{\omega \cdot U_L^2} = \frac{14000}{2\pi \cdot 50 \cdot 380^2} = 3,09 \cdot 10^{-4} = 309 \mu F \quad \boxed{C_{\lambda} = 309 \mu F}$$



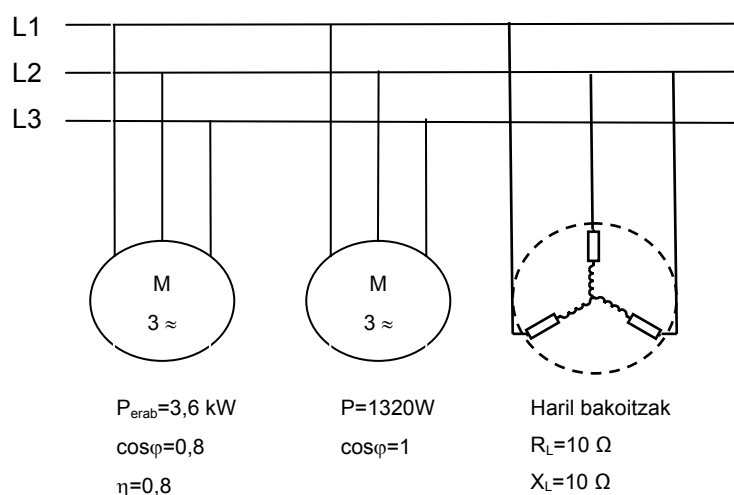
4.23c. irudia.

4.24. 220 V/50 Hz-eko linea trifasiko batek hargailu hauek elikatzen ditu:

- ✓ Motor asinkrono trifasiko bat, ardatzari 3600 W-eko potentzia ematen diona. Errendimendua % 80koa da eta $\cos\varphi=0,8$.
- ✓ Harilkatuak triangelu-konexioan dituen eta 1320 W-eko potentzia xurgatzen duen motorra ($\cos\varphi=1$).
- ✓ Beste motor bat, harilkatuak izar-konexioan dituena. Harilkatuen ezaugarriak:
- ✓ $R = 10\Omega$ eta $X_L = 10\Omega$.

Kalkulatu:

- a) Zenbat korrante xurgatuko duen hargailu bakoitzak lineatik.
- b) Lineako korrantea.
- c) Instalazioaren potentzia-faktorea.
- d) Instalazioari konektatu beharreko kondentsadoreen balioa potentzia-faktorea 0,95 izan dadin. Egin ezazu kalkulua izar- eta triangelu-konexioekin.



4.24a. irudia.

a) Zenbat korrante xurgatuko duen hargailu bakoitzak lineatik

Potentzia aktiboan eta potentzia-faktorean oinarrituta kalkulatzen da hargailu bakoitzak zenbat korrante xurgatzen duen.

Hirugarren hargailuan Ohm-en legea aplikatuz kalkulatuko ditugu faseko inpedantzia eta xurgatutako korrantea. Horrez gain, kontuan izan behar da hargailu horretan lortutako balioak fasekoak direla.

1. hargailua

Potentzia aktiboa

$$\eta\% = \frac{P_{erab}}{P_{xurg}} \cdot 100 \Rightarrow P_{xurg} = \frac{P_{erab}}{\eta\%} \cdot 100 = \frac{3600}{80} \cdot 100 = 4500 \text{ W}$$

Intentsitatea

$$P_1 = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi_1$$

$$I_1 = \frac{P_1}{\sqrt{3} \cdot U \cdot \cos \varphi_1} = \frac{4500}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 0,8} = 14,76 \text{ A} \quad \boxed{I_1 = 14,76 \text{ A}}$$

Desfase-angelua

$$\cos \varphi_1 = 0,8 \Rightarrow \varphi_1 = 36,87^0$$

Potentzia erreaktiboa

$$Q_1 = P_1 \cdot \operatorname{tg} \varphi_1 = 4500 \cdot \operatorname{tg} 36,87^0 = 3375 \text{ VAR}$$

2. *hargailua*

Potentzia aktiboa

$$P_2 = 1320 \text{ W}$$

Intentsitatea

$$I_2 = \frac{P_2}{\sqrt{3} \cdot U \cdot \cos \varphi_2} = \frac{1320}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 1} = 3,46 \text{ A} \quad \boxed{I_2 = 3,46 \text{ A}}$$

Desfase-angelua

$$\cos \varphi_2 = 1 \Rightarrow \varphi_2 = 0^0$$

Potentzia erreaktiboa

$$Q_2 = P_2 \cdot \operatorname{tg} \varphi_2 = 1320 \cdot \operatorname{tg} 0^0 = 0 \text{ VAR}$$

3. *hargailua*

Faseko inpedantzia

$$Z_3 = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{(10)^2 + (10)^2} = 14,14 \Omega$$

Desfase-angelua

$$\operatorname{tg} \varphi_3 = \frac{X_L}{R} = \frac{10}{10} = 1 \Rightarrow \varphi_3 = 45^0$$

Faseko tentsioa

$$U_L = \sqrt{3} \cdot U_f \Rightarrow U_f = \frac{U_L}{\sqrt{3}} = \frac{220}{\sqrt{3}} = 127 \text{ V}$$

Faseko intentsitatea

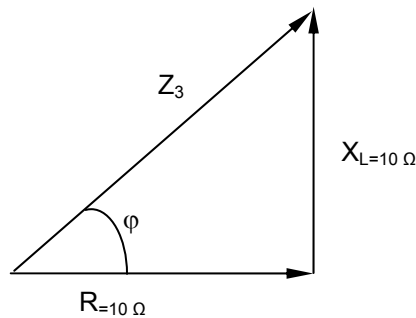
$$I_f = I_3 = \frac{U_f}{Z} = \frac{127}{14,14} = 8,98 \text{ A} \quad \boxed{I_3 = 8,98 \text{ A}}$$

Potentzia aktiboa

$$P_3 = 3 \cdot P_f = 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \cos \varphi_3 = 3 \cdot 127 \cdot 8,98 \cdot \cos 45^\circ = 2419,28 \text{ W}$$

Potentzia erreaktibo

$$Q_3 = 3 \cdot Q_f = 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \sin \varphi_3 = 3 \cdot 127 \cdot 8,98 \cdot \sin 45^\circ = 2419,28 \text{ W}$$



4.24b. irudia. Hirugarren hargailuko inpedantzien triangelua.

b) Lineako korrontea

Potentzia aktibo totala eta potentzia erreaktibo totala kalkulatu behar dira lehenik, saretik zenbat korronte pasatzen den ebazteko.

Potentzia aktibo totala:

$$P_T = \sum P_{\text{parziala}} = P_1 + P_2 + P_3 = 4500 + 1320 + 2419,28 = 8239,28 \text{ W}$$

Potentzia erreaktibo totala:

$$Q_T = \sum Q_{\text{parziala}} = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 3375 + 0 + 2419,28 = 5794,28 \text{ VAR}$$

Desfase-angelua:

$$\text{tg}\varphi_T = \frac{Q_T}{P_T} = \frac{5794,28}{8239,28} = 0,7 \Rightarrow \varphi_T = 35^\circ \Rightarrow \cos \varphi_T = \cos(35^\circ) = 0,82$$

Intentsitate totala:

$$P_1 = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi \Rightarrow I_T = \frac{P_T}{\sqrt{3} \cdot U \cdot \cos \varphi_T} = \frac{8239,28}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 0,82} = 26,37 \text{ A} \quad \boxed{I_T = 26,37 \text{ A}}$$

c) Instalazioaren potentzia-faktorea

Aurreko atalean kalkulatu dugu potentzia-faktorea.

$$\cos \varphi_T = \cos(35^\circ) = 0,82 \quad \boxed{PF = 0,82}$$

d) Instalaziora konektatu beharreko kondentsadoreen balioa potentzia-faktorea 0,95 izan dadin. Egin ezazu kalkulua izar- eta triangelu-konexioekin.

Hasierako angelua

$$\varphi = 35^\circ$$

Amaierako angelua

$$\cos \varphi' = 0,95 \Rightarrow \varphi' = \arccos(0,95) = 18,19^\circ$$

Kondentsadoreak izar-eran konektaturik badaude,

$$C_\lambda = \frac{Q_C}{\omega \cdot U_L^2} = \frac{P \cdot (\text{tg}\varphi - \text{tg}\varphi')}{\omega \cdot U_L^2} = \frac{8239,28(\text{tg}35^\circ - \text{tg}18,19^\circ)}{2\pi \cdot 50 \cdot 220^2} = 201 \mu\text{F} / 127 \text{ V}$$

$$\boxed{C_\lambda = 201 \mu\text{F} / 127 \text{ V}}$$

Kondentsadoreak triangelu-eran konektaturik badaude,

$$C_\Delta = \frac{Q_C}{3 \cdot \omega \cdot U_L^2} = \frac{P \cdot (\text{tg}\varphi - \text{tg}\varphi')}{3 \cdot \omega \cdot U_L^2} = \frac{8239,28(\text{tg}35^\circ - \text{tg}18,19^\circ)}{3 \cdot 2\pi \cdot 50 \cdot 220^2} = 67 \mu\text{F} / 220 \text{ V}$$

$$\boxed{C_\Delta = 67 \mu\text{F} / 220 \text{ V VAR}}$$

4.25. Motor trifasiko batek hiru haril berdin ditu, hirurak triangeluan konektatuta. Faseen artean 380 V eta 50 Hz dituen sare trifasiko batera konektatzean, 40 kW-eko potentzia xurgatzen du, 0,75eko potentzia-faktorearekin.

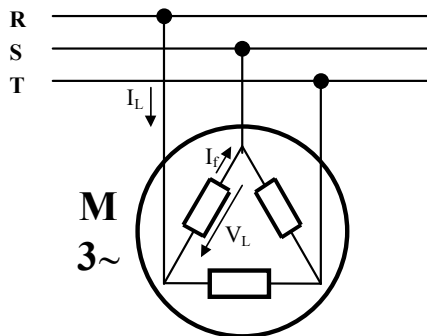
- a) Marraztu konexioaren eskema.
- b) Adierazi zein den lineatik hartutako korrontea eta haril bakoitzekoa.
- c) Kalkulatu potentzia aktiboa, erreaktiboa eta itxurazkoa. Marraztu potentzien triangelua.

Datuak: $V_F=380V/50Hz$, $P_M= 40 \text{ kW}$ eta $\cos\varphi= 0,75$.

a) Marraztu konexioaren eskema

Motorraren harilak triangeluan konektatu direnez, bakoitzaren tentsioa konposatua edo lineakoa izango da: kasu honetan, $V_L=380 \text{ V}$.

Haril bakoitza zeharkatzen duen korrontea, ostera, fasekoa denez, triangeluaren bi adarretatik banatuko da, eta lineakoa baino $\sqrt{3}$ aldiz txikiagoa izango da.



4.26a. irudia.

b) Adierazi zein den lineatik hartutako korrontea eta haril bakoitzekoa

Lineako korrontea kalkulatzeko, sistema trifasikoaren potentzia aktiboaren formula erabiliko dugu.

$$P = \sqrt{3} \cdot V_L \cdot I_L \cdot \cos\varphi \Rightarrow I_L = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot V_L \cdot \cos\varphi} = \frac{40000 \text{ W}}{\sqrt{3} \cdot 380 \text{ V} \cdot 0,75} \quad \boxed{I_L = 81 \text{ A}}$$

Haril bakoitza zeharkatzen duen korrontea fasekoa denez, lineakoa baino $\sqrt{3}$ aldiz txikiagoa izango da.

$$I_F = \frac{I_L}{\sqrt{3}} = \frac{81 \text{ A}}{\sqrt{3}} \quad \boxed{I_F = 46,78 \text{ A}}$$

c) Kalkulatu potentzia aktiboa, erreaktiboa eta itxurazkoa. Marraztu potentzien triangelua

Potentzia aktiboaren balioa enuntziatuak diosku. $P = 40 \text{ W}$

Itxurazko potentzia kalkula dezakegu lineako tentsioaren eta korronteen balioak jakinda.

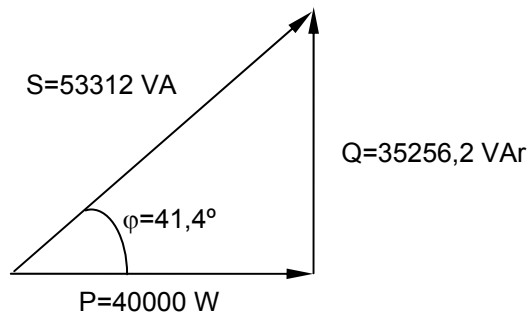
$$S = \sqrt{3} \cdot V_L \cdot I_L = \sqrt{3} \cdot 380 \text{ V} \cdot 81 \text{ A} \quad S = 53312,5 \text{ VAR}$$

Potentzia erreaktiboa kalkulatu aurretik, ostera, angelua zein den jakin behar dugu. Horretarako, potentzia-faktorean oinarrituko gara.

$$\cos \varphi = 0,75 \Rightarrow \varphi = \arccos 0,75 \quad \varphi = 41,4^\circ$$

$$Q = \sqrt{3} \cdot V_L \cdot I_L \cdot \sin \varphi = \sqrt{3} \cdot 380 \text{ V} \cdot 81 \text{ A} \cdot \sin 41,4^\circ \quad Q = 35256,2 \text{ VAR}$$

Eta ariketa amaitzeko, potentzien triangelua marraztuko dugu datu horiekin.



4.26b. irudia.

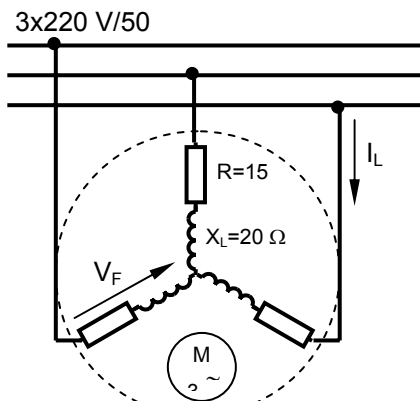
4.26. Motor trifasiko batek hiru haril berdin ditu izar-eran konektatuta. Haril bakoitzaren erreaktantzia induktiboa 20Ω -ekoa da, eta erresistentzia, berriz, 15Ω -ekoa. Faseen artean $220\text{V}/50\text{Hz}$ dituen sare trifasikoari konektatzen zaio motorra.

- Marraztu zirkuituaren konexio-eskema; elikadura-linea eta harilak argi zehaztuta.
- Kalkulatu zenbateko korronea igarotzen den lineatik eta zenbateko tentsioa erortzen den haril bakoitzean.
- Kalkulatu potentzia-faktorea.
- Kalkulatu potentzia aktiboa, erreaktiboa eta itxurazkoak.
- Marraztu berriro zirkuituaren eskema, kondentsadore multzoak tartekatuta potentzia-faktorea hobetzeko.

Datuak: $V_F=220\text{V}/50\text{Hz}$, $X_R=15 \Omega$ eta $X_L=20 \Omega$.

a) **Marratzu zirkuituaren konexio-eskema, elikadura-linea eta harilak argi zehaztuta**

Motorra osatzen duen adar bakoitzak erresistentzia eta haril bana edukiko ditu seriean konektatuta. Izar-eran konektatuta badaude, adarretako hiru mutur elkarren artean konektatu behar ditugu, eta aske dauden hiru muturrak, fase banatarara.



4.27a. irudia.

b) **Kalkulatu zenbateko korronea igarotzen den lineatik eta zenbateko tentsioa erortzen den haril bakoitzean**

Ezer egin orduko, haril bakoitzaren erreaktantzia baliokidea kalkulatu dugu.

Modulua kalkulatzeko, Pitagorasen teoreman oinarrituko gara:

$$Z = \sqrt{(R)^2 + (X_L)^2} = \sqrt{(15 \Omega)^2 + (20 \Omega)^2} \quad \boxed{Z = 25 \Omega}$$

$$\varphi = \arctan \frac{20 \Omega}{15 \Omega} \quad \boxed{\varphi = 51,13^\circ}$$

Erreaktantzia horietariko bakoitzaren borneetan tentsio sinple edo fasekoa izango da; beraz, bakoitza zeharkatuko duen korronearen balioa (linean jasotako berbera) hau izango da:

$$V_F = \frac{V_L}{\sqrt{3}} = \frac{220 V}{\sqrt{3}} \quad \boxed{V_F = 127 V}$$

Ohm-en legea aplikatuz, korronea kalkulatu dugu.

$$I_L = \frac{V_F}{Z} = \frac{127 V}{25 \Omega} \quad \boxed{I_L = 5,1 A}$$

c) Kalkulatu potentzia-faktorea

Potentzia-faktoreari dagokionez, erreaktantiaren argumentua zein den jakinda, berehala kalkulatu dezakegu.

$$\cos \varphi = \cos(53,13^\circ) \quad \boxed{\cos \varphi = 0,6}$$

d) Kalkulatu potentzia aktiboa, erreaktiboa eta itxurazkoak

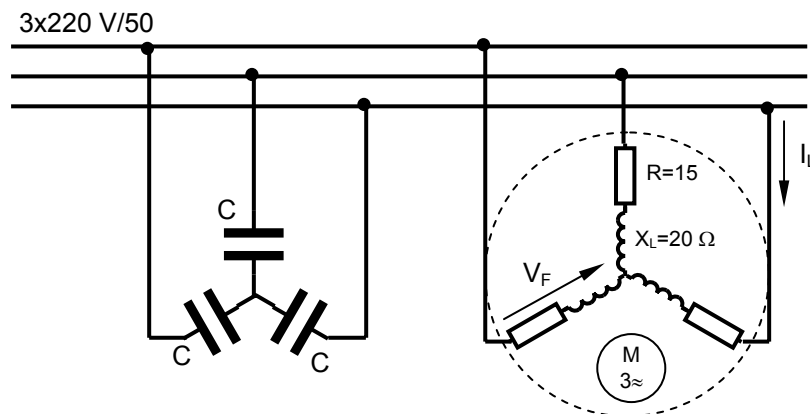
Datu guztiak jakinda, potentzien formula matematikoetan ordezkatu ditugu.

$$P = \sqrt{3} \cdot V_L \cdot I_L \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot 220 \text{ V} \cdot 5,1 \text{ A} \cdot 0,6 \quad \boxed{P = 1161,6 \text{ W}}$$

$$Q = \sqrt{3} \cdot V_L \cdot I_L \cdot \sin \varphi = \sqrt{3} \cdot 220 \text{ V} \cdot 5,1 \text{ A} \cdot \sin 53,13^\circ \quad \boxed{Q = 1548,8 \text{ VAR}}$$

$$S = \sqrt{3} \cdot V_L \cdot I_L = \sqrt{3} \cdot 220 \text{ V} \cdot 5,1 \text{ A} \quad \boxed{S = 1936 \text{ VA}}$$

e) Marraztu berriro zirkuituaren eskema, kondentsadore multzoak tartekatuta potentzia-faktorea hobetzeko



4.27b. irudia.

4.27. Lau polo dituen motor asinkrono trifasiko bat 220 V eta 50 Hz-eko sarera konektatuta dago, eta haren potentzia erabilgarria 1200 W-ekoa da. Ardatzean karga izendatua jartzean, errotorearen biraketak % 3ko lerradura du. Sare elektrikotik 1500 W hartzen ditu, 0,8ko potentzia-faktorearekin. Hau eskatzen da:

- Kondizio horietan minutuko zenbat bira egiten dituen motorrak.
- Motorraren errendimendua.
- Saretik zein korrante hartzen duen.
- Adierazi zer konektatu behar zaion motorraren potentzia-faktorea unitatea izateko. Marraztu eskema.

Datuak: 4 polo, $V_F=220V/50Hz$, $P_{XUR}=1200 W$, $S_{er}= \%3$, $P_{ERA}=1500 W$ eta $\cos\varphi=0,8$.

a) Kondizio horietan minutuko zenbat bira egiten dituen motorrak

Motorrak minutuko zenbat bira egiten dituen kalkulatzeko, lehenengo eta behin estatoreko eremu magnetikoaren abiadura jakin behar dugu. Enuntziatuan lau polo dituela zehazten da; beraz, bi polo pare ditu.

$$n_s = \frac{60 \cdot f}{p} = \frac{60 \cdot 50 \text{ Hz}}{2} \quad \boxed{n_s = 1500 \text{ b/min}}$$

Estatoreko abiadura eta lerradura zenbatekoak diren jakinda, errotoreak zenbat bira egiten dituen kalkulatuko dugu:

$$S_{er} = \frac{n_s - n_R}{n_s} \times 100 \Rightarrow n_R = n_s - \left(\frac{S_{er} \cdot n_s}{100} \right) = 1500 \text{ r.p.m.} - \left(\frac{\%3 \cdot 1500 \text{ r.p.m.}}{100} \right)$$

$$\boxed{n_s = 1455 \text{ r.p.m.}}$$

b) Motorraren errendimendua

Motorraren potentzia erabilgarria zenbatekoa den jakinda, eta saretik xurgatutako potentziaren balioa ere jakinda, motorraren errendimendua berehala kalkula dezakegu.

$$\eta = \frac{P_{erabilgarria}}{P_{xurgatutakoa}} = \frac{1200 \text{ W}}{1500 \text{ W}} \quad \boxed{\eta = 0,8}$$

c) Saretik zein korrante hartzen duen

Formulatik lor dezakegu motorrak zenbat potentzia eraginkor edo aktibo erabiltzen duen.

$$P_{xur} = \sqrt{3} \cdot V_L \cdot I_L \cdot \cos \varphi \Rightarrow I_L = \frac{P_{xur}}{\sqrt{3} \cdot V_L \cdot \cos \varphi} = \frac{1500 \text{ W}}{\sqrt{3} \cdot 220 \text{ V} \cdot 0,8}$$

$$\boxed{I_L = 4,92 \text{ A}}$$

d) Adierazi zer konektatu behar zaion motorraren potentzia-faktorea unitatea izateko. Marratzu eskema

Enuntziatuan ez da argi zehazten kalkulurik egin behar den ala ez, baina guk egin egingo ditugu. Potentzia-faktorea unitateraino hobetzeko, kondentsadoreak erabili behar ditugu. Kasu honetan, motorra elikatzen duen sistema trifasikoa denez, hiru kondentsadore erabiliko ditugu. Motorrak ondo funtzionatzeko behar duen potentzia erreaktiboa ezereztuko dute kondentsadore horiek.

Lehenengo eta behin, kalkulatu dugu zenbat potentzia erreaktibo xurgatzen duen motorrak. Horretarako, potentzia-faktore errearen eta lortu nahi dugunaren angeluen balioak kalkulatu ditugu.

$$\cos \varphi_1 = 0,8 \Rightarrow \varphi_1 = \arccos(0,8) \quad \boxed{\varphi_1 = 36,86^\circ}$$

$$\cos \varphi_2 = 1 \Rightarrow \varphi_2 = \arccos(1) \quad \boxed{\varphi_2 = 0^\circ}$$

$$Q_{CT} = P_{era} \cdot (\tan \varphi_1 - \tan \varphi_2) = 1200 \text{ W} \cdot (\tan(36,86^\circ) - \tan(0^\circ))$$

$$\boxed{Q_{CT} = 900 \text{ VAr}}$$

Sistema trifasikoa denez, eta hiru kondentsadore jarri behar ditugunez, kondentsadore bakoitzak gorde beharreko potentzia erreaktiboa balio osoaren herena izango da.

$$Q_C = \frac{Q_{CT}}{3} = \frac{900 \text{ VAr}}{3} \quad \boxed{Q_C = 300 \text{ VAr}}$$

Zenbateko tentsioa jasan behar duen jakinda, kalkula dezakegu kondentsadoreak zenbat korrante xurgatu behar duen.

$$Q_C = V_{FC} \cdot I_{FC} \Rightarrow I_{FC} = \frac{Q_C}{V_{FC}} = \frac{300 \text{ VAr}}{220 \text{ V}} \quad \boxed{I_{FC} = 1,36 \text{ A}}$$

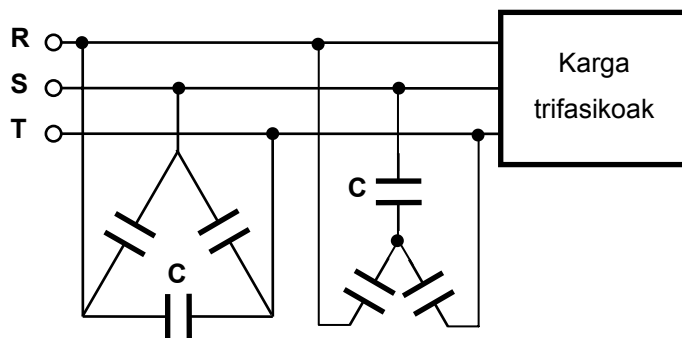
Jarraian, Ohm-en legearen bidez kalkula dezakegu kondentsadore bakoitzaren erreaktantzia kapazitiboa.

$$I_{FC} = \frac{V_{FC}}{X_C} \Rightarrow X_C = \frac{V_{FC}}{I_{FC}} = \frac{220 \text{ V}}{1,36 \text{ A}} \quad X_C = 161,3 \hat{\Omega}$$

Eta azkenean, erreaktantzia zenbatekoa den jakinda, kondentsadorearen kapazitatea kalkulatu dugu.

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C} \Rightarrow C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot X_C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 161,3 \hat{\Omega}} \quad \boxed{C = 19,72 \mu\text{F}}$$

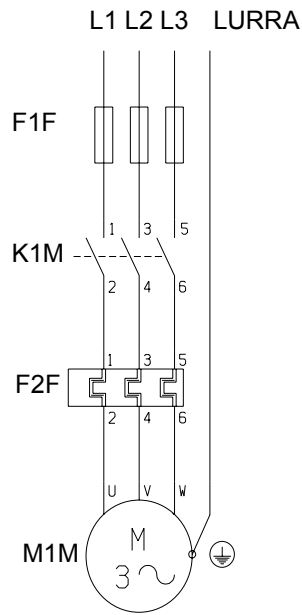
Beraz, 19,72 μF /220 V-eko hiru kondentsadore erabili behar ditugu.



4.28a. irudia.

4.28. Beheko eskemak adierazten du nola eragin motor asinkronoari noranzko batera edo bestera.

- Azaldu maniobra horren oinarria.
- Identifikatu osagaiak alboko eskeman eta adierazi zein den bakoitzaren zeregina.
- Azaldu eskemako motorren atalak eta haien funtzionamenduaren oinarria.



4.29a. irudia.

a) Azaldu maniobra horren oinarria

Motor trifasiko asinkronoak hiru fasez elikatu behar dira, eta fase horiek nola ordenatu, estatoreko eremu magnetikoak noranzko baterantz edo besterantz egingo du bira.

Errotoreak eremu magnetiko birakorrari jarraitzen dionez gero, faseen ordena dela medio finka dezakegu biren noranzkoa.

Eskeman, K1B eta K2B kontaktoreen artean fase biren ordena trukutzen da (L_1 eta L_2 faseak, hain zuzen ere).

b) Identifikatu osagaiak alboko eskeman eta adierazi zein den bakoitzaren zeregina

Honetarako erabiltzen da osagai bakoitza:

L_1 , L_2 eta L_3 borneetara konektatutako hari elektrikoak → tentsio trifasikoa banatzeko.

F1F izendatutako hiru fusibleak → elikadurako instalazioa zirkuitulaburretatik babesteko.

K1B eta K2B kontaktoreak → etengailu gisa, motorra noiz elikatu (piztu edo amatatu) eta norantz bira egin finkatzeko.

F2F termikoak → gehiegizko intentsitateen ondorioz motorra ez erretzeko babes moduan.

c) Azaldu eskemako motorraren atalak, eta haien funtzionamenduaren oinarria

Motor asinkrono trifasikoak bi osagai nagusi ditu (funtzionamendua azaltzeko): estatorea eta errotorea. Elementu horietaz gain, beste hainbat elementu izaten ditu (borne-kaxa, karkasa, haizagailua, ardatza, eta abar), baina motorraren funtzionamenduaren oinarria ulertzeko ez daukate eraginik.

Estatorean, fase bakoitzeko harilkatu bana kokatzen da, xafla magnetikoz inguratutako tartetean sartuta. Elikadura trifasikoan, une bakoitzean hiru faseen balioak desberdinak izaten dira (bata positiboa, bigarrena negatiboa, eta hirugarrena zero edo aurreko zeinuetako batekoa).

Errotorean, zirkuitulaburrean jarritako eroaleak daude ardatzaren inguruan.

Korronte trifasikoek, estatoreko hiru harilkatuak zeharkatzen dituztenean, eremu magnetiko birakaria sortzen dute. Eremu magnetiko horrek, errotoreko harilak zeharkatzen dituztenean, indar elektroeragileak sorrarazten ditu, eta zirkuitulaburrean jarrita daudenez gero, korrontea pasarazten da errotoreko hariletatik. Errotoreko korronte horien eta estatoreko eremu magnetikoaren elkarreaginak eremu magnetikoaren noranzko bereko indar pareta (eta, ondorioz, mugimendua) sortzen du.



LANBIDE
EKIMENA

